

Verification and Validation of Aerodynamic Codes using the Example of the Flow around Sharp and Blunt Cones

M. K. Ermakov¹, I. A. Kryukov^{1,2}

¹*Ishlinskyi Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences (IPMech RAS), Moscow, 119526, Russia*

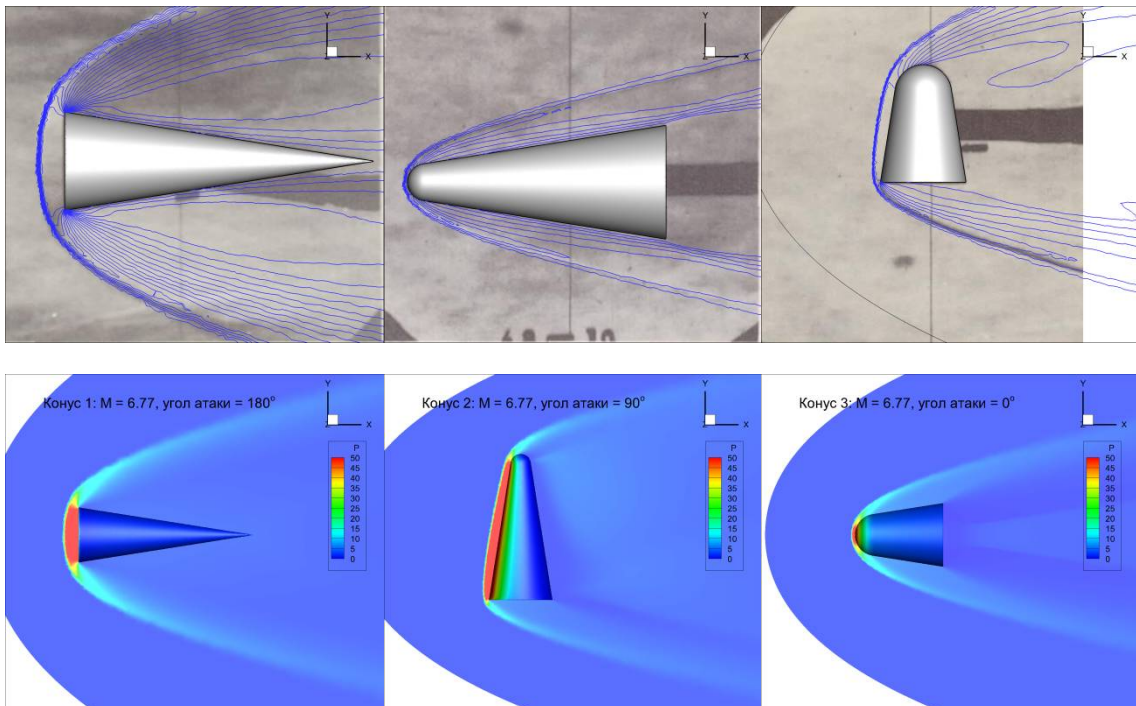
²*Moscow Aviation Institute, Moscow, 121993, Russia*

ermakov@ipmnet.ru, kryukov@ipmnet.ru

Abstract

The article describes the code-to-code verification of two CFD codes Euler3n and hySol and their validation on the example of the flow around sharp and blunt cones in a wide range of Mach numbers and angles of attack.

Keywords: supersonic flow, computational fluid dynamics, unstructured grid, Godunov method, verification and validation.



Comparison calculated density contour lines with the experimental schlieren-pictures (the top row) and pressure contour lines (the bottom row) for the supersonic flow over three cones.

УДК533.6

Верификация и валидация аэродинамических расчетных комплексов на примере задачи обтекания острых и затупленных конусов

М. К. Ермаков¹, И. А. Крюков^{1,2}

¹*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
Россия, Москва, 119526, просп. Вернадского, 101–1*

²*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Россия, Москва, 121993, Волоколамское шоссе, 4*

ermakov@ipmnet.ru, kryukov@ipmnet.ru

Аннотация

В статье описывается перекрестная верификация двух CFD программ Euler3n и hySol и их валидация на примере обтекания острых и затупленных конусов в широком диапазоне чисел Маха и углов атаки.

Ключевые слова: сверхзвуковые течения, вычислительная аэродинамика, неструктурированная сетка, метод Годунова, верификация и валидация.

1. Введение

С развитием возможностей вычислительной гидродинамики (CFD) в инженерной практике все больше полагаются на численное моделирование при проектировании и анализе реальных изделий. Поэтому вопрос повышения достоверности численного моделирования становится принципиально важным, особенно в областях, где проведение экспериментальных исследований в силу каких-либо причин (например, из-за высокой себестоимости) существенно осложнено. Например, такая ситуация возникает при проектировании высокоскоростных летательных аппаратов. Для оценки общей достоверности численного моделирования чаще всего используются верификация и валидация. Это два близких, но по сути разных процесса [1–4]. Упрощенно говоря, верификация должна отвечать на математический вопрос: «Правильно ли мы решаем уравнения?». Тогда как валидация должна отвечать на физический вопрос: «Решаем ли мы правильные уравнения?».

Верификацию можно разделить на две части: верификацию программы расчета и верификацию решения. Верификация программы расчета предназначена для поиска ошибок программирования в численном решении заданного набора уравнений используемой математической модели и граничных условий. Верификация программы расчета может быть проведена:

- путем сравнения результатов расчета с точными аналитическими решениями;
- методом искусственных (manufactured) решений [2, 3];
- сравнением с высокоточными численными эталонными решениями;
- методом перекрестной верификации (сравнением одной программы с другой).

Первые два подхода представляют собой строгие процедуры проверки расчетной программы, особенно когда проверяется порядок точности численного метода. Последние два подхода менее строгие и могут быть классифицированы как подходы к повышению уверенности в точности программы в ситуациях, когда нет точных решений для течений некоторого

класса. В этой статье проверка расчетных программ проводится путем сравнения с высокоточными численными результатами тестов для невязкого течения и путем перекрестной верификации.

Верификация решения (или оценка числовой ошибки) связана с количественной оценкой погрешности проведенного численного моделирования и в идеале должна происходить после завершения верификации расчетной программы. Верификация решения должна выполняться для каждого приложения, которое значительно отличается от предыдущих приложений. Для стационарных задач обычно выделяют два основных аспекта верификации решения – это итерационная сходимость и сходимость по сетке. Первый имеет дело с продвижением решения в псевдовремени к стационарному состоянию, тогда как второй касается адекватности сетки, на которой решаются дискретные аналоги уравнений математической модели. Порядок точности по пространству также является важным показателем для оценки ошибок, возникающих из-за разрешения по пространству.

