

Direct Numerical Simulation of Laminar-Turbulent Transition in a Compressible Laminar Boundary Layer Flow over a Flat Plate with Evenly Distributed Roughness

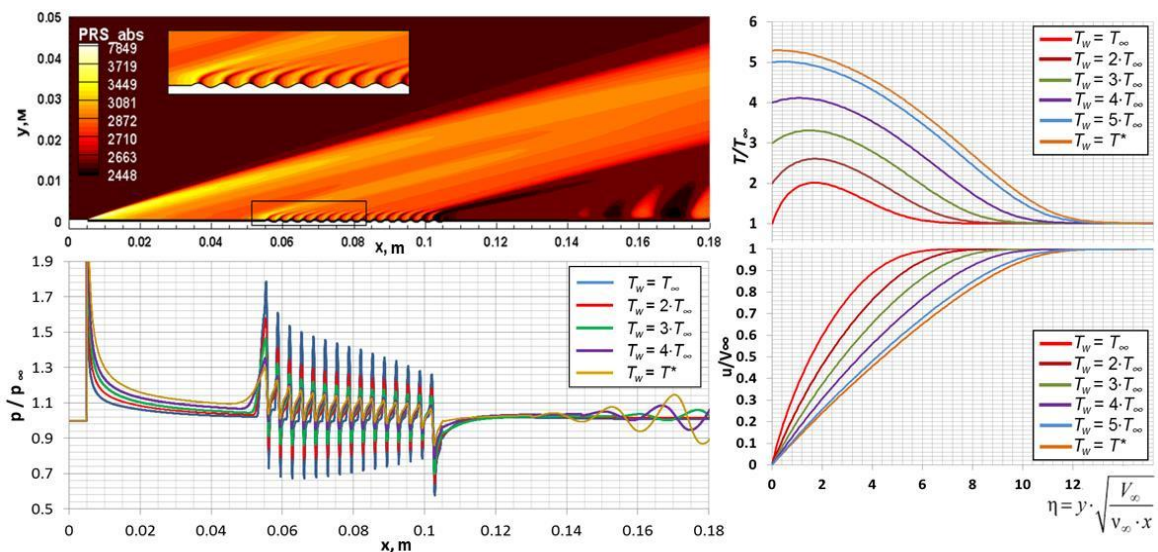
A.L. Zheleznyakova

Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences, Russia, Moscow, 119526
a.zheleznyakova@mail.ru

Abstract

The ability to effectively control the process of laminar-turbulent transition in boundary layer on a rough flat plate is investigated using direct numerical simulations (DNS). The streamlined smooth plate includes roughness portion with regularly spaced sinusoidal peaks and troughs to generate the artificial two-dimensional disturbances. The calculations based on structured grids with more than one million elements are performed by using the NERAT-2D code developed in Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences (IPMech RAS). The complete system of two-dimensional nonstationary Navier–Stokes equations for a compressible gas is integrated. The various heat transfer boundary conditions at the flat plate (adiabatic or isothermal surface) are considered. Numerical investigation of the influence of temperature factor on the stability of laminar boundary layer is performed. The kinetic theory is used to predict the viscosity and thermal conductivity coefficients. The two-dimensional viscous instability which causes laminar-turbulent transition is observed. The simulation results show a satisfactory agreement with the available experimental and calculated data.

Keywords: direct numerical simulation (DNS), laminar-turbulent transition, compressible boundary layer, Navier–Stokes equations



Two-dimensional instability in the flow field over an isothermal rough flat plate in terms of absolute pressure (Pa). Non-dimensional pressure distributions across the surface, velocity and temperature boundary-layer profiles at various constant wall temperatures

УДК 533.6.011+519.6+ 532.526

Прямое численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода в сжимаемом пограничном слое на плоской пластине с равномерно распределенной шероховатостью

А.Л. Железнякова

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлунского Российской академии наук
(ИПМех РАН), Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского 101, к. 1
a.zheleznyakova@mail.ru*

Аннотация

Методом прямого численного моделирования исследована эффективность управления ламинарно-турбулентным переходом в сверхзвуковом пограничном слое на плоской пластине с волнистой шероховатостью. Для возбуждения искусственных двумерных возмущений в центральной части гладкой пластины был предусмотрен участок с распределенной шероховатостью, которая моделировалась группой периодических, регулярно повторяющихся синусоидальных выступов и впадин. Расчеты выполнялись на структурированных криволинейных сетках размерностью более миллиона ячеек с использованием газодинамического модуля программного комплекса NERAT-2D, разработанного в Лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН. Интегрировалась полная система двумерных нестационарных уравнений Навье–Стокса для сжимаемого газа. Рассматривались различные условия теплообмена на пластине (изотермические, адиабатические). Для изотермической поверхности исследовалось влияние температурного фактора (отношения температуры стенки к температуре полного адиабатического торможения) на устойчивость пристеночного течения для случаев $T_w/T^* = 0.2 \div 1$. При рассматриваемом режиме течения ($M=5$) учитывалась зависимость коэффициентов динамической вязкости и теплопроводности текущего газа от температуры в рамках молекулярно-кинетической теории. В ходе расчетного исследования эволюции сжимаемого ламинарного пограничного слоя на пластине с шероховатым участком выявлено возбуждение двумерных неустойчивых колебаний вязкой моды, инициирующих ламинарно-турбулентный переход. Подтверждено, что искусственные возмущения для умеренных чисел Маха ($M \leq 5$) могут спровоцировать смену режима течения. При этом теплопередача от пограничного слоя к стенке ($T_w < T^*$) оказывает стабилизирующее воздействие на пограничный слой, что может привести к затягиванию ламинарно-турбулентного перехода. Результаты моделирования удовлетворительно согласуются с имеющимися расчетными и экспериментальными данными.

Ключевые слова: прямое численное моделирование, ламинарно-турбулентный переход, сжимаемый пограничный слой, уравнения Навье – Стокса

1. Введение

Интерес к исследованию устойчивости сжимаемых пограничных слоев при сверхзвуковом течении продиктован в первую очередь потребностями ракетно-космической отрасли. Разработка эффективных методов управления ламинарно-турбулентным переходом является одной из ключевых технологий создания перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА). Аэротермодинамические характеристики тела, летящего со сверхзвуковой скоростью (лобовое сопротивление, подъемная сила, тепловые потоки, температура

поверхности) определяются состоянием пограничного слоя. Движение со скоростями, многократно превышающими скорость звука, приводит к экстремальному тепловому нагреву поверхности летательного аппарата, вследствие трения и адиабатического сжатия. При смене режима течения (турбулизации пограничного слоя) и без того значительные тепловые и динамические нагрузки могут возрасти в несколько раз. Возможность управлять процессом перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный (смещение точки перехода вверх или вниз по потоку) открывает широкие перспективы для улучшения аэродинамических характеристик высокоскоростных летательных аппаратов [1]. В частности, затягивание процесса перехода имеет важное практическое значение для высокоскоростных летательных аппаратов и позволяет значительно снизить сопротивление трения и аэродинамический нагрев поверхности при умеренных и больших числах Рейнольдса.

Для управления переходом к турбулентному режиму течения в сжимаемом пограничном слое применяются две принципиально различных технологии. Первая группа методов подразумевает непосредственное воздействие на волны неустойчивости, рост которых инициирует ламинарно-турбулентный переход. Смена характера сверхзвукового течения вызывается двумя типами наиболее неустойчивых возмущений – первой и второй модами Мэка [2–4]. Первая (вязкая) мода идентична волнам Толлмина–Шлихтинга, развивающимся в несжимаемом пограничном слое. Возмущения второй моды носят невязкий характер и имеют акустическую природу. С ростом числа Маха влияние акустических возмущений на развитие неустойчивости в пограничном слое возрастает и при гиперзвуковых скоростях потока звуковая мода становится доминирующей [2].

Эффективно воздействовать на пограничный слой можно также посредством генерации искусственных периодических возмущений. Согласно принципу суперпозиции, искусственно возбуждаемые волны могут спровоцировать смену режима или, напротив, находясь в противофазе, способны оказать стабилизирующее воздействие на пограничный слой и затянуть ламинарно-турбулентный переход. Для создания возмущений применяются упругие деформируемые поверхности (например, вибрирующая лента) и различные локализованные источники вибрации, периодический вдув-отсос и т.п. Для эффективного управления гиперзвуковым пограничным слоем также используются звукопоглощающие пористые покрытия, которые ослабляют акустические возмущения, однако оказывают дестабилизирующее воздействие на вязкие возмущения (вязкую моду) из-за шероховатости, свойственной пористым покрытиям [5].

Второй класс подходов предполагает воздействие на среднее течение в пограничном слое (создание благоприятного градиента давления, охлаждение или нагрев поверхности, отсасывание пограничного слоя).

Положение переходной области на плоской пластине определяется следующими параметрами – числом Маха, единичным числом Рейнольдса, а также зависит от многих факторов – условий теплопередачи между обтекаемой стенкой и текущей средой, радиуса закругления передней кромки, угла атаки, величины начальных возмущений и т.д. В частности, температурный фактор (отношение температуры стенки к температуре полного адиабатического торможения) в условиях интенсивного нагрева поверхности при сверхзвуковом обтекании оказывает значительное влияние на эволюцию волн неустойчивости, инициирующих ламинарно-турбулентный переход. Результаты исследований [6–8] показывают, что охлаждение поверхности подавляет рост возмущений первой моды и оказывает дестабилизирующее воздействие на вторую моду. Увеличение температурного фактора дает противоположный эффект для обеих мод. Следовательно, при умеренных сверхзвуковых скоростях ($M \leq 5$), когда первая мода доминирует в процессе ламинарно-турбулентного перехода, охлаждение поверхности должно привести к затягиванию смены режима течения. Для значительных чисел Маха характерно преобладание акустических мод, поэтому, уменьшение температурного фактора, напротив, окажет дестабилизирующее воздействие на гиперзвуковой пограничный слой [9].

