

# Noise Suppression and Filtering when Processing Images of Drop and Wave Flows

Sh. K. Khairbekov

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics, Russian Academy of Sciences (IPMech RAS),  
Moscow, 119526, Russia*

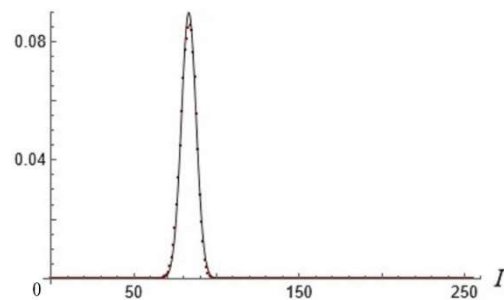
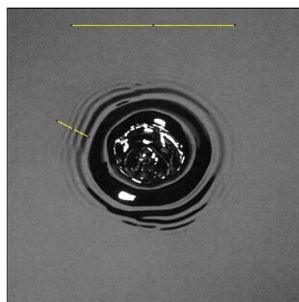
msturist09@mail.ru

## Abstract

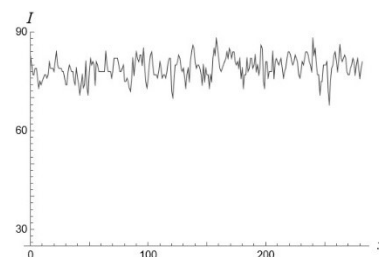
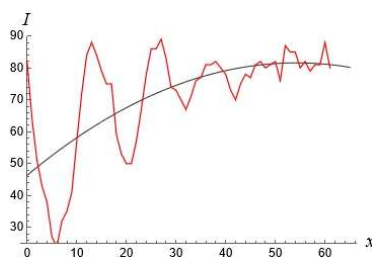
Using the example of the formation of capillary waves on the surface of a molten metal induced by the merging of a drop of liquid galinstan in the impact mode, an attempt is made to construct a systematic approach to filtering images of drop and wave flows. The technique is based on assessing the statistical parameters of noise with the selection of filters that best suit a certain type of noise, followed by the signal-to-noise ratio estimation.

The paper provides a review of the literature on both various types of filters and image processing in fluid mechanics.

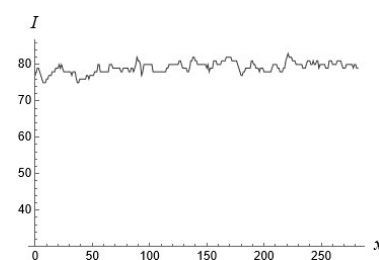
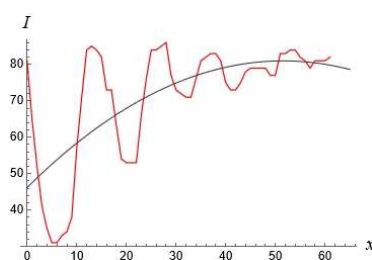
Keywords: capillary waves, drop impact, image processing, median filter, histogram, signal-to-noise ratio.



Photograph of the surface of a liquid metal after the impact of a drop with the formation of capillary waves – left; noise histogram (red dots) with normal distribution plot (solid black line) – right.



Profiles of gray level variation of the useful signal with trend line (left) and noise (right) of the original image



Profiles of gray level variation of the useful signal (left) and noise (right) after median filter has been applied

УДК 532.5

# Подавление шумов и фильтрация при обработке изображений капельных и волновых течений

Ш. Х. Хайирбеков

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН  
Россия, Москва, 119526, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1  
msturist09@mail.ru*

## Аннотация

На примере образования капиллярных волн на поверхности расплавленного металла, индуцированных слиянием капли жидкого галлестана в импактном режиме, дана попытка построения систематизированного подхода к фильтрации изображений капельных и волновых течений. Методика основана на оценке статистических параметров шума с подбором фильтров, которые наилучшим образом подходят под определенный тип шума, с последующей оценкой отношения «сигнал/шум».

В работе дан обзор литературы как по типам фильтров, так и по обработке изображений в механике жидкостей.

Ключевые слова: капиллярные волны, импакт капли, фильтрация изображений, медианный фильтр, гистограмма, отношение «сигнал/шум».

## 1. Введение

Существует достаточно обильное число книг, руководств и справочников по обработке изображений [1–4]. Одно из основных направлений цифровой обработки изображений в гидродинамике – это обработка шумов, вызванных турбулентностью в области пограничных слоев [5], струй [6]. Также есть работы по подавлению шума в изображениях полей скорости течения, полученных с помощью НРIV-метода [7].

В контексте импакта капель и капельных течений основные работы посвящены определению размеров капелек в струях и спреях [8]; определению границ венца и его длины, контактного угла, а также вырожденных компонентов течений (кромки, вершины) при импакте капля [9]. Стоит отметить использование таких моделей машинного обучения в области обработки изображений и последующего извлечения деталей течений как, например, нейронных сетей с прямой связью [10].

Однако работ по фильтрации изображений капельных течений и капиллярно-волновых процессов, развивающихся при импакте капли, практически не встречается. Предварительная фильтрация может потребоваться при измерении частоты капиллярных волн в точке и длин волн по высоте венца при падении капли в воду [11] и других параметров течений и волн. Учитывая большой спектр приложений в промышленности и технологиях, корректная обработка изображений капельных течений способствовала бы дальнейшему интенсивному изучению данного явления.

## 2. Предварительные результаты и постановка проблемы

Эксперименты проводились с целью построения дисперсионного соотношения для капиллярных волн в различных жидкостях. Выборки фотографий с экспериментов представлены в конце данной работы.

Съемка осуществлялась скоростной видеокамерой Optronis CR 300x2 или фотоаппаратом Canon EOS 350D. Наблюдение свободной поверхности осуществлялось под углом  $\vartheta = 70^\circ$ . Длительность экспозиции составляла 200 мкс, скорость съемки – 4000 к/с.

Цветная фотография типичной картины течения с развитой волновой структурой на поверхности расплавленного металла (в опытах был использован сплав галлия, индия и олова – «Галинстан») показана на рис. 1.

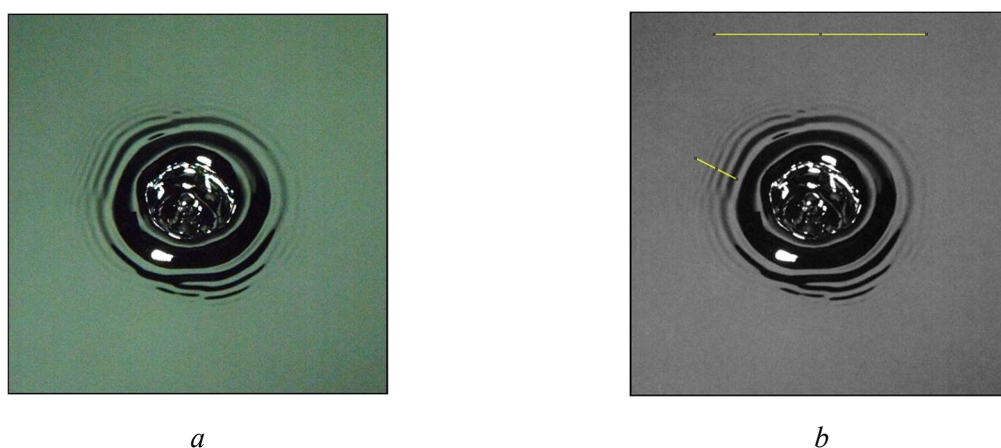


Рис. 1. Фотография поверхности жидкого металла после импакта капли с образованием капиллярных волн. *a*) – исходное цветное изображение, *b*) – его 8-битная версия с линиями для замера уровней серого

Полученные с видеокамеры цветные фотографии были конвертированы в 8-битные, содержащее всего 256 уровней серого, где 0 самый темный, а 255 – самый яркий пиксель (конвертация была выполнена с равными весами для красного, синего и зеленого оттенков). В данной работе на всех изображениях настройки яркости и контрастности были отредактированы в сторону увеличения, однако построение дисперсионного соотношения и определение величины зашумленности производилось на изображениях с исходными настройками.