Острые и затупленные круговые конусы часто используются в качестве отдельных элементов летательных аппаратов, поэтому обтекание их однородным высокоскоростным потоком газа хорошо изучено экспериментально [5–7], теоретически [8–11] и численно [12, 13] в достаточно широком диапазоне изменения определяющих параметров задачи. Для наиболее интересных с практической точки зрения случаев составлены довольно подробные таблицы [14–17] полей течения близи острых и затупленных конусов. Поэтому задача обтекания кругового конуса довольно часто используется для верификации и валидации расчетных программ [18, 19].

В данной работе на примере гиперзвукового обтекания конусов описываются результаты верификации и валидации двух расчетных программ Euler3n и hySol, предназначенных для численного моделирования высокоскоростных течений. Для верификации используется точное решение задачи обтекания острого кругового конуса 10° под нулевым углом атаки. Перекрестная верификация и валидация проводятся на основе экспериментальных данных об обтекании одного острого и двух затупленных конусов с углом полураствора 9° [20].

2. Описание программ Euler3n и hySol

2.1. Программный комплекс Euler3n

Вычислительный код Euler3n предназначен для моделирования сжимаемых течений совершенного газа на основе уравнений Эйлера на неструктурированной тетраэдральной сетке. Код основан на методе С.К. Годунова [21], представляющего из себя использование метода контрольного объема при расположении всех гидродинамических переменных в центрах контрольного объема и точного решения задачи о распаде разрыва для вычисления потоков через грани контрольного объема. С учетом использования кода для моделирования высокоскоростных потоков решение задачи о распаде разрыва включает решение нелинейных уравнений, корректно описывающих появление вакуума в решении. Код является полностью явным, написан на алгоритмическом языке Фортран и поддерживает многоядерный режим работы с помощью технологии OpenMP. Второй порядок аппроксимации уравнений по пространству обеспечивается технологией кусочно–линейной аппроксимации исходных переменных внутри контрольного объема по методу Barth и Jespersen [22]. Для ускорения сходимости к стационарному решению используется локальный в каждом контрольном объеме временной шаг, пропорциональный минимальной высоте в тетраэдре. Число Куранта в расчетах составляет 0.05–0.1. Граничные условия входа потока, выхода потока, симметрии течения и непротекания на стенке включены в файл описания пространственной сетки в качестве так называемых «физических» поверхностей. Чтение файла тетраэдральной сетки происходит в текстовом «нейтральном» формате.

2.2. Программный комплекс hySol

Программный комплекс hySol [23, 24] предназначен для расчета высокоскоростных пространственных течений на неструктурированных расчетных сетках. Возможно использование гибридных расчетных сеток, которые состоят из тетраэдров, пирамид, призм и шестигранников. В основу программного комплекса hySol положен численный метод [25], который может рассматриваться как вариант метода С.К. Годунова. Для второго порядка точности используется кусочно–линейное восстановление параметров внутри ячеек [22]. Градиенты, необходимые для линейного восстановления, вычисляются при помощи метода наименьших квадратов. Для подавления ложных осцилляций решения в областях больших градиентов в hySol реализованы ограничители [22, 26, 27].

Невязкие потоки могут быть рассчитаны при помощи различных вариантов точного или приближенного решения задачи Римана. В программном комплексе hySol реализовано большинство популярных решателей задачи. Большинство представленных результатов получено с использованием AUSM [28]. Градиенты скорости и температуры на гранях ячеек, необходимые для расчета вязких потоков, вычисляются по формулам [29], что позволяет уменьшить ошибки рассогласования метода. Для дискретизации по времени используются явные методы Рунге–Кутты второго или третьего порядка точности [30].

3. Постановка задачи. Описание эксперимента

Для верификации и валидации использовались экспериментальные и теоретические результаты обтекания острых и затупленных конусов с углом полураствора 9° и 10° в диапазоне чисел Маха от 2 до 10 и углов атаки от 0° до 180° [20].

Для верификации будем использовать автомодельное решение задачи обтекания клина под нулевым углом атаки. Для этого выпишем уравнения неразрывности и движения в сферической системе координат с центром в вершине конуса. Полагая, что решение не зависит от радиальной и азимутальной координат, а движение газа за ударной волной будет политропным, получим следующую систему уравнений относительно радиальной и поперечной компонент скорости V_r, V_θ [31, § 82]:

$$\frac{dV_\theta}{d\theta} + V_r = \frac{a^2 (V_r + V_\theta \operatorname{ctg}\theta)}{V_\theta^2 - a^2}, \quad (1)$$

$$\frac{dV_r}{d\theta} - V_\theta = 0, \quad (2)$$

где скорость звука a в силу отсутствия завихренности течения газа можно определить через интеграл Бернулли (C – константа)

$$a^2 = C - \frac{\gamma - 1}{2} (V_r^2 + V_\theta^2) \quad (3)$$

Граничные условия на ударной волне

$$V_r = V_\infty \cos \beta,$$

$$V_\theta = -\frac{\rho_\infty}{\rho_2} V_\infty \sin \beta,$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_\infty} = \frac{(\gamma + 1) M^2 \sin^2 \beta}{(\gamma - 1) M^2 \sin^2 \beta + 2},$$

$$\frac{p_2}{p_\infty} = \frac{2\gamma M^2 \sin^2 \beta - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}$$

Константа С в интеграле Бернулли может быть найдена по значениям величин за ударной волной

$$C = \gamma \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \left[\cos^2 \beta + \sin^2 \beta \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_2} \right)^2 \right]$$

Граничное условие на конусе

$$V_\theta = 0 \tag{4}$$

Интегрирование уравнений (1–3) осуществляется от задаваемого положения ударной волны до образующей конуса, которая определяется граничным условием (4). Для решения обратной задачи – определения угла отхода ударной волны при заданном угле полураствора конуса, используется метод Ньютона. Значения давления и плотности между ударной волной и образующей конуса находятся по формулам изоэнтропического течения.