За последние 50 лет для решения проблемы предсказания зоны ламинарно-турбулентного перехода разработано значительное количество экспериментальных методов и теоретических подходов, использующих различные критерии устойчивости. Экспериментальное исследование высокоскоростных течений в гиперзвуковых аэродинамических установках требует больших материальных затрат и сопряжено со значительными техническими трудностями, поэтому роль вычислительных технологий в решении подобных задач сложно переоценить. Использование методов теории пограничного слоя позволяет получить хорошие результаты при определенных условиях, однако их применение накладывает жесткие ограничения на геометрию расчетной области и параметры набегающего потока, а возможности подхода лимитированы узким классом физических постановок. Поэтому для решения практически важных инженерных и научных задач необходимо разрабатывать численные методы решения полной системы уравнений Навье – Стокса.

В настоящем исследовании с использованием современных вычислительных технологий методом прямого численного моделирования изучается эффективность управления ламинарно-турбулентным переходом в сверхзвуковом пограничном слое на плоской пластине с волнистой шероховатостью.

Автор не ставит перед собой задачу моделирования эволюции возмущений на всех стадиях развития неустойчивости, решение которой возможно лишь с использованием пространственных моделей. Цель настоящей работы – численное исследование двумерных неустойчивых колебаний первой моды, возникающих на начальных этапах ламинарно-турбулентного перехода и приводящих впоследствии к смене режима течения в пограничном слое.

2. Физическая постановка задачи

С целью исследования влияния искусственной шероховатости на ламинарно-турбулентный переход решается задача прямого численного моделирования двумерного, ламинарного, вязкого, сверхзвукового течения газа около плоской тонкой пластины с острой передней кромкой под нулевым углом атаки. Схема расчетной области представлена на рис. 1.



Рис. 1. Схематичное представление расчетной области для задачи моделирования обтекания плоской пластины с участком синусоидальной шероховатости

В соответствии с выбранной системой координат ось x направлена вниз по потоку; ось y перпендикулярна поверхности пластины. Нижняя сторона прямоугольной области соответствует обтекаемой поверхности. Поперечный размер расчетной области определялся с учетом того, что ударная волна, распространяющаяся от кромки, не будет взаимодействовать с верхней границей расчетной области. Левая граница отстоит на 0.5 см вверх по по-

току от края пластины. Для возбуждения периодических колебаний в центральной части гладкой поверхности был предусмотрен участок с распределенной шероховатостью, которая моделировалась группой периодических, регулярно повторяющихся синусоидальных выступов и впадин амплитудой k (рис. 1).

На передний край пластины набегают невозмущенный сверхзвуковой поток молекулярного азота с параметрами соответствующими состоянию атмосферы на высоте 25 км: $p_\infty = 2550$ Па, $T_\infty = 222$ К, $\rho_\infty = 0.0387$ кг/м³. Режим обтекания определяется также скоростью течения $V_\infty = 1519$ м/с, что соответствует числу Маха $M = 5$ и умеренному диапазону единичных чисел Рейнольдса набегающего потока $Re_{1\infty} = 4.05 \times 10^6$ м⁻¹. При моделировании использовались следующие термодинамические и переносные свойства азота:

$$c_p = 8.314 \frac{7}{2} \frac{1}{M_A} = 1039 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad M_A = 28 \times 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

Во всех расчетных случаях показатель адиабаты принимался равным $\gamma = 1.4$.

В рассматриваемом диапазоне сверхзвуковых чисел Маха динамическая вязкость μ и коэффициент теплопроводности λ вычислялись из соотношений молекулярно-кинетической теории [10–12]:

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{M_A T}}{\sigma^2 \Omega^{(2,2)*}}. \quad (1)$$

В формуле (1) $\sigma = 3.68 \text{ \AA}$ – характеристическая длина в ангстремах для азота [10], входящая в соотношение потенциала межатомного взаимодействия Леннарда – Джонса; $\Omega^{(2,2)*} = 1.157 \cdot (T^*)^{-0.1472}$ – интеграл столкновений, который зависит от $T^* = kT/\varepsilon$ – безразмерной характеристической температуры. В последнем соотношении $(\varepsilon/k) = 71.4 \text{ К}$ [10] – параметр потенциальной функции Леннарда – Джонса для азота; $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана.

$$\lambda = 8.334 \times 10^{-4} \sqrt{\frac{T}{M_A}} \frac{0.115 + 0.354 (c_p/R_0) M_A}{\sigma^2 \Omega^{(2,2)*}} \quad (2)$$

В соотношении (2) $R_0 = 8.314 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ – универсальная газовая постоянная.

При этом такие физические свойства среды, как число Прандтля Pr и удельная теплоемкость, предполагались постоянными (газ считался калорически совершенным).

Пристеночный слой начинает развиваться от переднего края пластины и остается ламинарным при относительно небольшом числе Рейнольдса, которое увеличивается вдоль обтекаемой поверхности пропорционально расстоянию от кромки. Продольный размер расчетной области был выбран равным $L = 18$ см (рис. 1). Выбор обусловлен значением критического числа Рейнольдса $Re_{x_{кр}}$, которое определяет переход от ламинарного течения к турбулентному в сверхзвуковом пограничном слое. Даже для простейшей геометрии положение переходной области зависит от многих параметров: числа Маха, температурного фактора, единичного числа Рейнольдса, радиуса затупления передней кромки, угла атаки, величины начальных возмущений, шероховатости, градиента давления. За исключением частных случаев, данные теоретических и опытных исследований в области предсказания положения ламинарно-турбулентного перехода неудовлетворительно согласуются между собой вследствие несовершенства численных моделей развития неустойчивых возмущений, особенно на нелинейной стадии. При экспериментальном исследовании ламинарно-турбулентного перехода также приходится сталкиваться с рядом специфических проблем: трудность оценки уровня и спектра начальных возмущений, характерных для каждой аэро-

динамической установки, невозможность экспериментального моделирования бесконечно тонких пластин и т.д. [13, 14].

В настоящей работе для определения необходимой протяженности расчетной области начало зоны ламинарно-турбулентного перехода в сжимаемом пограничном слое определялось с использованием оценочного значения $Re_{x_{кр}} = 5 \times 10^5$, которое обычно принимают при продольном обтекании плоской поверхности [15].

Волнистый участок длиной 5 см начинается на расстоянии 5 см от переднего края пластины и на всей протяженности имеет 15 полных периодов. Высота неровностей от дна впадины до вершины выступа выбрана равной $k = 0.25$ мм, что как минимум в 3 раза меньше локальной толщины пограничного слоя в сечении $X = 5$ см (толщина пограничного слоя варьируется в зависимости от тепловых условий на пластине). Для приближенной оценки состояния ламинарного сжимаемого пристеночного слоя использовались экспериментальные профили [15], полученные для широкого диапазона чисел Маха и различных условий теплообмена на обтекаемой поверхности.

На выходной границе расчетной области ставилось условие нулевого градиента. На верхней границе задавались параметры набегающего невозмущенного потока. На обтекаемой поверхности реализовывались условия прилипания для скорости и условие равенства нулю нормального градиента давления. Продольное обтекание изучалось при адиабатических и изотермических тепловых граничных условиях на пластине. При этом исследовалось влияние температурного фактора на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя. В рассматриваемых случаях температура стенки варьировалась в пределах от $T_w = T_\infty$ до $T_w = T^*$, где T^* – температура полного адиабатического торможения:

$$T^* = T_\infty \left[1 + \sqrt{\text{Pr}} \frac{(\gamma - 1)}{2} M_\infty^2 \right] \quad (3)$$

Расчеты выполнялись на регулярных криволинейных сетках размерностью более миллиона (3500×300) ячеек. В направлении оси x шаг сетки выбирался равномерным и равным $\Delta x \approx 0.05$ мм. Координатные линии сгущались к поверхности пластины так, что $\Delta y_{\min} = 0.002$ мм, следовательно, на область развитого сверхзвукового пограничного слоя приходилось порядка 100 узлов, при этом минимальное безразмерное расстояние от первого узла до стенки составляло $Y^+ = 0.3$. Необходимые характеристики очень подробных сеточных моделей подбирались на основе результатов “грубого” предварительного моделирования. С целью проверки того, что полученные решения не являются следствием численной неустойчивости, проводились серии последовательных вычислений на сетках с разрешением, увеличенным относительно исходного в два и четыре раза. На рис. 2 представлен фрагмент расчетной сетки вблизи синусоидальных элементов шероховатости

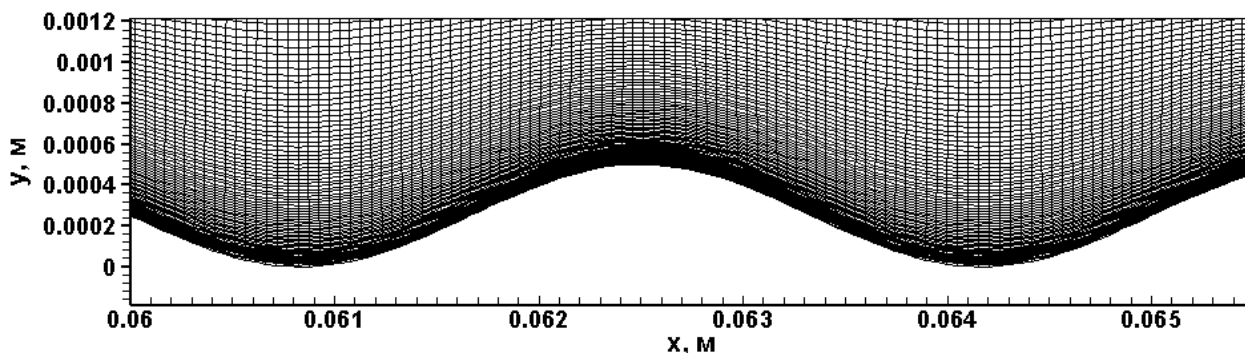


Рис. 2. Фрагмент расчетной сетки вблизи синусоидальных элементов шероховатости

3. Математическая модель и вычислительные аспекты

Прямое численное моделирование течения сжимаемого, вязкого, теплопроводного газа около пластины с участком синусоидальной шероховатости проводилось с использованием газодинамического модуля программного комплекса NERAT-2D, разработанного в Лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН [16,17]. Программа реализует интегрирование полной системы двумерных нестационарных уравнений Навье – Стокса для сжимаемого газа на структурированных криволинейных сетках.