На рис. 2 показаны профили вариации освещенности «полезного» сигнала (короткая линия на рис. 1, *b*, проходящая поперек капиллярных волн) и шума (длинная горизонтальная линия на рис. 1, *b*).

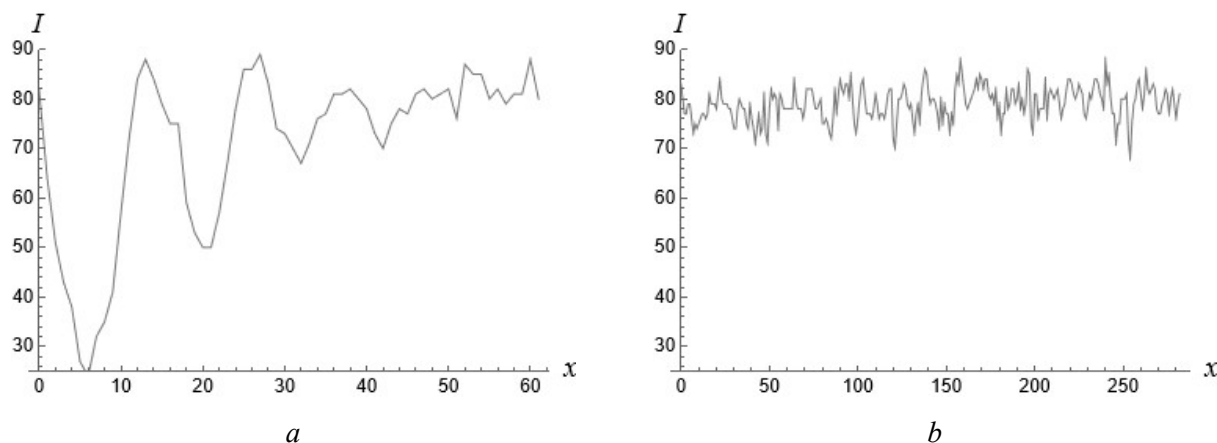


Рис. 2. Профили вариации уровней серого  $I$ . *a*) – полезного сигнала, *b*) – шума. По оси абсцисс представлены отсчеты сигнала

Профили освещенности были получены в программе ImageJ [12], находящаяся в свободном доступе. Помимо удобства и автоматизации, указанная программа позволяет строить профили освещенности вдоль любой сложной криволинейной траектории с интерполяцией по «дробным» пикселям (в случае прохождения траектории, например, по границе между двумя пикселями), когда значения освещенности получается нецелым числом.

Для корректной оценки качества фильтрации из полезного сигнала был выделен и удален тренд (рис. 3). В качестве аппроксимирующей кривой был выбран полином второго порядка.

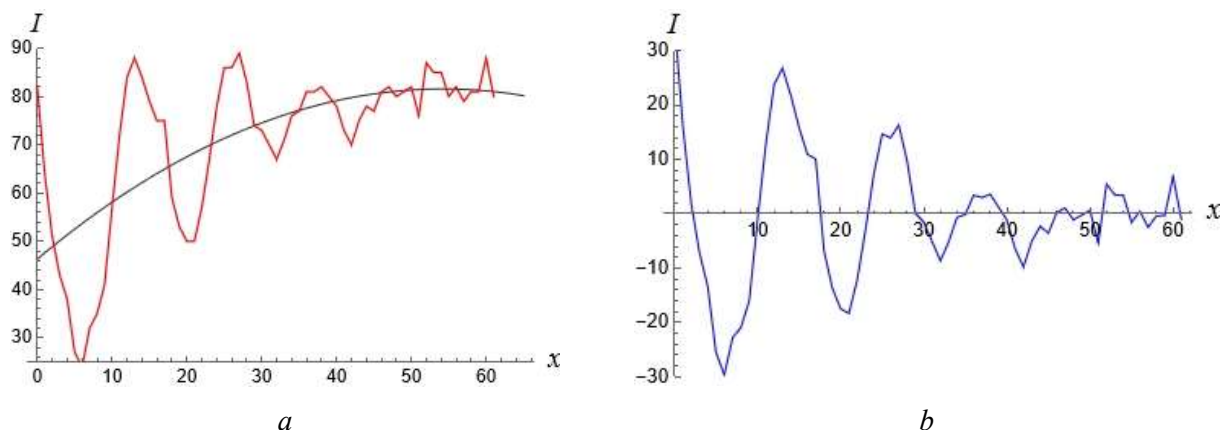


Рис. 3. *a*) – полезный сигнал (красная линия) с выделенным трендом (черная линия), *b*) – сигнал с удаленным трендом

Для визуального восприятия профили шума и полезного сигнала представлены в одинаковых масштабах по оси ординат. По графикам видно, что изображение достаточно сильно зашумлено: амплитуда шума на рис. 2, *b* сравнима с амплитудой малых волн на рис. 2, *a*. Данное обстоятельство внесло затруднения при дальнейшем анализе изображения. Так, рассчитанный коэффициент аппроксимации дисперсионного соотношения в разных опытах отличался от теоретического на  $15 \div 20$  %. Поэтому было принято решение сначала отфильтровать изображение.

### 3. Основные принципы фильтрации изображений

В данном разделе изложены основные подходы автора к фильтрации изображений.

Фильтрацию предлагается проводить в три этапа:

- определить тип шума по гистограмме шума изображения. Предполагается, что таким образом можно значительно сузить спектр возможных способов фильтрации, используя именно те фильтры, которые наилучшим образом подходят под данный тип шума;
- выбрать оценочный критерий. Чаще всего в качестве такого критерия выбирается отношение «сигнал/шум»;
- из выбранного списка фильтров, наиболее эффективно работающим с определенным типом шума, выбрать тот, который в соответствии с оценочным критерием является наилучшим.

Аналогичная методика, предложенная в данной работе, уже применялась в медицине, в частности, при обработке снимков МРТ [13, 14].

#### 3.1. Определение типа шума

Предполагая, что амплитуда шума (величина освещенности) меняется от пикселя к пикселю случайным образом и не коррелирована, мы можем судить о типе шума, принимая во внимание лишь его статистические свойства – функцию плотности вероятности. Наиболее часто встречающиеся на практике – это гауссов шум, шум Релея, гамма-шум, экспоненциальный, равномерный и импульсный шум [2, 15].