Результаты работы программы для определения угла отхода ударной волны при заданных угле полураствора конуса и числе Маха набегающего потока представлены в табл. 1. Значения углов отхода ударной волны совпадают с данными [14]. Значения углов отхода ударной волны и значений радиальной скорости, давления и плотности на образующей конуса соответствуют данным [17]. Различия между полученными данными для угла отхода ударной волны и значениями на образующей конуса и данными [17] не превышают 0.01 процента для примерно 90 % вариантов таблицы 1.

Таблица 1

Величина угла отхода ударной волны при заданном числе Маха и угле полураствора конуса

Угол полураствора конуса, град	M=2	M=3	M=4	M=5	M=6	M=7	M=8
5	30.095	19.715	14.957	12.295	10.637	9.527	8.744
10	31.206	21.715	17.715	15.608	14.352	13.540	12.985
15	33.915	25.259	21.791	20.028	19.007	18.364	17.934
20	37.796	29.615	26.485	24.943	24.070	23.530	23.173
25	42.532	34.490	31.563	30.158	29.376	28.898	28.584
30	48.079	39.784	36.937	35.604	34.872	34.428	34.138

Для обтекания острого конуса с числом Маха набегающего потока 6.77 в табл. 2 для различных углов полураствора конуса представлены значения угла отхода ударной волны и значения радиальной скорости, давления и плотности на образующей конуса. Приведенные в таблицах данные служат как для верификации программы расчета и результатов, так и для сравнения с результатами численного моделирования данной работы на тетраэдральных сетках.

Экспериментальные данные для перекрестной верификации взяты из работы [20], где исследовалось обтекание конуса с углом полураствора 9° с тремя разными радиусами скругления: 0 (Конус 1), 0.162 D (Конус 2) и 0.330 D (Конус 3) в широком диапазоне угла атаки [0°, 180°]. Диаметр основания D всех конусов равнялся D = 4.95 см. Дополнительно в [20] исследовались те же самые конусы со скругленной задней частью. На рис. 1 показана геометрия всех трех конусов и дополнительных задних частей.

Таблица 2

Значения угла отхода ударной волны, радиальной скорости, скорости звука, давления и плотности на конусе при обтекании с числом Маха 6.77

Угол полураствора конуса, град	5	9	10	15	20	25	30
Угол наклона УВ, град	9.748	12.814	13.700	18.489	23.634	28.990	34.513
u_3/a_∞	6.712	6.629	6.603	6.443	6.226	5.950	5.612
a_3/a_∞	1.076	1.174	1.203	1.365	1.553	1.757	1.966
p_3/p_∞	1.667	2.863	3.254	5.759	9.137	13.302	18.136
ρ_3/ρ_∞	1.439	2.076	2.250	3.091	3.787	4.309	4.690

Условия в набегающем потоке соответствовали эксперименту [20]: давление торможения 10 атм, температура торможения – 561°К, число Маха – 6.77, число Рейнольдса (по масштабу длины 1дюйм) – 135000. Угол атаки менялся от 0° до 180°.

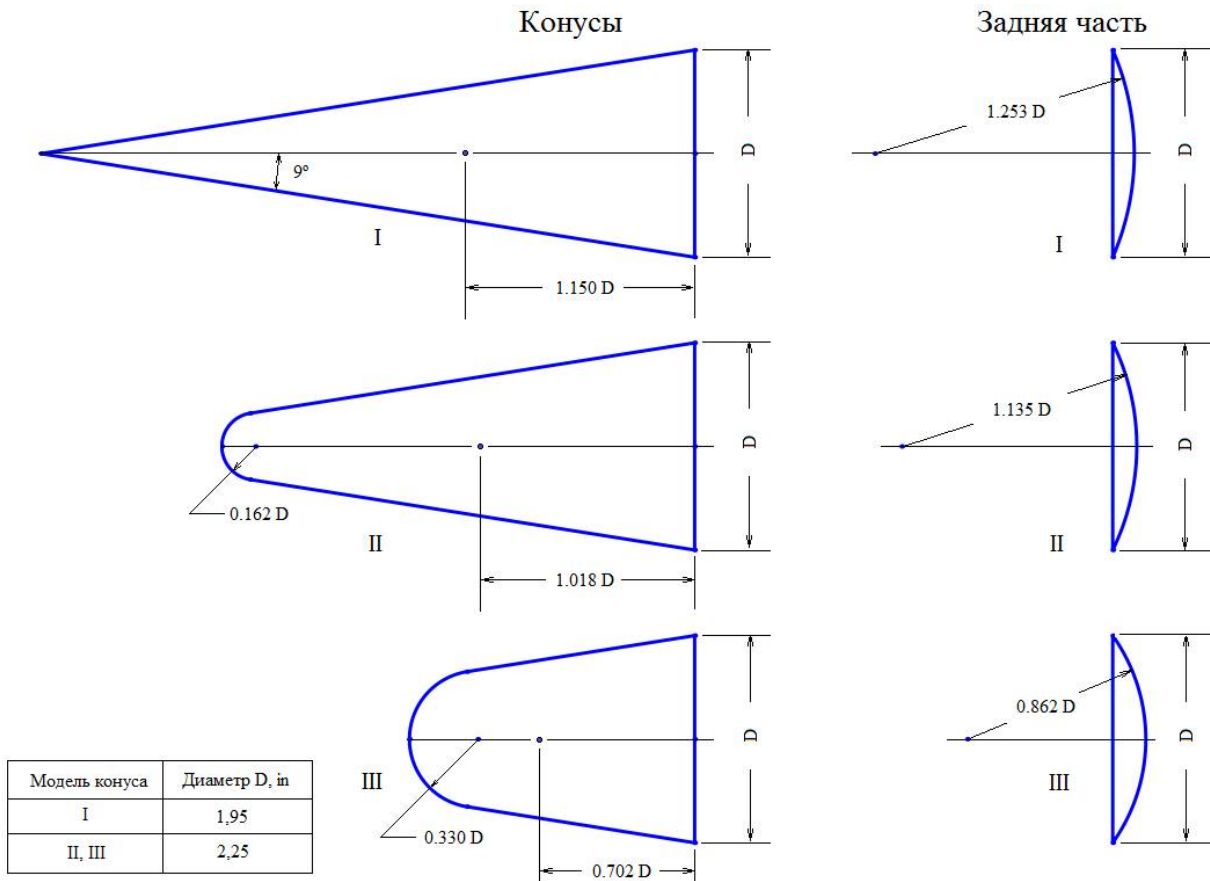


Рис. 1. Геометрические характеристики конусов и задних частей [20]