Математическая модель включает в себя уравнение неразрывности, систему уравнений Навье – Стокса, уравнение сохранения энергии [16,17]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x}(\mu \operatorname{div} \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y}(\mu \operatorname{div} \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (6)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{V} \operatorname{grad} T = \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{V} \operatorname{grad} p + \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + Q_\mu, \quad (7)$$

$$Q_\mu = \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (8)$$

В соотношениях (4)–(8) x, y – декартовы координаты вдоль поверхности пластины и по нормали к ней; u, v – компоненты вектора скорости \mathbf{V} вдоль координатных линий x, y ; ρ, p – плотность и давление; μ – динамический коэффициент вязкости; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; T – температура газа; λ – коэффициент теплопроводности; Q_μ – объемная мощность тепловыделения, обусловленная диссипативными процессами в газе. Уравнения (4)–(8) используются совместно с уравнением состояния для совершенного газа.

Расчетная модель формулируется в криволинейной системе координат $\xi = \xi(x, y)$, $\eta = \eta(x, y)$, связанной с обтекаемой поверхностью. Исходная система уравнений (4)–(8) допускает взаимно однозначное преобразование с прямоугольной декартовой системой координат и может быть представлена в удобной для численной реализации форме [16, 17]:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} = \frac{\partial \mathbf{E}_\mu}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}_\mu}{\partial \eta}, \quad (9)$$

$$\mathbf{f} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{E}_\mu = \frac{1}{J \cdot \operatorname{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} \\ \xi_x \tau_{yx} + \xi_y \tau_{yy} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_\mu = \frac{1}{J \cdot \operatorname{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} \\ \eta_x \tau_{yx} + \eta_y \tau_{yy} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$U = \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v, \quad (12)$$

$$\tau_{xx} = J\mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\xi_x u}{J} \right)_{\xi} + \left(\frac{\eta_x u}{J} \right)_{\eta} \right] - \frac{2}{3} \left[\left(\frac{U}{J} \right)_{\xi} + \left(\frac{V}{J} \right)_{\eta} \right] \right\}, \quad (13)$$

$$\tau_{yy} = J\mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\xi_y v}{J} \right)_{\xi} + \left(\frac{\eta_y v}{J} \right)_{\eta} \right] - \frac{2}{3} \left[\left(\frac{U}{J} \right)_{\xi} + \left(\frac{V}{J} \right)_{\eta} \right] \right\}, \quad (14)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = J\mu \left[\left(\frac{U^*}{J} \right)_{\xi} + \left(\frac{V^*}{J} \right)_{\eta} \right], \quad (15)$$

$$U^* = \xi_y u + \xi_x v, \quad V^* = \eta_y u + \eta_x v \quad (16)$$

В формулах (9)–(16) $\tau_{xx}, \tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yy}$ – компоненты симметричного тензора вязких напряжений; Re – число Рейнольдса; $J = \xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x$ – якобиан преобразования координат, являющийся определителем матрицы Якоби:

$$J = \det \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{bmatrix}, \quad \xi_x = \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad \xi_y = \frac{\partial \xi}{\partial y}, \quad \eta_x = \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \eta_y = \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (17)$$

При этом уравнение сохранения энергии преобразуется к следующему виду [16, 17]:

$$\begin{aligned} \frac{\rho c_V}{J} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_V \frac{U}{J} \frac{\partial T}{\partial \xi} + \rho c_V \frac{V}{J} \frac{\partial T}{\partial \eta} &= \left(\frac{Q_{\Sigma}}{J} \right) \frac{\gamma L_0}{\rho_{\infty} u_{\infty} c_{p\infty} T_{\infty}} + \\ &+ \frac{\gamma}{Re Pr} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\lambda \frac{(\xi_x^2 + \xi_y^2)}{J} \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] + \frac{\gamma}{Re Pr} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\lambda \frac{(\eta_x^2 + \eta_y^2)}{J} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] + \\ &+ \frac{\gamma}{Re Pr} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\lambda \frac{(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)}{J} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right] + \frac{\gamma}{Re Pr} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\lambda \frac{(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)}{J} \frac{\partial T}{\partial \xi} \right], \end{aligned} \quad (18)$$

где $Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{\lambda}$ – число Прандтля; L_0 – характерный размер; c_V – удельная теплоемкость при постоянном объеме; Q_{Σ} – объемная мощность тепловыделения, обусловленная работой сил давления Q_p и вязкой диссипацией в газе Q_{μ} .

$$\frac{Q_{\Sigma}}{J} = \frac{Q_p}{J} + \frac{Q_{\mu}}{J}, \quad (19)$$

$$\frac{Q_p}{J} = -p \left[\left(\frac{U}{J} \right)_{\xi} + \left(\frac{V}{J} \right)_{\eta} \right] \cdot \left(\frac{\rho_{\infty} u_{\infty}^3}{L_0} \right), \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{Q_{\mu}}{J} &= \mu J \left\{ 2 \left[\left(\frac{\xi_x u}{J} \right)_{\xi} + \left(\frac{\eta_x u}{J} \right)_{\eta} \right]^2 + 2 \left[\left(\frac{\xi_y v}{J} \right)_{\xi} + \left(\frac{\eta_y v}{J} \right)_{\eta} \right]^2 + \right. \\ &\left. + \left[\left(\frac{U^*}{J} \right)_{\xi} + \left(\frac{V^*}{J} \right)_{\eta} \right]^2 - \frac{2}{3} \left[\left(\frac{U}{J} \right)_{\xi} + \left(\frac{V}{J} \right)_{\eta} \right]^2 \right\} \cdot \left(\frac{\mu_{\infty} u_{\infty}^2}{L_0^2} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

Индекс “∞” используется для параметров набегающего потока.

Сформулированная система нестационарных уравнений динамики сжимаемого вязкого теплопроводного газа решалась методом расщепления по физическим процессам. Уравнения Навье–Стокса и неразрывности интегрировались с использованием AUSM конечно-разностных схем второго порядка точности [18]. Для повышения порядка аппроксимации потоков на гранях элементарных конечно-разностных объемов применялся алгоритм MUSCL с ограничителем minmod [19, 20].

Интегрирование уравнения сохранения энергии проводилось с применением неявной пятиточечной конечно-разностной схемы второго порядка [16, 17].

4. Результаты численного моделирования

На первом этапе численных исследований решалась классическая задача о двумерном вязком взаимодействии сверхзвукового потока газа с плоской полубесконечной пластиной с острой кромкой при различных условиях теплообмена на поверхности. Параметры потока, набегающего на пластину слева направо под нулевым углом атаки (см. рис. 1), были определены выше для случая обтекания поверхности с участком волнистой шероховатости. Длина расчетной области в направлении оси x составляла $L = 18$ см.

Вязкое сверхзвуковое обтекание плоской гладкой пластины с острой передней кромкой характеризуется плавным торможением потока от скорости невозмущенного течения до нуля на обтекаемой поверхности. Быстрое нарастание пограничного слоя в сжимаемом пристеночном течении приводит к возникновению на острой кромке пластины присоединенной ударной волны. Формирование последней оказывает влияние на локальное давление в пограничном слое. Давление резко возрастает в окрестности передней кромки, вследствие проявления эффектов вязкого взаимодействия набегающего потока с пограничным слоем. Степень влияния вязко-невязкого взаимодействия [21] на плоской поверхности, обтекаемой сверхзвуковым течением, которая снижается вниз по потоку, удобно оценить с использованием параметра χ :

$$\chi = \frac{M_\infty^3 \cdot \sqrt{C}}{\sqrt{\text{Re}_x}}, \quad (22)$$

где Re_x – локально число Рейнольдса по длине пластины x , отмеряемое вдоль ее поверхности от передней кромки; $C = \left(\frac{\mu_w}{\mu_\infty}\right) \cdot \left(\frac{T_\infty}{T_w}\right)$ – поправочный коэффициент, учитывающий нелинейность зависимости вязкости от температуры [21]. Линейная зависимость указанных параметров предполагалась при выводе соотношения (22). Значения величин, входящих в формулу для поправочного коэффициента, вычисляются из выражения (1).