В первую очередь необходимо выделить однородную область изображения без каких-либо структур и волн и на которой не наблюдается заметной вариации в тренде освещенности (рис. 4, *a*). Далее следует построить гистограмму выделенного участка изображения (рис. 4, *b*). Видно, что гистограмма имеет форму, близкой к гауссовому распределению.

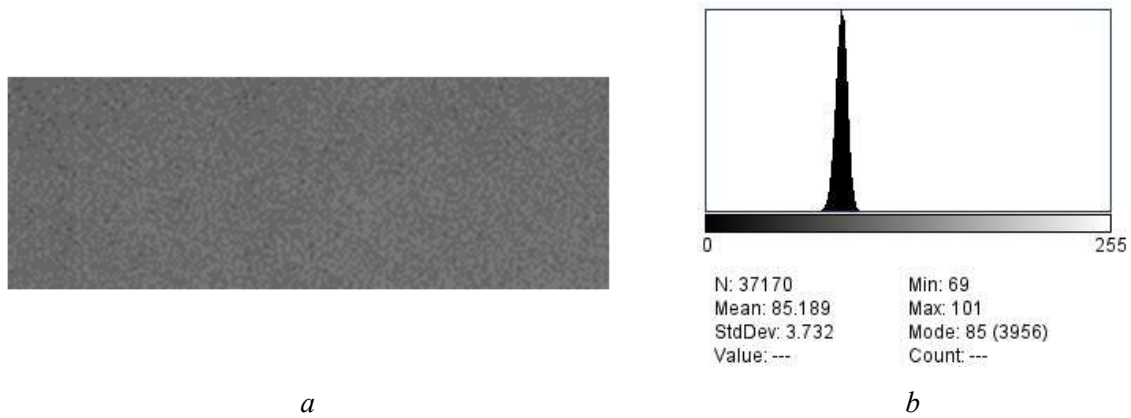


Рис. 4. *a*) – часть изображения рис. 1, содержащая только однородный зашумленный фон, *b*) – гистограмма изображения (скриншот окна построения гистограммы программы ImageJ)

Чтобы убедиться в этом, необходимо перенести значения гистограммы в программу Wolfram Mathematica [16], отнормировав график так, чтобы площадь под ним была равна единице (рис. 5, *a*). Затем следует построить график нормального распределения по статистическим параметрам математического ожидания и стандартного отклонения, полученных с гистограммы (рис. 5, *b*). При наложении двух графиков (рис. 5, *c*) получается очень хорошее соответствие.

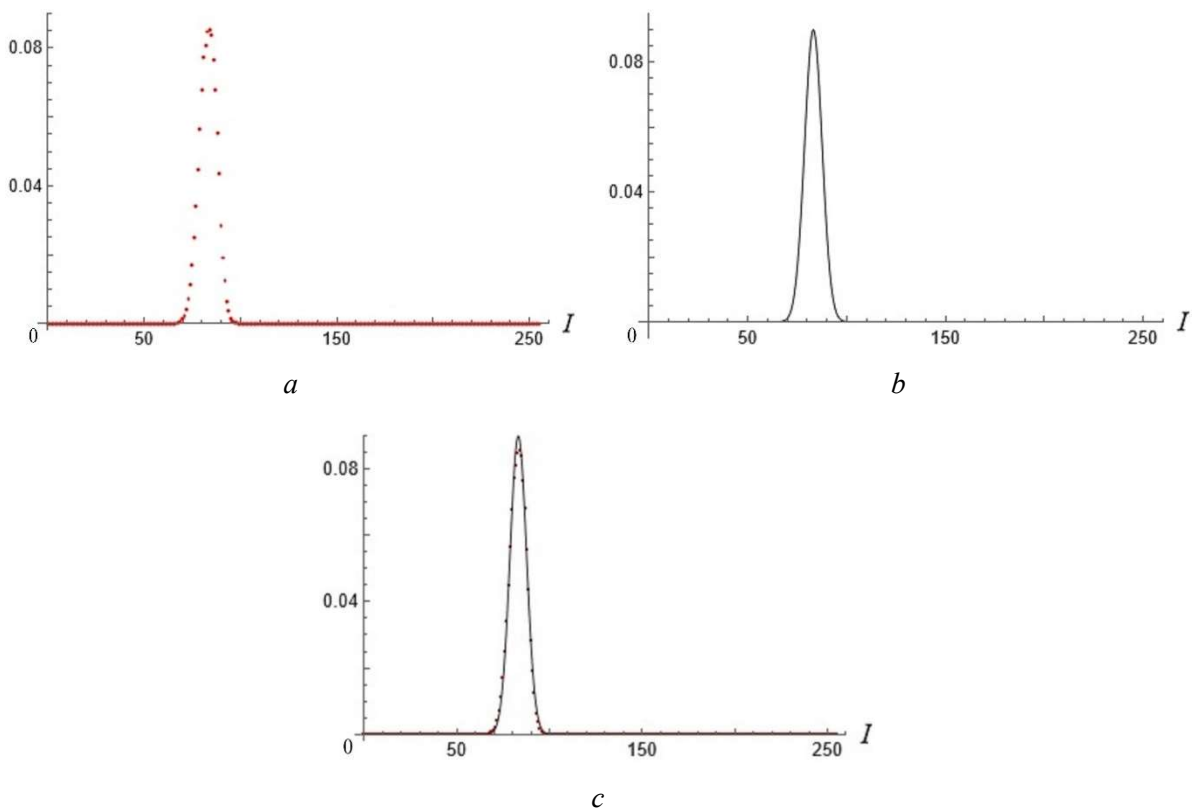


Рис. 5. *a*) – точечный график гистограммы на рис. 4, *b*) (площадь под графиком нормирована на единицу); *b*) – график функции нормального распределения, построенный по параметрам гистограммы на рис. 4, *b*; *c*) – Наложение точечного графика гистограммы *a*) на график нормального распределения *b*)

Таким образом можно сделать вывод, что шум имеет нормальное гауссово распределение.

О природе этого шума судить сложно. Возможно, что это преимущественно дробовой шум (shot noise) [1], связанный с тем обстоятельством, что ввиду стохастической природы света количество фотонов, падающих на соседние пиксели фотоматрицы за время экспозиции, будет флуктуировать. Тогда при достаточно большом числе «попаданий» в конкретный пиксель исходное пуассоновское распределение будет стремиться в гауссову. Также это может быть совокупность шумов различной природы, непременно возникающих в электронных приборах, таких как «фликкер-шум», шум Найквиста – Джонсона, тепловое излучение, спекл [17] и т.д.