4. Построение расчетных сеток

Задание геометрии обтекаемых конусов вместе с областями обтекания и построение расчетных сеток осуществлялось с помощью открытого пакета Gmsh [32], опыт работы с которым для генерации пространственных тетраэдральных сеток изложен в [33]. Задание геометрии выполнялось при помощи скрипта – текстового языка пакета. Начало системы координат для каждого конуса совпадало с точкой, относительно которой вычислялся момент

силы, и относительно которой задавался поворот тела для обеспечения требуемого угла атаки. Такой подход обеспечивает неизменность внешних границ области обтекания, но требует построения отдельной сетки для каждого угла атаки. Неравномерность тетраэдральной сетки определялась характерным линейным размером сетки в каждой опорной точке геометрии объекта и области обтекания. Этот размер задается на этапе построения геометрии. Наибольшее сгущение обеспечивалось в области встречи потока с конусом, наименьшее – на периферии области входа–выхода потока. В [33] представлен пример построения геометрии затупленного конуса под углом атаки в области обтекания. Для массовых расчетов обтекания отношение максимального линейного размера сетки к минимальному равнялось двадцати, а количество тетраэдральных ячеек составляло от 1.8 млн до 2.6 млн ячеек. Примеры сеток для конусов всех типов при различных углах атаки представлены на рис. 2.

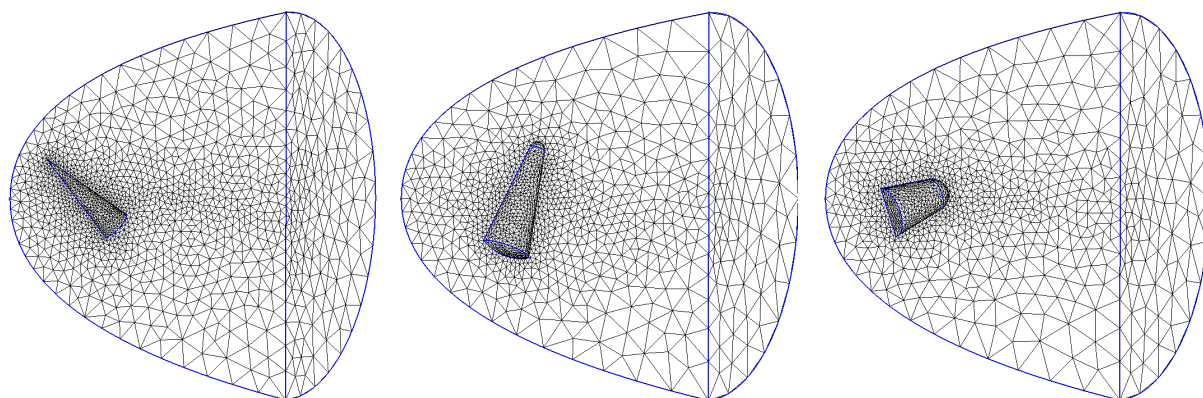


Рис. 2. Вид сеток для конусов трех типов при различных углах атаки на поверхностях выхода потока, плоскости симметрии и объекта обтекания. Сетки на рисунке состоят из примерно 8000 ячеек

Для тестовых вариантов расчетов использовались сетки объемом до 20×10^6 ячеек. Также, с помощью пакета Gmsh задавались граничные поверхности задачи, которые представляли собой поверхности входа потока, выхода потока, плоскости симметрии и обтекаемого объекта. Для дальнейшего использования в вычислительных пакетах созданная сетка с граничными поверхностями записывалась в файл в нейтральном текстовом формате.

5. Результаты верификации и валидации

Для верификации и валидации двух комплексов программ Euler3n и hySol было проведено большое количество расчетов. Результаты этих расчетов систематизированы и представлены ниже.

5.1. Сравнение распределений давления

В параграфе 3 было приведено «точное» решение для острого конуса под нулевым углом атаки для некоторых значений угла полураствора конуса и числа Маха набегающего потока (см. табл. 1 и 2). Для сравнения был выбран острый конус с углом полураствора 10° и числом Маха 6.77 (см. табл. 2). Расчеты проводились на 10 сетках с количеством ячеек от 0.18×10^6 до 20.0×10^6 . Такое количество сеток использовалось по двум причинам. Во-первых, исследовалась сходимости по сетке. К сожалению, из-за большой кривизны конуса вблизи носика не проходит наиболее теоретически обоснованный подход с «дроблением» ячеек, когда одна ячейка грубой сетки делится на несколько ячеек мелкой сетки (в случае тетраэдральных сеток одна ячейка должна делиться на восемь мелких ячеек). Поэтому использовалось «независимое» сгущение сеток путем уменьшения параметра линейного размера минимальной ячейки сетки в Gmsh.

Во-вторых, оказалось, что тетраэдральные сетки, построенные Gmsh, имеют заметную неоднородность размеров ячеек вблизи поверхности конуса (рис. 3). На рис. 3 показано распределение объемов ячеек, прилегающих к поверхности конуса. Видна заметная неоднородность объемов ячеек даже на плоской задней поверхности конуса.

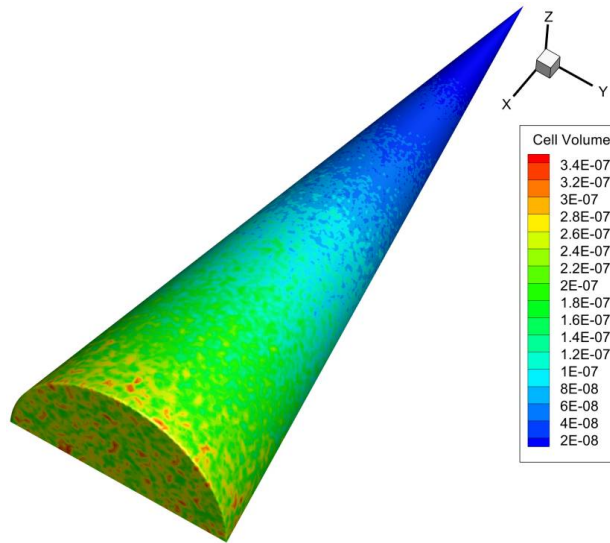


Рис. 3. Распределение объемов ячеек, прилегающих к поверхности конуса

Такая неоднородность приводит к небольшой немонотонности решения вдоль поверхности конуса (рис. 4). На рис. 4 показаны распределения безразмерного давления p/p_∞ вдоль образующей конуса.