При этом область течения, для которой $\chi > 3$, характеризуется сильным вязко-невязким взаимодействием, а значения параметра $\chi < 3$ задают режим слабого вязко-невязкого взаимодействия сверхзвукового потока с ламинарным пограничным слоем. Для заданных условий обтекания, характеризующихся числом Маха $M = 5$ и единичным числом Рейнольдса $\text{Re}_{1\infty} = 4.05 \times 10^6 \text{ м}^{-1}$, сильное вязко-невязкое взаимодействие проявляется только в непосредственной близости от кромки пластины. Следовательно, моделируемое течение должно хорошо описываться асимптотической теорией слабого взаимодействия [21, 22]. В рамках указанной теории распределение давления на плоской пластине, которое индуцируется вязким взаимодействием набегающего потока с пограничным слоем, с высокой точностью удовлетворяет следующему соотношению [21, 22]:

$$\frac{p_w}{p_\infty} = 1 + 0.31\chi + 0.05\chi^2 \quad (23)$$

Результаты сопоставления расчетного профиля давления на плоской адиабатической пластине с распределением (23), предсказанным теорией слабого вязко-невязкого взаимодействия, продемонстрированы на рис. 3. Хорошее совпадение подтверждает достоверность используемых численных моделей.

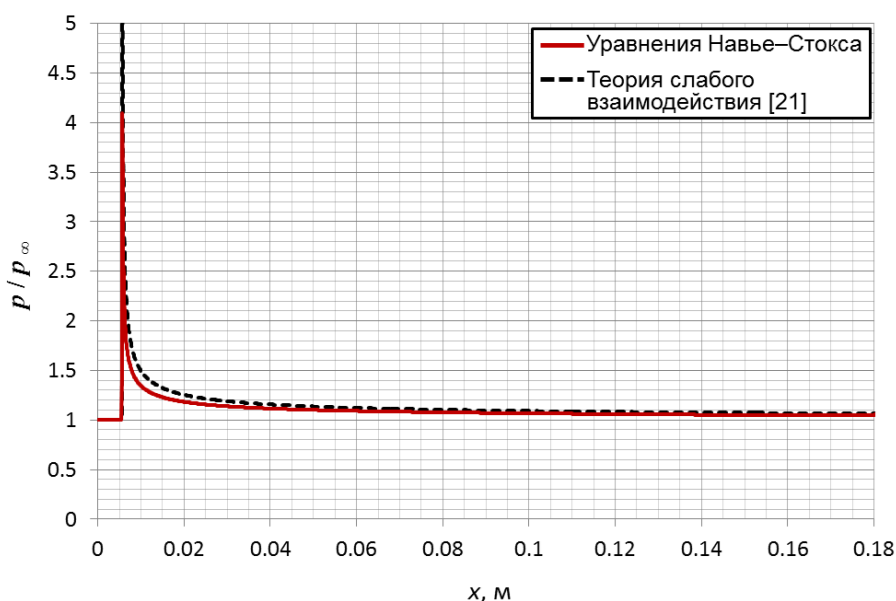


Рис. 3. Сравнение расчетных профилей относительного давления p/p_∞ на адиабатической гладкой пластине, полученных в ходе численного моделирования и предсказанных теорией вязко-невязкого взаимодействия

Для подробного анализа исследуемой проблемы необходимо вычислить поля скоростей и температур в расчетной области, профили локальных коэффициентов поверхностного трения C_f и теплоотдачи $\alpha = q_w / (T_{aw} - T_w)$ на поверхности, где T_{aw} – температура адиабатической стенки (для случая теплоизолированной пластины плотность теплового потока $q_w = 0$), а также характер зависимости указанных параметров от начальных условий задачи. Кроме этого представляет интерес поведение таких параметров пограничного слоя, как безразмерная толщина, толщина вытеснения, толщина потери импульса и т.п. Однако с точки зрения инженерных приложений, наиболее важными являются значения коэффициентов поверхностного трения и теплоотдачи на обтекаемой поверхности.

На рис. 4, 5 помещены расчетные поля давлений и температур вблизи теплоизолированной пластины. Из рис. 4 видно, что исследуемое течение характеризуется резким скачком давления в окрестности передней кромки, которое затем плавно снижается вниз по потоку.

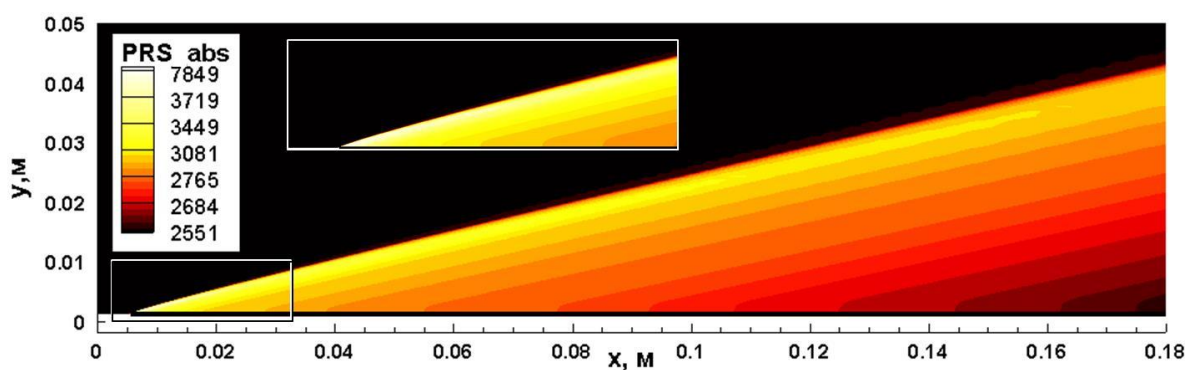


Рис. 4. Распределение давления (Па) в области возмущенного течения около адиабатической пластины

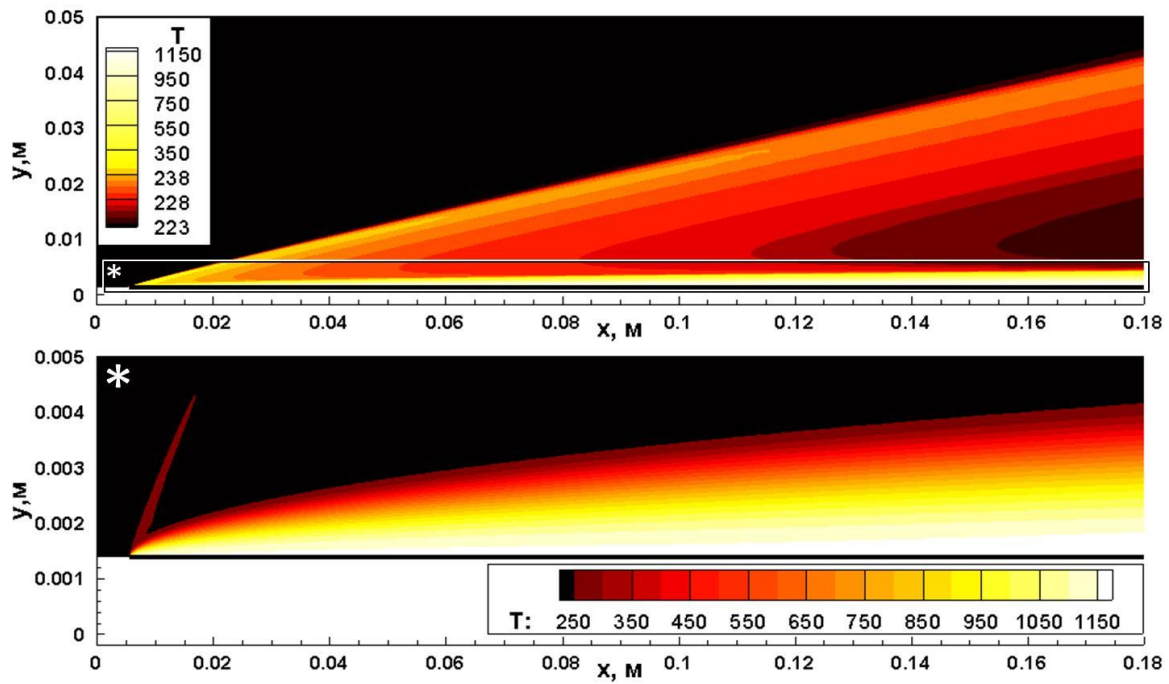


Рис. 5. Поле температур (К) вблизи теплоизолированной пластинки. Область возмущенного течения, ограниченная ударной волной (вверху) и тепловой пограничный слой (внизу)

На рис. 6 показаны распределения температур поперек пограничного слоя на плоской пластине для серии сечений, расположенных на различном расстоянии от ее передней кромки.