### 3.2. Отношение «сигнал/шум»

Для оценки зашумленности изображения после фильтрации была выбрана безразмерная величина – отношение «сигнал/шум». Для ее обозначения часто используют английскую аббревиатуру SNR (signal-to-noise ratio). В литературе эту величину определяют по-разному. Так, в одних источниках [2, 3] шум выступает как разница между исходным изображением и зашумленным, при этом отношение «сигнал/шум» вычисляется согласно формуле (1), где через  $s$  обозначено исходное зашумленное изображение, а через  $y$  – отфильтрованное.

$$\text{SNR} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N s(i, j)^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [s(i, j) - y(i, j)]^2} \quad (1)$$

В некоторых работах качество фильтрации оценивают по формуле (2) как отношение среднего значения освещенности группы пикселей к их среднеквадратичному отклонению [14, 15].

$$\text{SNR} = \frac{\mu}{\sigma} \quad (2)$$

Недостаток первой формулы заключается в том, что SNR приходится анализировать, по частям изображений, содержащим только шум. Очевидный же недостаток (2) в том, что SNR сильно зависит от яркости изображения.

Поэтому для отношения «сигнал/шум» была выбрана наиболее универсальная для цифровой обработки сигнала формулировка (3), а именно отношение мощности полезного сигнала к мощности шума [1, 4]:

$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} = \left( \frac{A_{\text{signal}}}{A_{\text{noise}}} \right)^2 = \left( \frac{\sigma_{\text{signal}}}{\sigma_{\text{noise}}} \right)^2, \quad (3)$$

где  $P_{\text{signal}}$  и  $P_{\text{noise}}$  – мощность сигнала и шума соответственно;  $A_{\text{signal}}$  и  $A_{\text{noise}}$  – амплитуды сигнала и шума;  $\sigma_{\text{signal}}$  и  $\sigma_{\text{noise}}$  – среднеквадратичное отклонение сигнала и шума на основе несмещенной оценки.

В данных опытах в качестве полезного сигнала служит величина освещенности пикселей вдоль наклонной линии на рис. 1,  $b$ , пропущенная непосредственно через волны. Шум замерялся вдоль горизонтальной линии.

Многие авторы в формулах (1–3) предлагают брать логарифм отношения соответствующих величин, однако в настоящей статье от этого было решено отказаться ввиду относительно больших значений шума.

### 3.3. Применение фильтров к изображению. Вычисление оценки SNR. Визуальный контроль

В соответствии с приведенным обзором литературы по обработке изображений [1–4], для фильтрации гауссова шума наиболее целесообразно использовать следующие фильтры:

- Фильтр Винера (Wiener filter). Метод основан на рассмотрении изображения и шума как случайных процессов. Целью является найти такое приближение  $\hat{f}$  незашумленного изображения  $f$ , которое минимизирует среднеквадратическую ошибку  $e^2 = E\{(f - \hat{f})^2\}$  между ними.
- Фильтр гармонического среднего (Harmonic mean filter). В методе среднего гармонического значение освещенности каждого пикселя заменяется средним гармоническим значением значения пикселей в окружающей области.
- Медианный фильтр (Median filter). Является нелинейным фильтром с конечной импульсно-частотной характеристикой. Значения отсчетов внутри окна фильтра сортируются в порядке возрастания; значение, находящееся в середине упорядоченного списка, поступает на выход фильтра.
- Полосовый фильтр (Band-pass filter) - фильтр, пропускающий составляющие фурье-спектра изображения, находящиеся в некоторой полосе частот.
- Размытие по Гауссу (Gaussian blur). Здесь функция нормального распределения используется для построения матрицы свертки, которая применяется к исходному изображению. Теоретически функция Гаусса в каждой точке изображения будет отличной от нуля, а это означает, что в вычислении значения для каждого пикселя участвует всё изображение. На практике, при вычислении дискретного приближения функции Гаусса, пиксели на расстоянии более  $3\sigma$  оказывают на него достаточно малое влияние, поэтому могут считаться фактически нулевыми.

Следует отметить фильтры на основе скользящих средних, среди которых выделяется фильтр Колмогорова – Журбенко [18] и Савицкого – Голея [19], а также адаптивные фильтры [20–22]. Однако ввиду сложности программной реализации в двумерном случае указанные фильтры в данной работе не применялись. Одномерная же реализация фильтров (сглаживание профиля освещенности) также не была использована: в данной серии опытов помимо построения профилей освещенности необходимо было измерить освещенность в точке на различных кадрах (для построения аппроксимации изменения частоты волны). Сглаживание сигнала, построенного на основе значений освещенности в точке разных кадров, приводило к неоднозначным результатам, так как не удалось установить характер «временного шума» (шума между кадрами). Поэтому решено было остановиться на фильтрации всего изображения «классическими» фильтрами.

Подробно с работой вышеперечисленных фильтров можно ознакомиться в обзоре литературы настоящей статьи и в другой специальной литературе. Также следует отметить, что низкочастотная фильтрация часто служит препроцессором для операций выделения границ (edge detection) в изображении, так как большинство алгоритмов выделения границ чувствительны к шуму. Так, использование медианного фильтра или фильтра размытия по Гауссу улучшает результат последующей работы алгоритма обнаружения границ. Этот подход обычно называют лапласианом Гаусса или фильтрацией LoG [23]. Эффективное обнаружение границ в изображениях импакта капли может стать инструментом выделения тонкоструктурных компонентов импакта капли [24, 25].

Фильтрация была произведена в специализированных программах [12, 16]. Следует подчеркнуть, что в обработке участвует все приведенное поле изображения. Ключевым параметром обработки изображений служит радиус окна фильтрации  $r$  (в пикселях); для полосового фильтра – диапазон частот  $\Delta f$ , измеряемый в Гц. Фильтрация сигналов и изображений – это всегда компромисс между эффективным удалением шума и сохранением мелких деталей и

структур. Поэтому в процессе обработки изображений выбирался такой радиус окна фильтрации и такой диапазон частот, чтобы сохранить наблюдаемые мелкомасштабные возмущения на поверхности жидкости. В целом же, в каждом отдельном эксперименте будет свой пороговый критерий, определяющий те размеры структур, которые будут отфильтрованы и которыми можно «пожертвовать» для эффективного удаления шума.

Результаты представлены на рис. 6, 7.