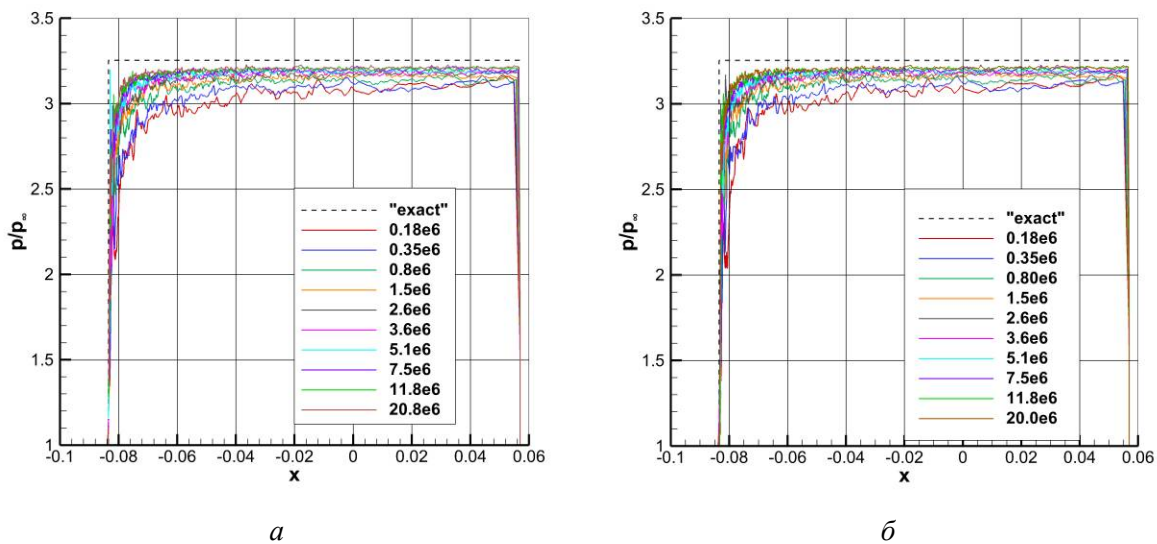


Рис. 4. Зависимость давления вдоль образующей остроконечного конуса с углом полураствора 10° при числе Маха 6.77 на различных сетках: а) Euler3n и б) hySol

На левой части рисунка представлены результаты для Euler3n, а на правой – для hySol. Точное решение (см. табл. 2) отрисовано пунктирной линией, а сплошные цветные линии соответствуют рассчитанным решениям на различных сетках. Видно, что отмеченная выше немонотонность решения не превышает нескольких процентов, практически одинакова для обоих программных комплексов и заметно уменьшается при сгущении сетки. Следует отметить, что используемая в данной работе для получения линейных распределений линейная

интерполяция может заметно усиливать визуальную неоднородность решения. В данной работе этот вопрос специально не исследовался.

Из рис. 4 видно, что есть четкая сходимости к точному решению при сгущении сетки. Наибольшее отклонение от точного решения наблюдается вблизи острого носика конуса, где кривизна поверхности максимальная и плоские треугольные грани ячеек плохо аппроксимируют поверхность конуса. При сгущении сетки этот эффект локализуется вблизи носика конуса и на большей части поверхности конуса получается постоянное распределение, стремящееся к точному решению.

5.2. Сравнение с экспериментальными данными

В работе [20] не представлены экспериментальные данные по локальным распределениям параметров течения. Но есть ширен–изображения полей течения. На рис. 5–7 даны сравнения изолиний плотности, полученной в расчетах, с представленными в [20] ширен–изображениями. На рис. 5 показано обтекание Конуса 1 (см. рис. 1) под углом атаки 180° . На рис. 6 показано обтекание Конуса 2 под нулевым углом атаки и на рис. 7 – Конуса 3 под углом атаки 90° .