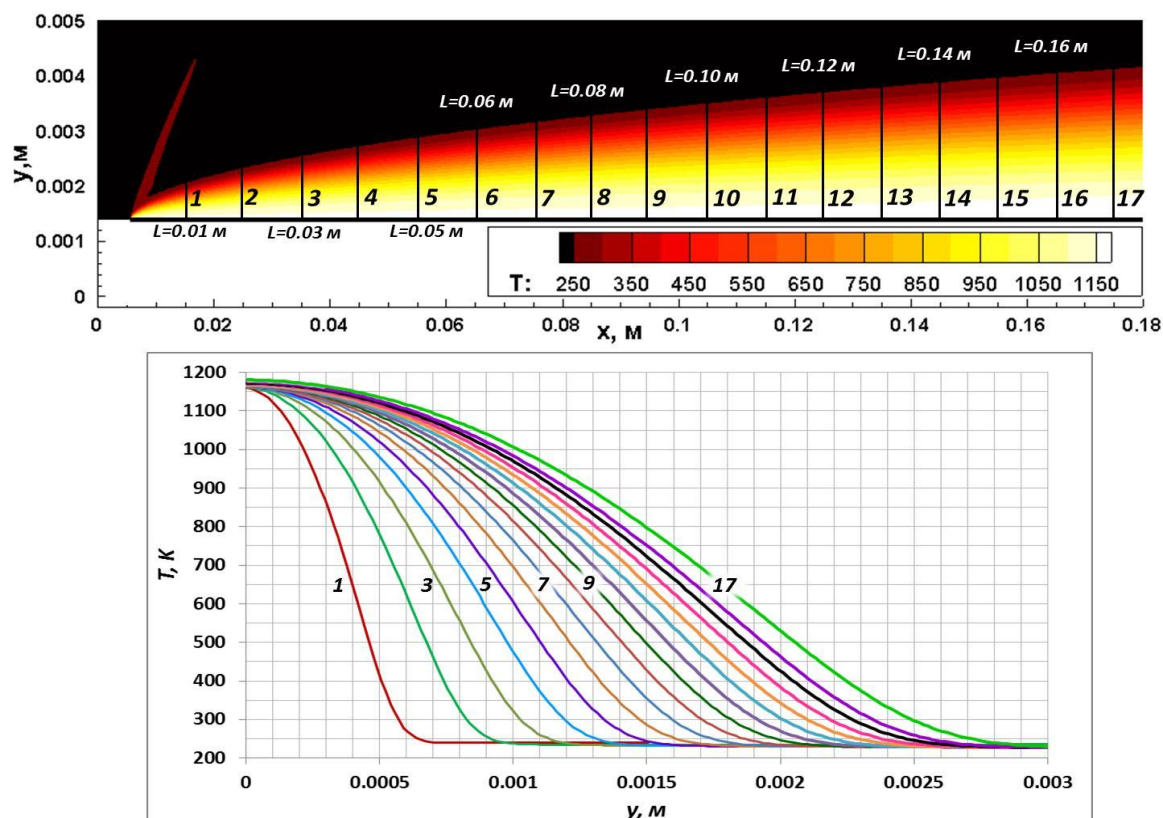


Рис. 6. Профили температур (К) в различных сечениях вдоль адиабатической пластины

Расчетные данные демонстрируют плавный рост температуры газа вниз по течению около адиабатической поверхности от значения ~ 1150 К в окрестности кромки до температуры полного торможения T^* . На рис. 7 представлены расчетные профили безразмерной скорости u/V_∞ поперек динамического пограничного слоя вдоль пластины для той же серии сечений.

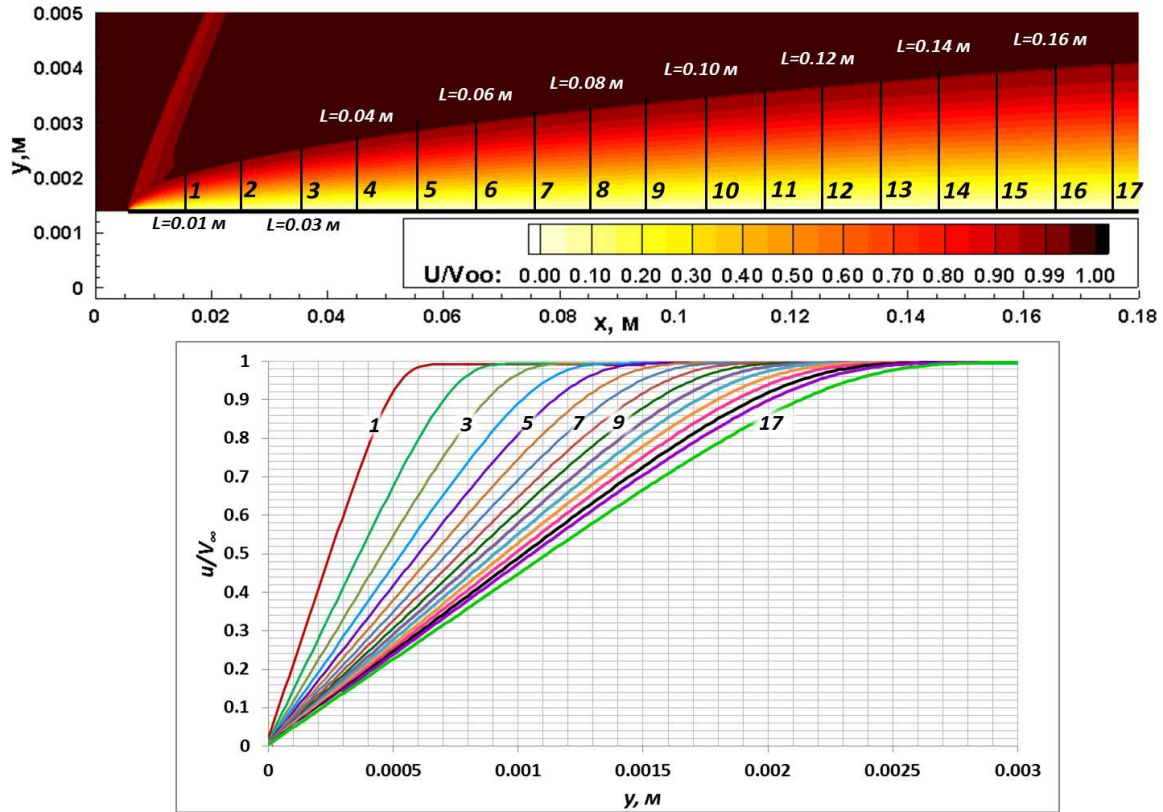


Рис. 7. Профили продольной скорости в различных сечениях вдоль теплоизолированной пластины

Полученные распределения советуют ламинарному режиму течения [15]. На достаточно небольшом расстоянии от края пластины (около 5 см) относительные скорости и температура могут быть представлены в виде зависимостей одной переменной $\eta = y \cdot \sqrt{\frac{V_\infty}{\nu_\infty \cdot x}}$, где $\nu_\infty = \frac{\mu_\infty}{\rho_\infty}$ – коэффициент кинематической вязкости (рис. 8). На рисунке в соответствующих графических областях по оси ординат отложены значения безразмерных скорости $\frac{u}{V_\infty}$ и температуры $\frac{T}{T_\infty}$, по оси абсцисс – безразмерная поперечная координата η .

Для ламинарного сжимаемого течения около плоской пластины оценочные значения локальных коэффициентов поверхностного трения вдоль обтекаемой поверхности можно получить из корреляционного соотношения [23]

$$C_f = \frac{\tau_w}{0.5 \rho_\infty V_\infty^2} = \frac{2 \mu_w [\partial u(x, 0) / \partial y]}{\rho_\infty V_\infty^2} \approx \frac{0.664 \sqrt{C^*}}{\sqrt{\text{Re}_x}}, \quad (24)$$

где $C^* = \frac{(\rho_w \cdot \mu_w)}{(\rho_\infty \cdot \mu_\infty)}$ – параметр Чепмена – Рубезина, который аналогичен параметру C в соотношении (22).

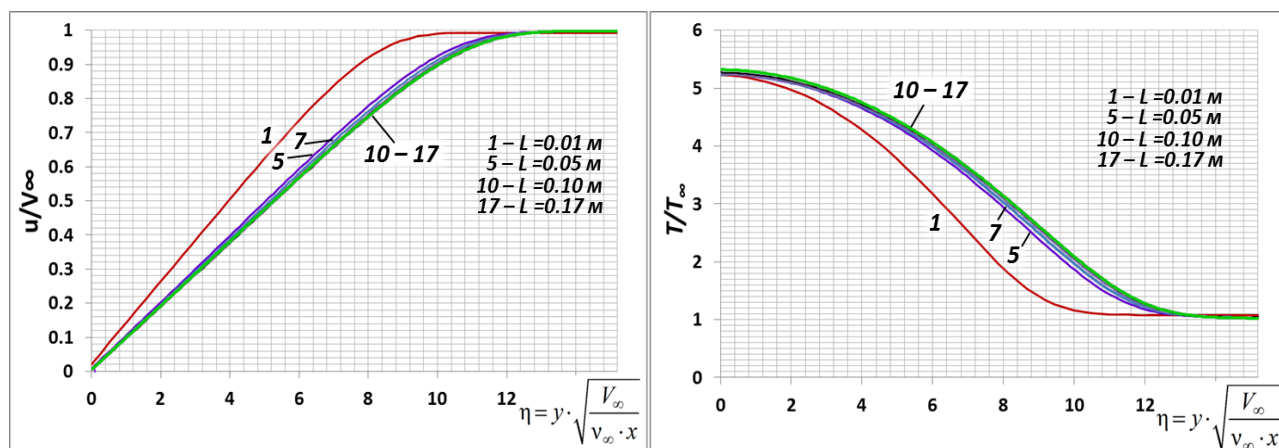


Рис. 8. Распределения безразмерных скоростей и температуры в сжимаемом ламинарном пограничном слое на продольно обтекаемой гладкой пластине при отсутствии теплопередачи для различных сечений

На рис. 9 представлены распределения локальных коэффициентов поверхностного трения C_f вдоль поверхности адиабатической пластины, полученные в результате численного моделирования и из оценочного соотношения (24).