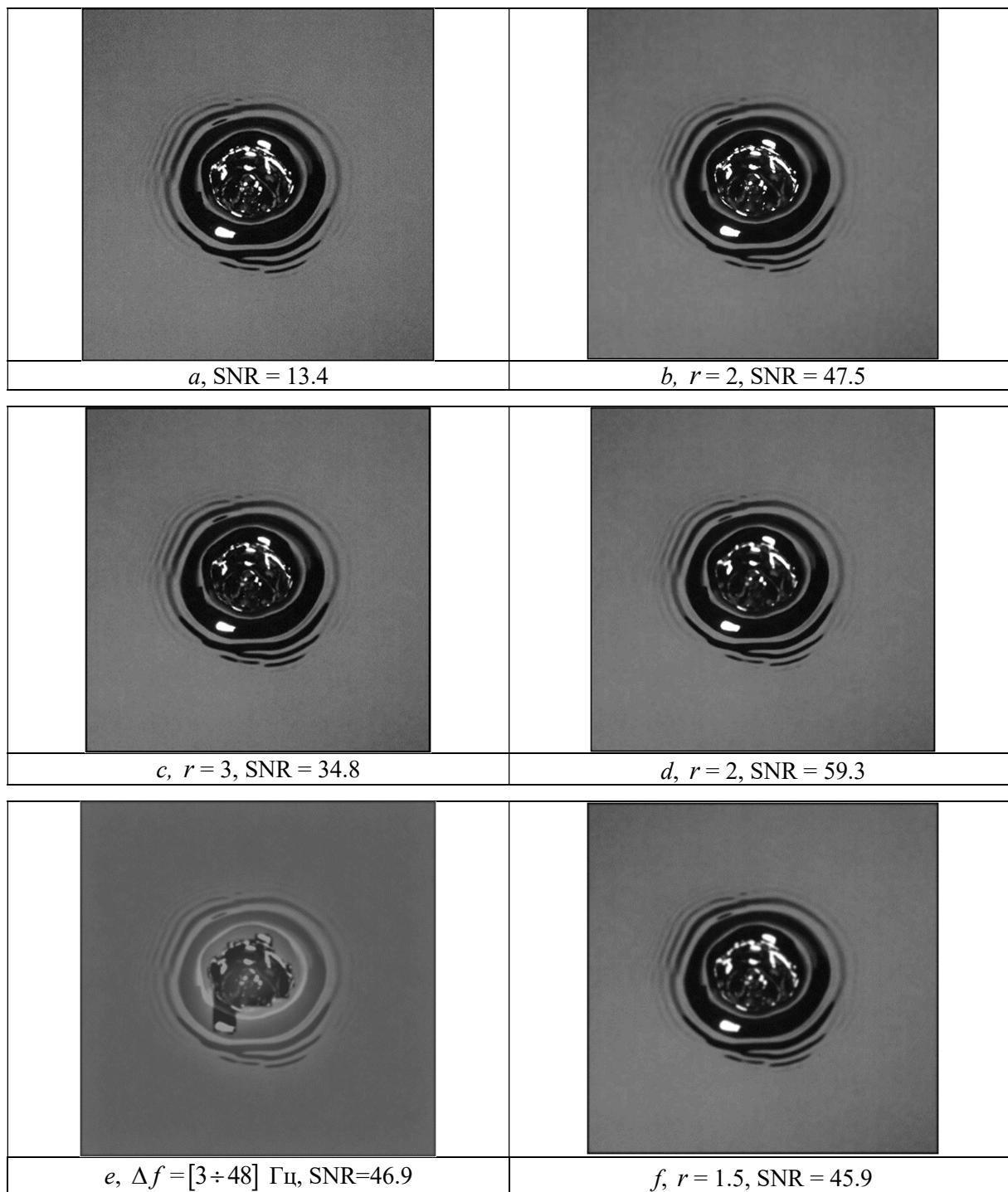


Рис. 6. Применение фильтров к изображению импакта капли в расплавленный металл. *a* – исходное 8-битное изображение; *b* – фильтр Винера; *c* – фильтр гармонического среднего; *d* – медианный фильтр; *e* – полосовый фильтр; *f* – фильтр размытия по Гауссу



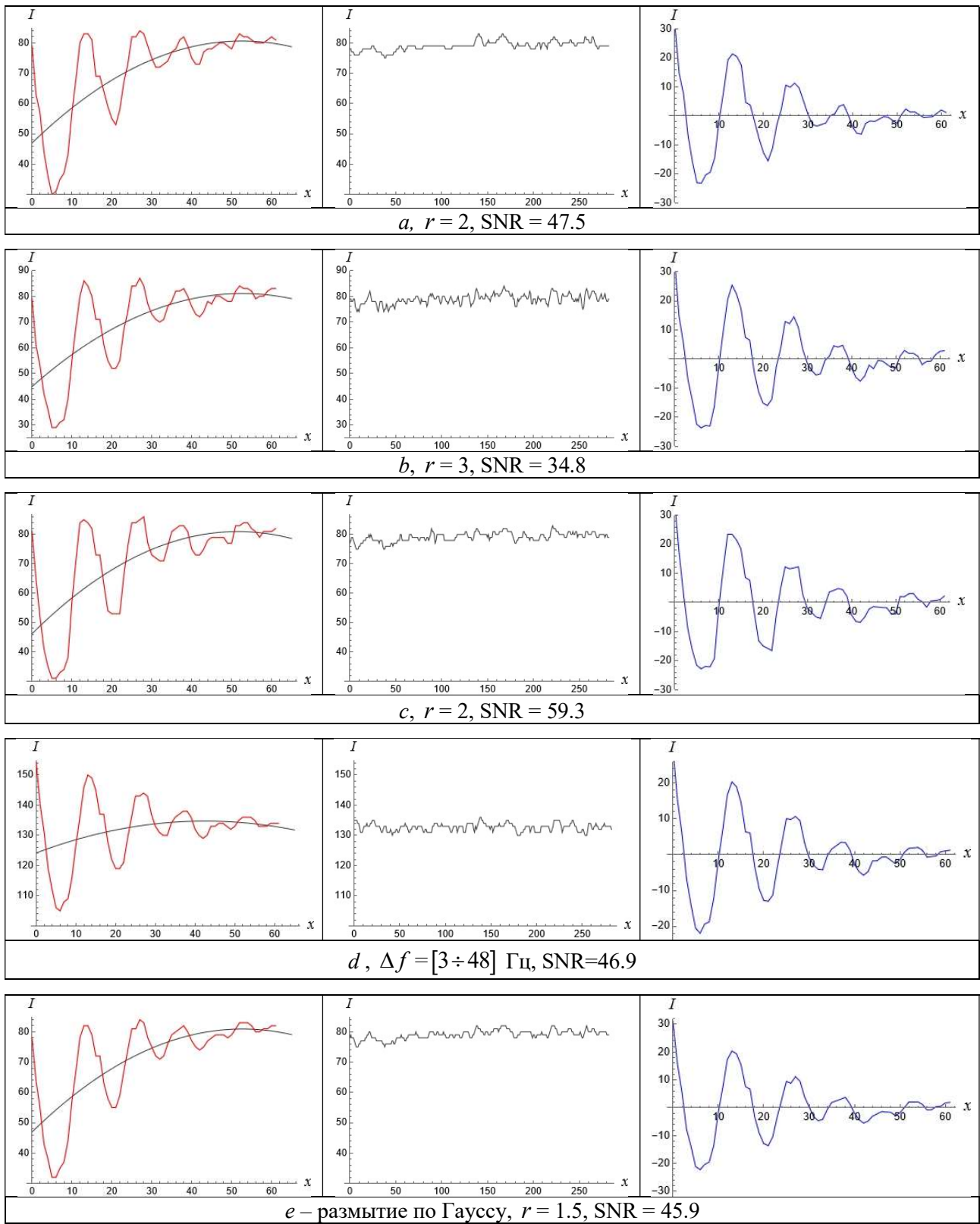


Рис. 7. Вариации освещенности полезного сигнала вместе с трендом (первый столбец), шума (второй столбец) и сигнала с удаленным трендом (третий столбец) после применения фильтра: *a* – Винера; *b* – гармонического среднего; *c* – медианного; *d* – полосового; *e* – размытия по Гауссу

#### 4. Обсуждение результатов

По результатам обработки можно сделать вывод, что наиболее эффективным является медианный фильтр, так как он дает наибольшее значение SNR (напомним, что для вычисления

отношения «сигнал/шум» была использована формула (3)). Благодаря использованию данного фильтра отношение «сигнал/шум» удалось повысить с 13.4 до 59.3, то есть почти в 5 раз.