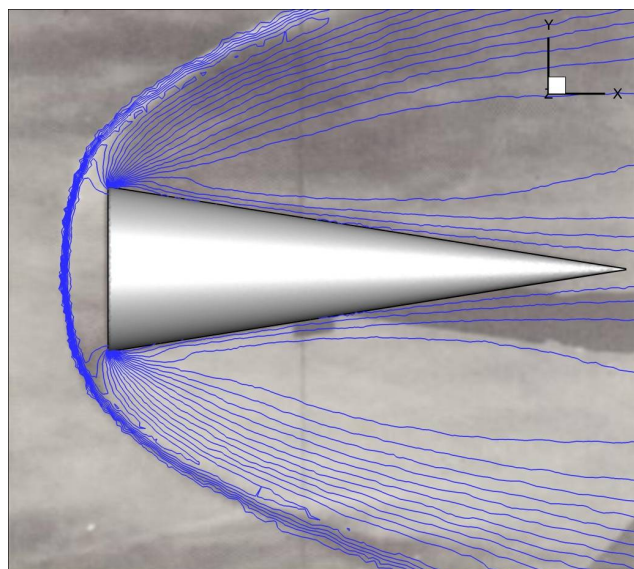


Рис. 5. Обтекание Конуса 1 под углом атаки 180°

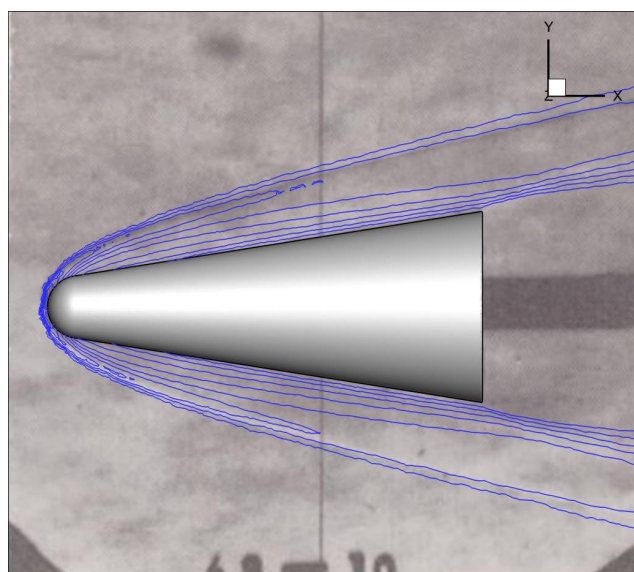


Рис. 6. Обтекание Конуса 2 под углом атаки 0°

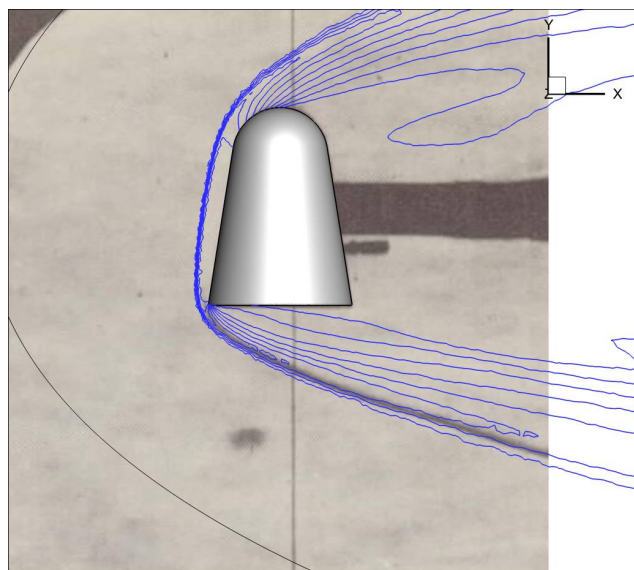


Рис. 7. Обтекание Конуса 3 под углом атаки 90°

На рис. 5–7 на фоне шлирен–изображений из работы [20] синими линиями показаны изолинии плотности, полученные с использованием программного комплекса *hySol*. Для сравнения выбраны существенно разные углы атаки (по одному для каждого конуса из [20]) – 0°, 90° и 180°, что позволяет охватить весь диапазон изменения углов атаки в эксперименте. Видно хорошее соответствие положения ударных волн, полученного в расчетах, с экспериментальными данными для всех трех углов атаки.

5.3. Сходимость по сетке

Перейдем к сравнению полученных в результате численного моделирования аэродинамических коэффициентов с «точным» решением, описанным в пункте 3. «Точное» значение коэффициента сопротивления получено по формуле

$$c_x = \frac{p_3/p_\infty}{\gamma M^2/2}$$

Воспользуемся данными табл. 2 для конуса с углом полураствора 10°. В данном случае, «точное» значение коэффициента сопротивления равно $c_x \approx 0.101416$. На рис. 8 показана зависимость рассчитанного коэффициента сопротивления от характерного размера сетки (левая часть рисунка) и относительная погрешность в c_x от количества ячеек в сетке (правая часть рисунка). Синим цветом обозначены результаты, полученные при помощи *hySol*, красным цветом – при помощи *Euler3n* с первым порядком точности по пространству, а зеленым – со вторым порядком. На левой части рисунка пунктирной линией показано «точное» решение. Маркеры на рис. 8 соответствуют сеткам, указанным в 5.1, а под характерным размером ячейки понимается параметр линейного размера минимальной ячейки сетки в *Gmsh*, используемый при построении соответствующей сетки. Видно, что при сгущении сетки рассчитанные значения коэффициента сопротивления приближаются к «точному» значению, а относительная погрешность уменьшается. Как видно из рис. 4 основанная погрешность в коэффициенте сопротивления возникает из-за отличия давления вблизи носика конуса от «точного» давления, которое должно быть постоянно вдоль всей поверхности конуса.

По полученным в расчетах значениям коэффициента сопротивления был проведена оценка сходимости и предельного значения, определяемого при помощи экстраполяции по Ричардсону. Результаты представлены в табл. 3. Параметр «асс» для расчетного комплекса *Euler3n* обозначает первый и второй порядок точности по пространству реализации алгоритма. Для оценки порядка сходимости использовались решения на пяти самых подробных

сетках. Оценка порядка сходимости получена методом наименьших квадратов. Видно, что для коэффициента сопротивления оценка порядка сходимости реализованных в Euler3n и hySol методов близка к теоретической.

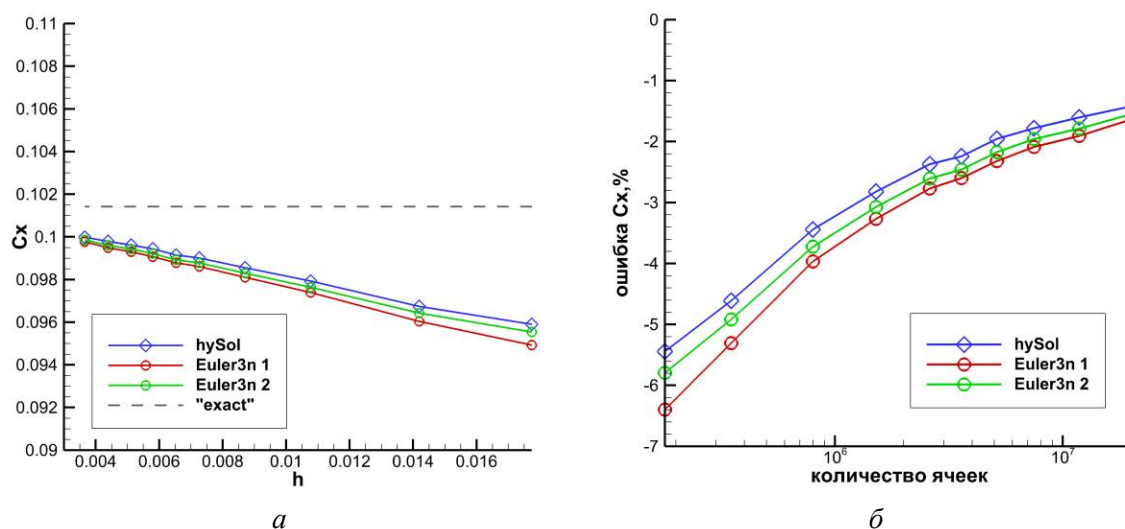


Рис. 8. Зависимость коэффициента сопротивления острого конуса с углом полураствора 10° при числе Маха 6.77 от сетки: а) c_x от характерного размера ячейки и б) погрешность в c_x от числа ячеек