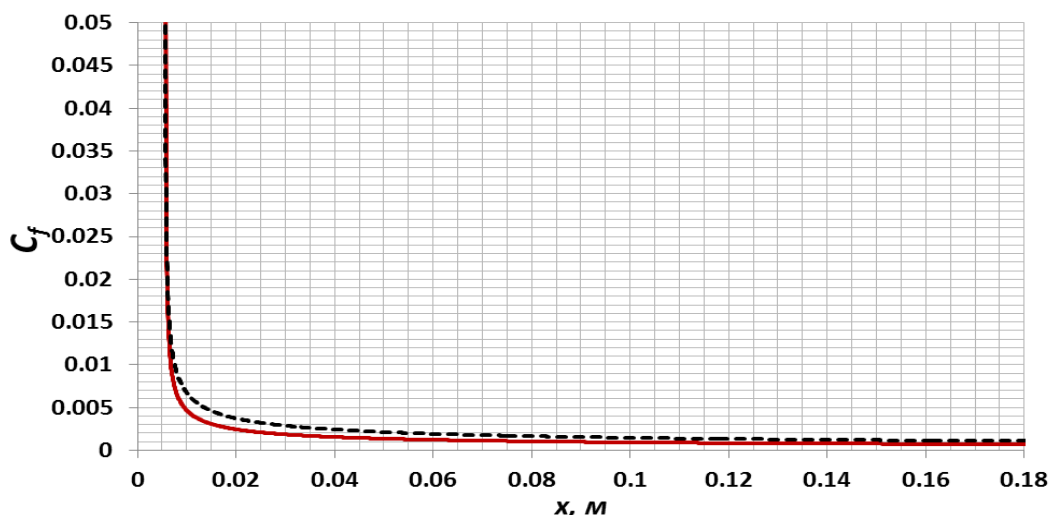


Рис. 9. Сравнение расчетного распределения локальных коэффициентов трения на теплоизолированной пластине с профилем, построенным по корреляционной зависимости

На втором этапе с использованием рассмотренной технологии методом прямого численного моделирования исследовалось влияние волнистой шероховатости, с амплитудой меньшей локальной толщины пограничного слоя (см. рис. 1), на устойчивость пристеночного течения на теплоизолированной поверхности. Постановка рассматриваемой задачи ничем не отличалась от предыдущей, за исключением наличия участка волнистой шероховатости в центральной части плоской пластины. На рис. 10–13 показаны результаты прямого численного моделирования в виде распределения относительного давления вдоль обтекаемой поверхности (рис. 10), а также расчетных полей давления (рис. 11), температуры (рис. 12) и скорости (рис. 13) вблизи пластины. Представленные данные иллюстрируют, что наличие шероховатой секции дестабилизирует пограничный слой и приводит к возникновению неустойчивых колебаний, инициирующих впоследствии ламинарно-турбулентный переход. Интересно, что двумерные неустойчивые возмущения развиваются вниз по потоку на достаточно большом расстоянии от конца шероховатого участка.

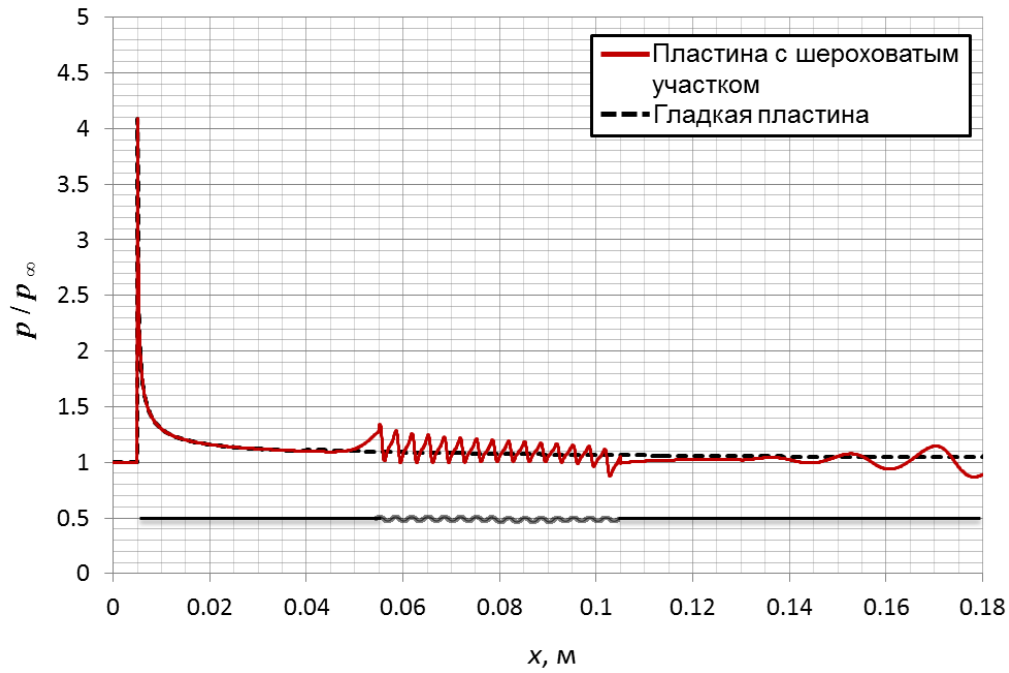


Рис. 10. Распределение относительного давления p/p_∞ на адиабатической пластине с участком волнистой шероховатости

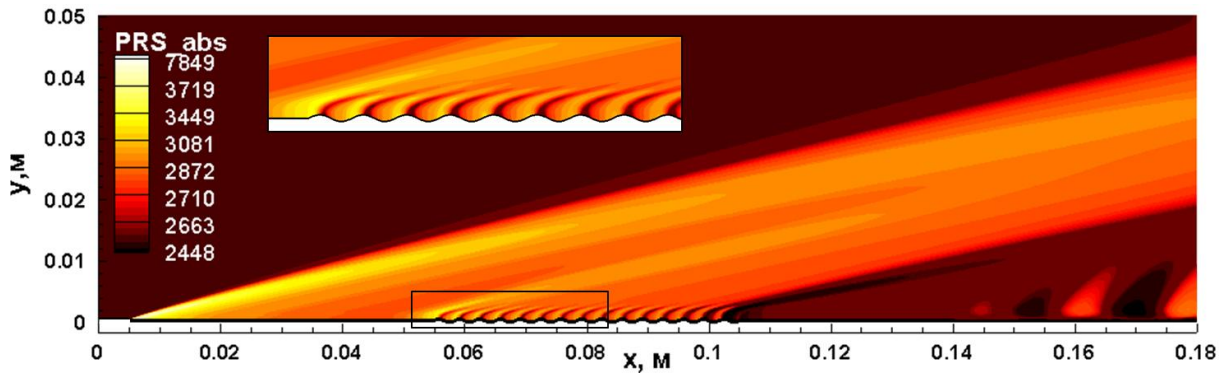


Рис. 11. Распределение давления (Па) в области возмущенного течения около адиабатической пластины с шероховатым участком. Развитие неустойчивых колебаний за серией синусоидальных выступов вниз по течению

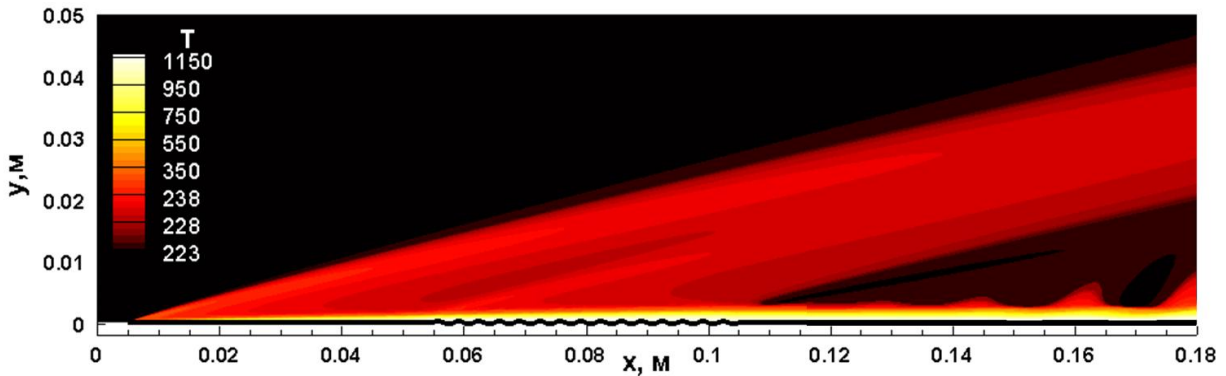


Рис. 12. Поле температур (К) в окрестности теплоизолированной пластины с участком волнистой шероховатости