Использование медианного фильтра для всех изображений опыта с расплавленным металлом (рис. 8) позволило снизить относительную ошибку коэффициента аппроксимации дисперсионного соотношения снизилась с 18.0 % до 3.2 %.

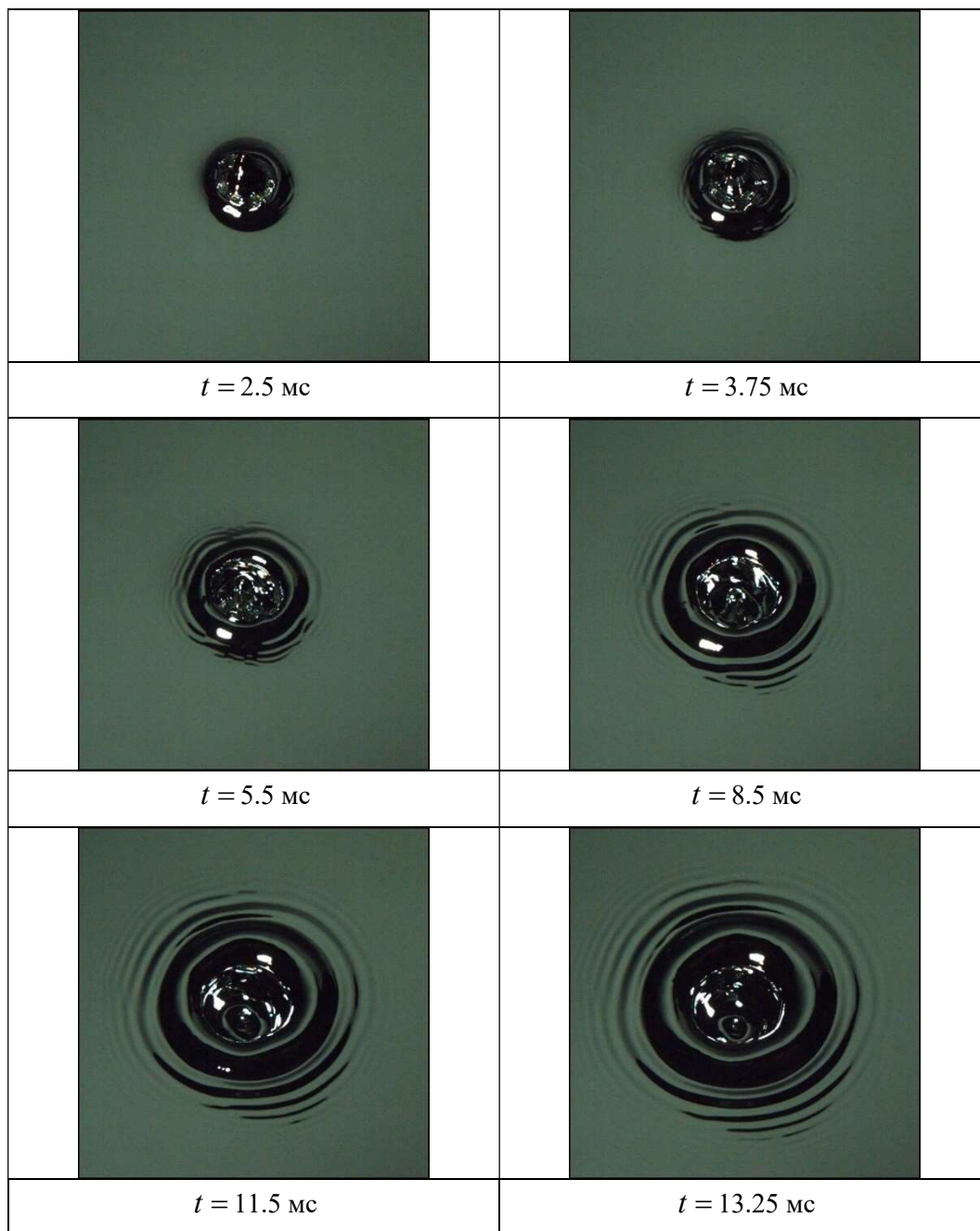


Рис. 8. Серия фотографий, иллюстрирующая эволюцию капиллярных волн на поверхности расплавленного металла после импакта капли

Методика также была успешно применена при обработке фотографий эксперимента падения капли жидкости в воду (рис.9), где удалось добиться снижения относительной ошибки с 15.5 % до 3.6 %.

Предполагается дальнейшее улучшение обработки снимков и видеофильмов, полученных на стенде для изучения тонкой структуры быстропротекающих процессов (ТСТ), входящем в состав Уникальной исследовательской установки УИУ «ГФК ИПМех РАН» [26].