Таблица 3

Сходимость коэффициента сопротивления по сетке для конуса с углом 10° при обтекании с числом Маха 6.77

	Сходимость по сетке	Интерполяция на нулевую сетку	Относительная ошибка
«Точное» решение		0.101416	
Euler3, acc = 1	1.20	0.100704	0.7 %
Euler3, acc = 2	1.59	0.100439	0.9 %
hySol	2.05	0.100330	1.0 %

5.4. Зависимость от числа Маха

Для перекрестной верификации двух программных комплексов рассмотрим обтекание всех трех конусов (см. рис. 1) в более широком диапазоне сверхзвуковых скоростей. Для этого число Маха менялось от 2 до 10 при фиксированном угле атаки 0° . На рис. 9 показана зависимость коэффициента сопротивления от числа Маха для всех трех конусов. Синим цветом обозначены результаты, полученные при помощи hySol, красным цветом – при помощи Euler3n, а черными маркерами – «точное» решение для острого конуса с углом полураствора 9° (см. параграф 3).

Рисунок 9 показывает хорошее соответствие результатов, полученных обоими программными комплексами, для всего диапазона чисел Маха и для всех трех конусов. В случае острого конуса есть вполне удовлетворительное согласие численных результатов с точными решениями.

5.5. Зависимость от угла атаки

В работе [20] экспериментально исследованы аэродинамические характеристики одного острого и двух затупленных конусов в максимально возможном диапазоне углов атаки от 0° до 180° с шагом примерно 5° . В каждой точке измерялись: коэффициент сопротивления

c_D , коэффициент подъемной силы c_L и момент c_m . По этим коэффициентам вычислялось аэродинамическое качество. В целом это довольно большой объем экспериментальной информации, которую можно использовать для валидации расчетных программ. Численное моделирование проводилось с шагом 10° по углу атаки и только в некоторых случаях (вблизи экстремумов в распределениях аэродинамических коэффициентов) добавлялись дополнительные углы атаки.

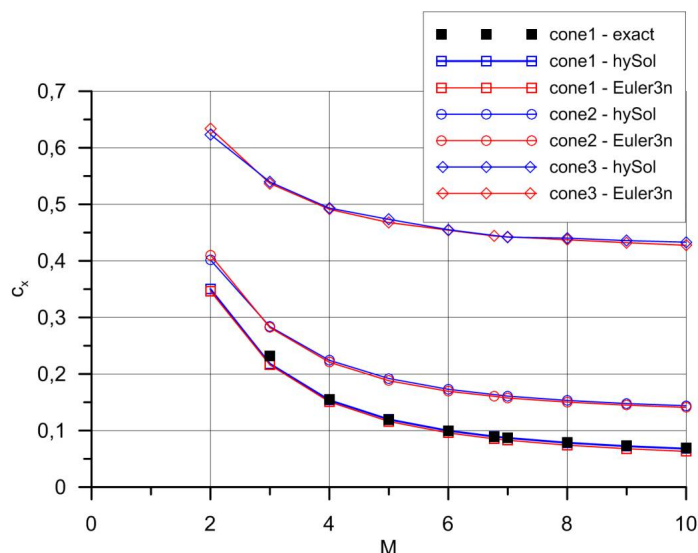


Рис. 9. Зависимость коэффициента сопротивления от числа Маха для Конуса 1 (квадратные маркеры), Конуса 2 (круглые маркеры) и Конуса 3 (ромбовидные маркеры) для нулевого числа атаки

На рис. 10 показано сравнение рассчитанных аэродинамических коэффициентов Конуса 1 с экспериментальными значениями для разных углов атаки. Черными маркерами обозначены экспериментальные результаты. Для конуса со скругленной задней частью в [20] даны экспериментальные данные только для момента (рис. 10, *d*). Синие кривые соответствуют расчетам по hySol для Конуса 1 с плоской задней частью, зеленые – расчетам по hySol для Конуса 1 со скругленной задней частью, красные – по Euler3n для Конуса 1 с плоской задней частью и фиолетовые – по Euler3n для Конуса 1 со скругленной задней частью.

Видно, что оба программных комплекса hySol и Euler3n дают близкие результаты практически во всем диапазоне углов атаки. Небольшое отличие наблюдается только вблизи угла атаки 180° и связано с отсутствием установления решения для Euler3n в случае плохообтекаемых объектов, которыми являются конусы при этих углах атаки. Сравнение с экспериментальными данными показывает хорошее соответствие результатов по коэффициенту подъемной силы и аэродинамическому качеству. В случае коэффициента сопротивления рассчитанные значения несколько не дотягивают до максимума, который располагается близки 80° , где относительная погрешность достигает 7%. При этом само положение максимума в эксперименте и в расчетах совпадает. При таком угле атаки отрывная зона за телом становится максимальной и, следовательно, для получения более точных результатов в расчетах необходимо учитывать вязкие эффекты, которые в данной работе не рассматриваются. Распределения момента силы соответствуют друг другу несколько хуже. Это особенно заметно на интервале углов атаки от 90° до 120° , где относительная погрешность около 10%.

Анализируя рис. 10 можно заметить, что наличие скругленной задней части начинает сказываться только после достижения угла атаки 100° . При этом влияние задней части на коэффициент подъемной силы становится заметно несколько раньше, чем на коэффициент сопротивления. Момент оказывается наименее чувствительным к наличию скругленной задней части.