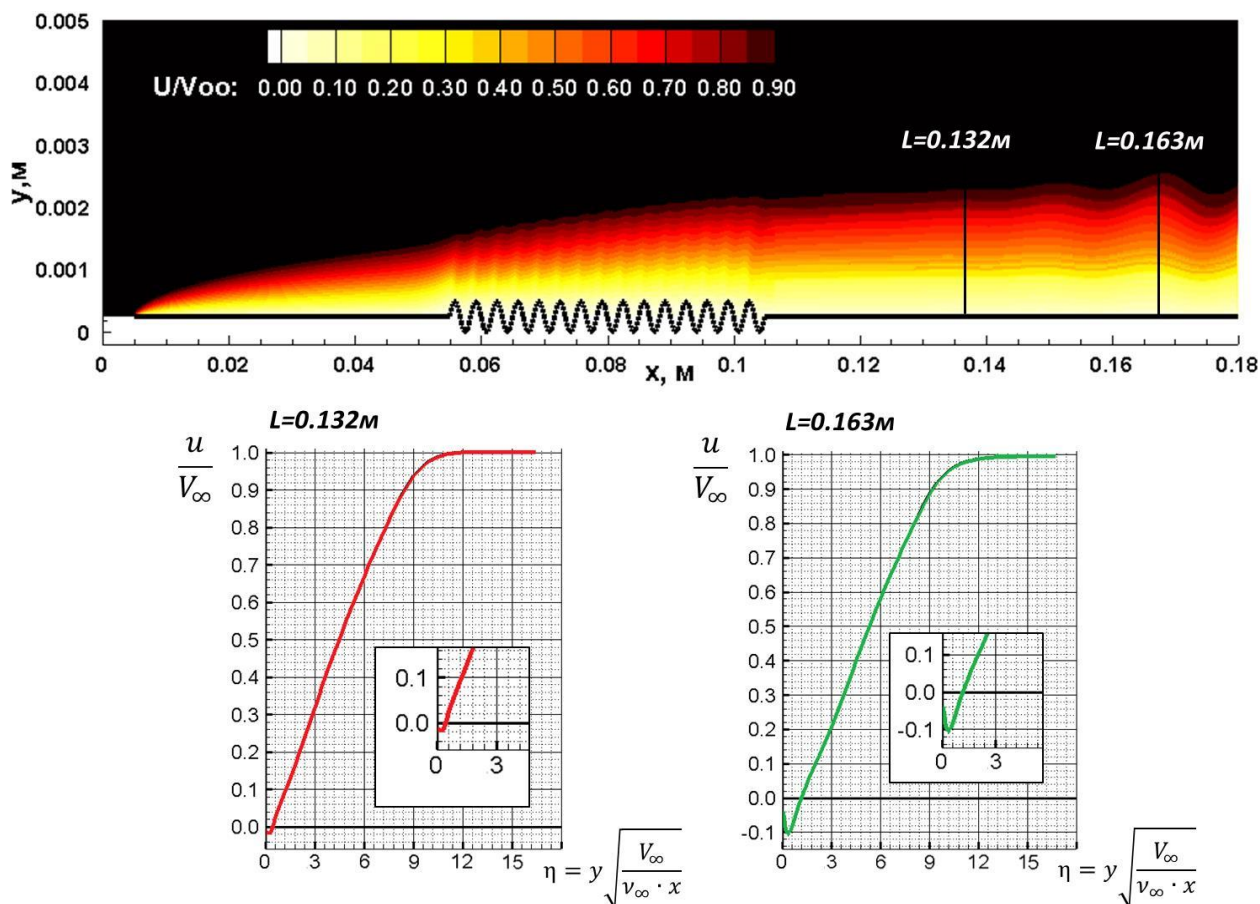


Рис. 13. Динамический пограничный слой на адиабатической поверхности с волнистым участком. Профили безразмерной продольной скорости в двух сечениях в области потери устойчивости

С целью подтверждения того, что наблюдаемые колебания имеют физическую природу, а не являются проявлением численной неустойчивости, вычисления проводились на сетках различной подробности. Исходная расчетная сетка (3500×300) последовательно измельчалась в два и четыре раза.

Третий этап исследования был посвящен изучению влияния различных условий теплообмена на устойчивость пристеночного течения на пластине. В частности была рассмотрена задача изотермического обтекания пластины с участком волнистой шероховатости для различных значений температурного фактора T_w/T^* . При этом температура стенки варьировалась в диапазоне от $T_w = T_\infty$ до $T_w = T^*$ (3). На рис. 14 помещены расчетные профили безразмерных скоростей и температуры в ламинарном пограничном слое на гладкой пластине, на поверхности которой поддерживается постоянная температура T_w для нескольких значений температурного фактора.

Интенсивность теплообмена с обтекаемой изотермической поверхностью можно охарактеризовать значением безразмерного коэффициента теплоотдачи – критерия Стентона St , приближенную оценку которого можно получить с использованием аналогии Рейнольдса [15] из следующего соотношения [23]:

$$St = \frac{q_w}{\rho_\infty V_\infty c_p (T_{aw} - T_w)} = \frac{\lambda_w [\partial T(x, 0) / \partial y]}{\rho_\infty V_\infty c_p (T_{aw} - T_w)} \approx \frac{C_f}{2Pr^{2/3}}, \quad (25)$$

где T_{aw} – температура адиабатической стенки.

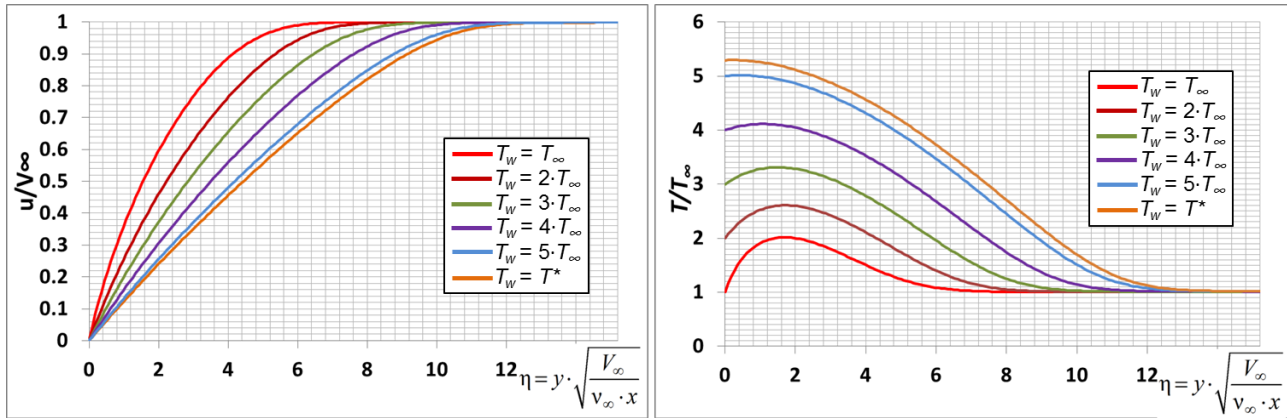


Рис. 14. Зависимости относительной продольной скорости (слева) и относительной температуры (справа) от безразмерной продольной координаты в развитом ламинарном пограничном слое на гладкой изотермической пластине при различных значениях температурного фактора

На рис. 15 приведены полученные данные по распределению числа Стентона, определенного с использованием локального коэффициента теплоотдачи вдоль обтекаемой пластины для одного из вариантов $T_w = 3 \cdot T_\infty$. Следует отметить, что знак безразмерного коэффициента теплоотдачи в соотношении (25) не учитывался, а в рассмотренных условиях охлаждения изотермической поверхности теплопередача осуществляется от пограничного слоя к стенке.

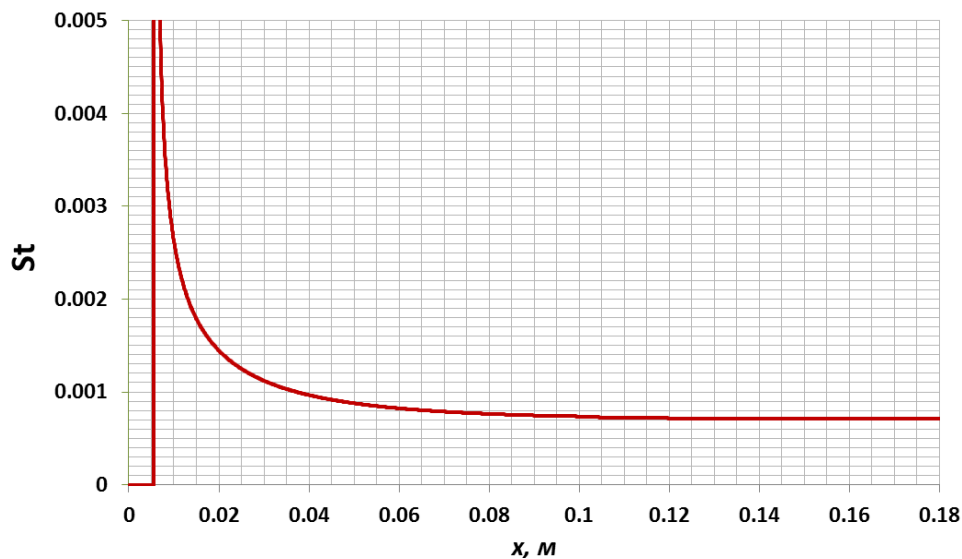


Рис. 15. Распределение локального числа Стентона St вдоль изотермической поверхности, на которой поддерживается температура $T_w = 3 \cdot T_\infty$

Проведенные численные исследования подтверждают результаты ряда классических экспериментальных работ [6–8, 24, 25]. В частности, охлаждение поверхности оказывает стабилизирующее воздействие на двумерные неустойчивые возмущения первой моды, что проиллюстрировано на рис. 16 с использованием распределений безразмерного давления вдоль шероховатой пластины для различных температур T_w . При охлаждении стенки до температуры $T_w < 2 \cdot T_\infty$ колебания полностью подавляются, а пристеночное течение остается полностью ламинарным во всей области решения. С ростом температурного фактора область неустойчивости смещается вверх по потоку, а амплитуда возмущений возрастает.