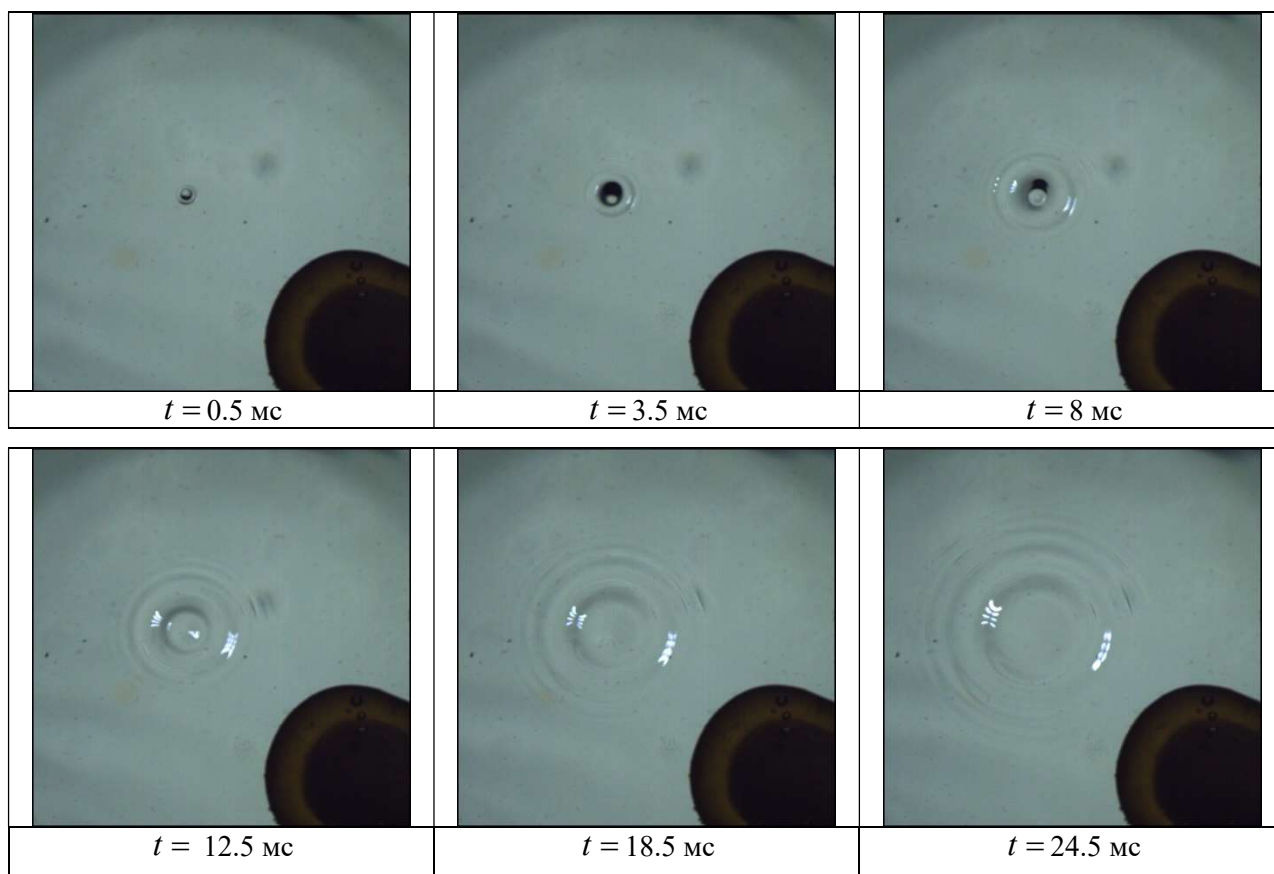


Рис. 9. Серия фотографий, иллюстрирующая эволюцию капиллярных волн после падения капли воды в воду

## 5. Заключение

Развита методика обработки изображений капельных и волновых течений, полученных на установке ТСТ УИУ «ГФК ИПМех РАН» для изучения дисперсионных свойств капиллярных волн на поверхности жидкого металла и воды. Проведен анализ шума, присутствующего на фотографиях при съемке скоростной камерой. По выявленным параметрам шума, а также из характера задачи был подобран наиболее оптимальный фильтр в соответствии с критерием «отношение «сигнал/шум»».

Методика значительно улучшила качество обработки данных в опытах с различными веществами и параметрами импакта капли.

## Благодарности и ссылки на гранты

Работа выполнена в Лаборатории механики жидкостей ИПМех РАН при поддержке Минобрнауки РФ в рамках Госзадания, номер госрегистрации: 124012500442-3.

## Литература

1. John C. Russ, F. Brent Neal, *The image processing handbook*, CRC Press, (2016). <https://doi.org/10.1201/b18983>
2. Rafael C. González, Richard Eugene Woods, *Digital image processing*, Prentice Hall, 2008, p. 354. ISBN 978-0-13-168728-8
3. Jitendra R. Raol, M. S., *Multi-sensor data fusion with MATLAB*, Ramaiah Institute of Technology CRC Press, Inc., 2010. ISBN: 978-1-4398-0003-4
4. Tania Stathaki, *Image fusion: algorithms and applications*, Academic Press, 2008, p. 471. ISBN 978-0-12-372529-5

5. Amailland et. al., Numerical simulations of acoustic imaging in hydrodynamic tunnel with model adaptation and boundary layer noise reduction. 19<sup>th</sup> International Conference on acoustics, Sound and vibration ICASV 2017 at Melbourne, Australia
6. Yang, J., Breault, R. W., & Rowan, S. L. Applying image processing methods to study hydrodynamic characteristics in a rectangular spouted bed // *Chemical Engineering Science*, 188, pp. 238–251. (2018). doi:10.1016/j.ces.2018.05.057
7. K.F. Tamrin & B. Rahmatullah | (2016) A review on noise suppression and aberration compensation in holographic particle image velocimetry, *Cogent Physics*, 3:1, 1142819, DOI: 10.1080/23311940.2016.1142819
8. Sudheer, K., Panda, R. Digital image processing for determining drop sizes from irrigation spray nozzles. *Agricultural Water Management*, 45(2), 159–167. (2000). doi:10.1016/s0378-3774(99)00079-7
9. B. Davide, B. Volfango. Measuring Fluid Interfaces, Corners and Angles from High-speed Digital Images of Impacting Drops // *Journal of Flow Visualization and Image Processing*, V. 28 (1), pp. 1–19. (2020). DOI: 10.1615/JFlowVisImageProc.2020032697
10. J. Yee, A. Yamanaka, Y. Tagawa. Image features of a splashing drop on a solid surface extracted using a feedforward neural network // *Physics of Fluids*, 34 (1): 013317 (2022). <https://doi.org/10.1063/5.0077050>
11. Чашечкин Ю. Д., Прохоров В. Е. Гидродинамика удара капли: короткие волны на поверхности венца // *Доклады Академии Наук*, 2013, т.451, №1, с. 41–45. DOI: 10.7868/S0869565213190109
12. Abramoff M.D., Magalhaes P.J., Ram S.J. "Image Processing with ImageJ" // *Biophotonics International*, volume 11, issue 7, pp. 36–42, 2004.
13. Kumar N., Nachamai M. Noise removal and filtering techniques used in medical images // *Oriental journal of computer science and technology*. ISSN: 0974-6471, 2017, Vol. 10, No. (1): Pp.103–113.
14. Constantinides C.D, Atalar E, McVeigh E.R. Signal-to-noise measurements in magnitude images from NMR phased arrays. *Magn Reson Med*. 1997; 38(5):852-7. Erratum in: *Magn. Reson. Med*. 2004; 52(1):219. PMID: 9358462; PMCID: PMC2570034. doi: 10.1002/mrm.1910380524
15. Dasgupta P. B. Analytical comparison of noise reduction filters for image restoration using SNR estimation // *International Journal of Computer Trends and Technology (IJCTT)* V17(3):121-124, 2014. ISSN:2231-2803. DOI:10.14445/22312803/IJCTT-V17P123
16. Wolfram Research, Inc., *Mathematica*, Version 13.0, Champaign, IL (2021).
17. Lv, H., Fu, S., Zhang, C., & Zhai, L. Speckle noise reduction for optical coherence tomography based on adaptive 2D dictionary // *Laser Physics Letters*. 2018., 15(5), 055401. doi:10.1088/1612-202x/aaaeb0
18. Zurbenko I. G., & Smith D. Kolmogorov-Zurbenko filters in spatiotemporal analysis. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 10(1), e1419. (2017). DOI: 10.1002/wics.1419
19. Shekhar C. On simplified application of multidimensional Savitzky-Golay filters and differentiators. 2016. doi:10.1063/1.4940262
20. Geeta Hanji M.V., Latte K. Varsha. An ameliorated detection statistic for adaptive mask median filtration of heavily noised digital images // *ICTACT journal on image and video processing*, 2015, vol. 06, issue 02. DOI: 10.21917/ijivp.2015.0167
21. Hilts M., & Jirasek A. Adaptive mean filtering for noise reduction in CT polymer gel dosimetry // *Medical Physics*, 2007. 35(1), 344–355. doi:10.1118/1.2818742
22. Thakor N. V., & Zhu Y.-S. Applications of adaptive filtering to ECG analysis: noise cancellation and arrhythmia detection // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 1991. 38(8), 785–794. doi:10.1109/10.83591
23. Fisher R., Perkins S., Walker A., and Wolfart E. *Spatial Filters - Laplacian of Gaussian*. (2003). <https://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/log.htm>

24. Чашечкин Ю. Д., Ильиных А. Ю., Хайирбеков Ш. Х. Тонкая структура распределения вещества составной капли в принимающей жидкости в режиме формирования всплеска // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2023. Т.24, вып. 5. <http://chemphys.edu.ru/issues/2023-24-5/articles/1073/> <http://doi.org/10.33257/PhChGD.24.5.1073>
25. Чашечкин Ю.Д. Эволюция тонкоструктурного распределение вещества свободно падающей капли в смешивающихся жидкостях // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55. № 3. С. 67 – 77. DOI: 10.1134/S0001433819020026
26. УИУ “ГФК ИПМех РАН”: Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере.  
Сайт: <http://www.ipmnet.ru/uniquequip/gfk/#equip>

## References

1. John C. Russ, F. Brent Neal, *The image processing handbook*, CRC Press, 2016. <https://doi.org/10.1201/b18983>
2. Rafael C. González, Richard Eugene Woods, *Digital image processing*, Prentice Hall, 2008, p. 354. ISBN 978-0-13-168728-8
3. Jitendra R. Raol M. S., *Multi-sensor data fusion with MATLAB*, Ramaiah Institute of Technology CRC Press, Inc., 2010. ISBN: 978-1-4398-0003-4
4. Tania Stathaki, *Image fusion: algorithms and applications*, Academic Press, 2008, p. 471. ISBN 978-0-12-372529-5
5. Amailland et. al., Numerical simulations of acoustic imaging in hydrodynamic tunnel with model adaptation and boundary layer noise reduction, 19<sup>th</sup> International Conference on Acoustics, Sound and Vibration ICASV, 2017 at Melbourne, Australia
6. Yang J., Breault R. W., & Rowan S. L., Applying image processing methods to study hydrodynamic characteristics in a rectangular spouted bed, *Chemical Engineering Science*, 2018, vol. 188, pp. 238–251. DOI: 10.1016/j.ces.2018.05.057
7. Tamrin K.F., & Rahmatullah B., A review on noise suppression and aberration compensation in holographic particle image velocimetry, *Cogent Physics*, 2016, vol. 3, no. 1, p. 1142819. DOI: 10.1080/23311940.2016.1142819
8. Sudheer K., Panda R., Digital image processing for determining drop sizes from irrigation spray nozzles, *Agricultural Water Management*, 2000, vol. 45, no. 2, pp. 159–167. DOI:10.1016/s0378-3774(99)00079-7
9. Davide B., Volfango B., Measuring Fluid Interfaces, Corners and Angles from High-speed Digital Images of Impacting Drops, *Journal of Flow Visualization and Image Processing*, 2020, vol. 28, no. 1, pp. 1–19. DOI: 10.1615/JFlowVisImageProc.2020032697
10. Yee J., Yamanaka A., Tagawa Y., Image features of a splashing drop on a solid surface extracted using a feedforward neural network, *Physics of Fluids*, 2022, vol. 34, no. 1, p. 013317. <https://doi.org/10.1063/5.0077050>
11. Chashechkin Yu. D., Prokhorov V. E., Drop-impact hydrodynamics: short waves on a surface of the crown, *Doklady Physics*, 2013, vol. 58, no. 7, pp. 296–300. DOI: 10.7868/S0869565213190109
12. Abramoff M. D., Magalhaes P. J., Ram S. J., Image Processing with ImageJ, *Biophotonics International*, 2004, vol. 11, issue 7, pp. 36–42.
13. Kumar N., Nachamai M., Noise removal and filtering techniques used in medical images, *Oriental journal of computer science and technology*, 2017, vol. 10, no. 1, pp. 103–113. <http://dx.doi.org/10.13005/ojst/10.01.14>

14. Constantinides C. D. MSE, Atalar E., McVeigh E. R., Signal-to-noise measurements in magnitude images from NMR phased arrays, *Magn. Reson. Med.*, 1997, vol. 38, iss. 5, pp. 852–857. *Erratum in: Magn. Reson. Med.*, 2004, vol. 52, iss. 1, p. 219. PMID: 9358462; PMCID: PMC2570034. DOI: 10.1002/mrm.1910380524
15. Dasgupta P. B., Analytical comparison of noise reduction filters for image restoration using SNR estimation, *Int. Journal of Computer Trends and Technology*, 2014, vol. 17, no. 3, pp. 121–124. DOI: 10.14445/22312803/IJCTT-V17P123
16. Wolfram Research, Inc., *Mathematica*, Version 13.0, Champaign, IL, 2021.
17. Lv H., Fu S., Zhang C., & Zhai L., Speckle noise reduction for optical coherence tomography based on adaptive 2D dictionary, *Laser Physics Letters*, 2018, vol. 15, no. 5, p. 055401. DOI: 10.1088/1612-202x/aaeb0
18. Zurbenko I. G., Smith D., Kolmogorov – Zurbenko filters in spatiotemporal analysis, *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 2017, vol. 10, no. 1, p. 1419. DOI: 10.1002/wics.1419
19. Shekhar C., On simplified application of multidimensional Savitzky – Golay filters and differentiators, *Conference: Progress in Applied Mathematics in Science and Engineering*, 2016. doi:10.1063/1.4940262
20. Geeta Hanji, Latte M.V., Varsha K., An ameliorated detection statistic for adaptive mask median filtration of heavily noised digital images, *ICTACT Journal on image and video processing*, 2015, vol. 06, issue 02. DOI: 10.21917/ijivp.2015.0167
21. Hilts M., Jirasek A. Adaptive mean filtering for noise reduction in CT polymer gel dosimetry, *Medical Physics*, 2007, vol. 35, no. 1, pp. 344–355. DOI: 10.1118/1.2818742
22. Thakor N. V., Zhu Y.-S., Applications of adaptive filtering to ECG analysis: noise cancellation and arrhythmia detection, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 1991, vol. 38, no. 8, pp. 785–794. DOI: 10.1109/10.83591
23. Fisher R., Perkins S., Walker A., and Wolfart E., *Spatial Filters – Laplacian of Gaussian*, 2003. <https://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/log.htm>
24. Chashechkin Yu. D., Ilinykh A. Yu., Khairbekov S. K., Fine Structure of the Compound Drop Substance Distribution in the Target Fluid in the Splash Formation Mode, *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2023, vol. 24, iss. 5 [in Russian]. <http://doi.org/10.33257/PhChGD.24.5.1073>
25. Chashechkin Yu. D., Evolution of the fine structure of the matter distribution of a free-falling droplet in mixing liquids, *Izv. Atmosph. Ocean. Phys.*, 2019, vol. 55, iss. 3, pp. 285–294. DOI: 10.1134/S0001433819020026
26. Hydrophysical complex for modeling hydrodynamic processes in the environment and their impact on underwater technical objects, as well as the distribution of impurities in the ocean and atmosphere, Institute for Problems in Mechanics RAS. Available online: <http://ipmnet.ru/uniquequip/gfk> (accessed on 15 June 2023).

Статья поступила в редакцию 3 марта 2024 г.