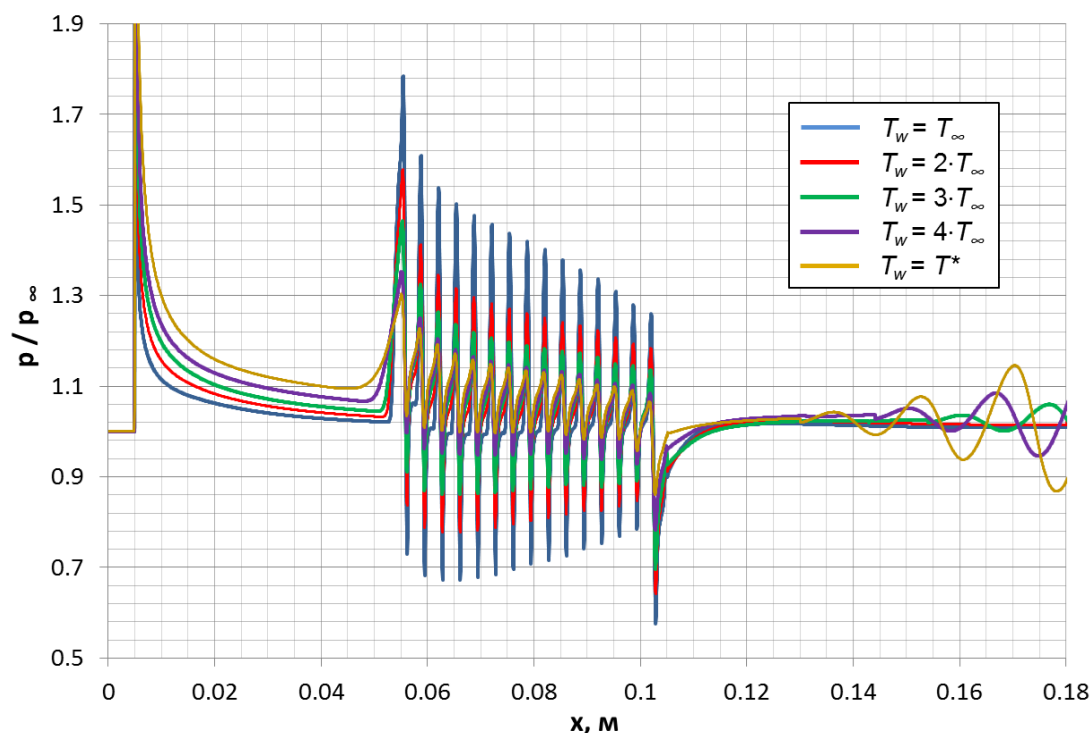


Рис. 16. Профили относительного давления p/p_∞ на изотермической пластине с участком волнистой шероховатости. Смещение области неустойчивости за шероховатой секцией вверх по потоку, и возрастание интенсивности колебаний при увеличении температуры, поддерживаемой на обтекаемой поверхности

Еще раз подчеркнем, что первая мода доминирует в процессе ламинарно-турбулентного перехода при малых и умеренных числах Маха ($M \leq 5$). Поэтому охлаждение поверхности приводит к затягиванию смены режима течения лишь для рассматриваемого диапазона скоростей. При значительных гиперзвуковых скоростях ($M > 6$) в переходном процессе начинают преобладать акустические возмущения, а влияние вязкой моды ослабевает [6–8]. Учитывая, что охлаждение поверхности оказывает обратный, дестабилизирующий эффект на неустойчивые колебания акустической природы, уменьшение температурного фактора при скоростях набегающего потока $M > 6$ инициирует более ранний переход к турбулентному течению.

5. Заключение

Методом прямого численного моделирования исследовано влияние искусственной шероховатости и условий теплопередачи между обтекаемой поверхностью и текущей средой на устойчивость сжимаемого пограничного слоя на плоской пластине. Изучено двумерное, ламинарное, вязкое, сверхзвуковое течение газа около плоской тонкой пластины с острой передней кромкой при адиабатических и изотермических граничных условиях. Рассмотрены различные расчетные случаи для широкого диапазона изменения температуры стенки. Для каждого варианта получены поля давлений, скоростей и температур в расчетной области; построены профили относительного давления, локальных коэффициентов поверхностного трения и теплоотдачи вдоль обтекаемой поверхности, а также распределения скоростей и температур в пограничном слое.

Показано, что искусственная шероховатость, которая моделировалась группой периодических, регулярно повторяющихся синусоидальных выступов и впадин амплитудой меньшей локальной толщины пограничного слоя, порождает двумерные неустойчивые колебания вязкой моды, идентичные волнам Толлмина – Шлихтинга.

Подтверждено, что температурный фактор в условиях интенсивного нагрева поверхности при сверхзвуковом обтекании оказывает значительное влияние на развитие двумерных волн неустойчивости первой моды, инициирующих ламинарно-турбулентный переход при умеренных числах Маха. Результаты исследований показали, что для рассмотренного диапазона скоростей ($M \leq 5$) охлаждение поверхности подавляет рост неустойчивых возмущений первой моды и приводит к затягиванию смены режима течения. С ростом температурного фактора область неустойчивости смещается вверх по потоку, а амплитуда возмущений возрастает. Результаты моделирования удовлетворительно согласуются с имеющимися расчетными и экспериментальными данными.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю, академику РАН, проф. С.Т. Суржикову за идеи, положенные в основу работы.

Работа выполнена в Лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН при поддержке гранта РФФИ 16-01-00379, гранта РНФ № 16-11-10275.

Литература

1. Фабрикант Н.Я. Аэродинамика. Общий курс. – М.: Наука, 1964. – 814 с.
2. Качанов Ю.С., Козлов В.В., Левченко В.Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. – Новосибирск: Наука, 1982. – 150 с.
3. Mack L.M. The inviscid stability of the compressible laminar boundary-layer // Jet Propulsion Laboratory Space Programs Summary 37-36, 1964. № 4. Pp. 221–223.
4. Mack L.M. The stability of the compressible laminar boundary layer according to a direct numerical solution // Recent Developments in Boundary Layer Research. Part 1. AGAR-Doqraph 97, 1965. Pp. 329–362.
5. Гапонов С.А., Ермолаев Ю.Г., Косинов А.Д., Лысенко В.И., Семенов Н.В., Смородский Б.В. Влияние глубины пористого покрытия на устойчивость и переход сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине // Теплофизика и аэромеханика, 2012. Т. 19. № 5. С. 555–560.
6. Mack L.M. Boundary layer stability theory / Jet Propulsion Laboratory Preprint 900-277, 1969.
7. Mack L.M. Linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition // AIAA Journal, 1975. Vol. 13. № 3. Pp. 278–289.
8. Mack L.M. Boundary-Layer Linear Stability Theory / AGARD Report 709, 1984.
9. Morkovin M.V. Transition at Hypersonic Speeds / ICASE Interim Report 1, NASA CR-178315, 1987.
10. van Driest E.R. Investigation of laminar boundary layer in compressible fluids using the Crocco method / NASA-TN-2597, 1952.
11. Childs G.E., Hanley H.J.M. The viscosity and thermal conductivity coefficients of dilute nitrogen and oxygen / National Bureau of Standards. Tech. Note 350, 1966. 28 p.
12. Svehla R.A. Estimated viscosities and thermal conductivity of gases at high temperatures / NASA Tech. Rep. NR-132, 1962. 115 p.
13. Корнилов В.И. Исследование перехода пограничного слоя на плоской пластине при сверх- и гиперзвуковых скоростях // Теплофизика и аэромеханика, 2009. Т. 16. № 3.
14. Hopkins E.J., Jillie D.W., Sorensen V.L. Charts for estimating boundary-layer transition on flat plates / NASA TN D-5846, 1970. 33 p.
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – Москва: Наука, 1974. – 712 с.
16. Суржиков С.Т. Актуальные проблемы механики. Физико-химическая механика жидкостей и газов. – М.: Наука, 2010. – 350 с.
17. Суржиков С.Т. Гиперзвуковое обтекание разреженным газом поверхностного тлеющего разряда с внешним магнитным полем. – М.: ИПМех РАН, 2011. – 273 с.

18. Edwards J.R., Liou M.S. Low-Diffusion Flux-Splitting Methods for Flows at All Speeds // *AIAA Journal*, 1998. Vol. 36. №9. Pp. 1610–1617.
19. Issa R.I., Javareshkian M.H. Pressure-Based Compressible Calculation Method Utilizing Total Variation Diminishing Schemes // *AIAA Journal*, 1998. Vol. 36, №9. Pp. 1652–1657.
20. Колган В.П. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // *Ученые записки ЦАГИ*, 1972. Т. 3. №6. С. 68–77.
21. Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф. Теория гиперзвуковых течений. – М.: Изд-во Иностранной литературы, 1962. – 607 с.
22. Lees L., Probstein R.F. Hypersonic viscous flow over a flat plate / Rep. № 195, Dept. Aeronaut. Eng., Princeton Univ., Princeton, 1952.
23. Chapman D.R., Rubesin M.W. Temperature and velocity profiles in the compressible laminar boundary layer with arbitrary distribution of surface temperature // *Journal of Aeronautical Sciences*, 1949. Vol. 16. Pp. 547–565.
24. Demetriades A. New Experiments on Hypersonic Boundary Layer Stability Including wall temperature Effect // *Proceedings of the Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute*, 1978. Pp. 39–54.
25. Demetriades A. Laminar Boundary Layer Stability Measurements at Mach 7 Including Wall Temperature Effects // *AFOSR-TR-77-1311*, 1977. 73 p.

Статья поступила в редакцию 29 ноября 2016 г.