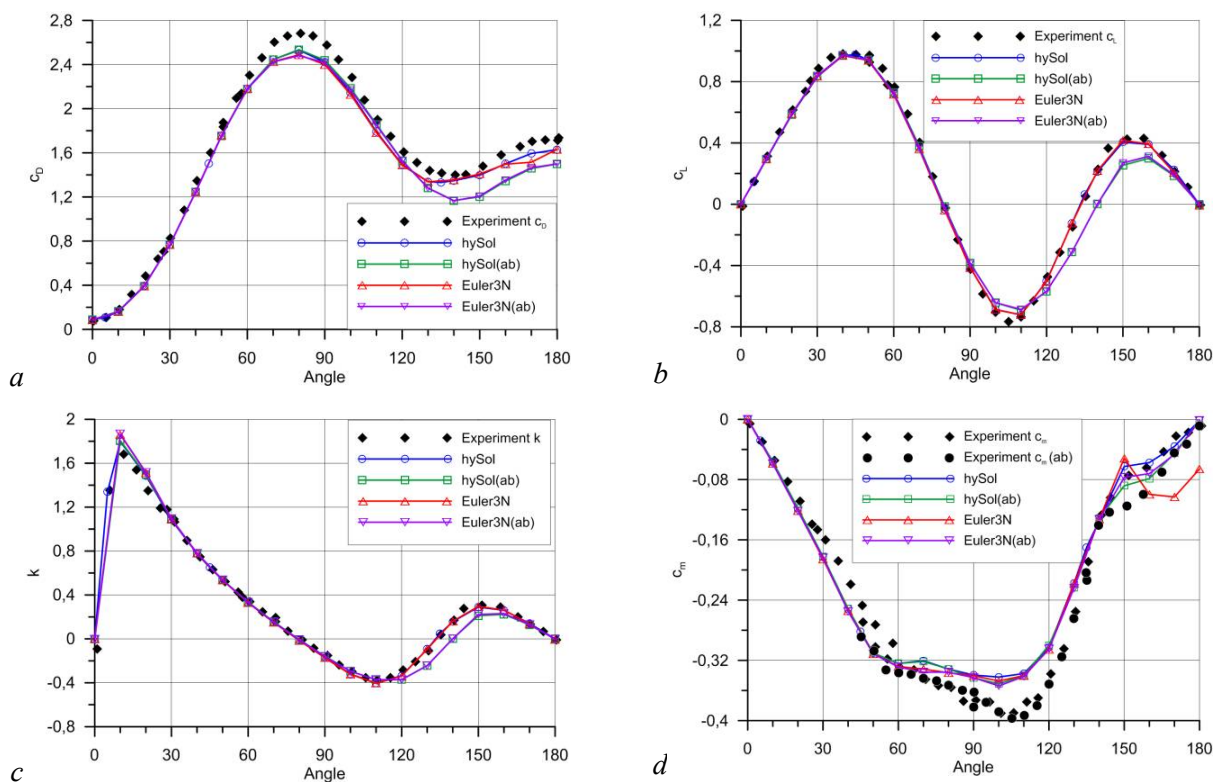


Рис. 10. Зависимость аэродинамических коэффициентов Конуса 1 от угла атаки при $M=6.77$
 а) c_D , б) c_L , в) k , г) c_m

На рис. 11 показано сравнение рассчитанных аэродинамических коэффициентов с экспериментальными значениями для разных углов атаки для Конуса 2.

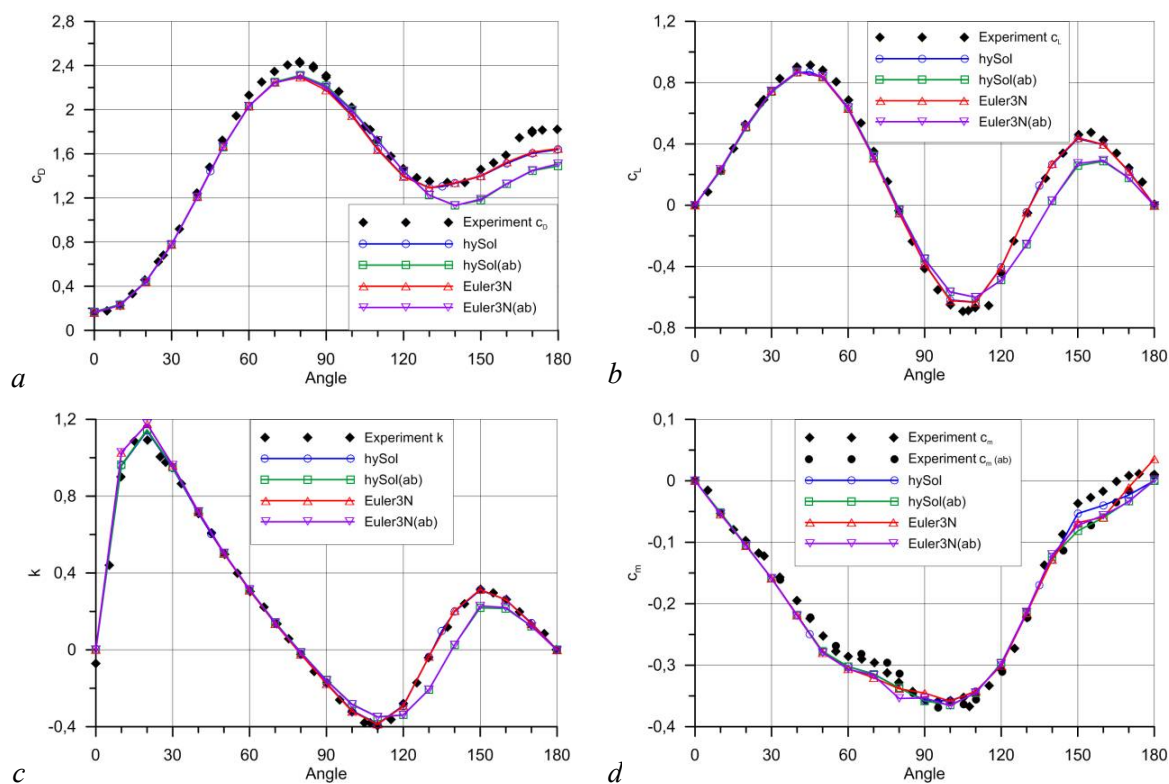


Рис. 11. Зависимость аэродинамических коэффициентов Конуса 2 от угла атаки при $M=6.77$
 а) c_D , б) c_L , в) k , г) c_m

Для Конуса 2 опять хорошее соответствие результатов получается для коэффициента подъемной силы и аэродинамического качества. Для коэффициента сопротивления относительная погрешность в точке максимума (80°) чуть больше 5 %, но возникает некоторое расхождение в результатах близи 180° , где относительная погрешность достигает 9 %. Совпадение результатов для момента силы заметно лучше, чем для Конуса 1. Некоторое расхождение наблюдается только после угла атаки 150° для Конуса 2 без скругленной задней части (см. рис. 11, *d*).

На рис. 12 показано сравнение рассчитанных аэродинамических коэффициентов с экспериментальными значениями для разных углов атаки для Конуса 3.

Для Конуса 3 наблюдается самое лучшее совпадение рассчитанных и экспериментальных результатов. Хорошее совпадение по коэффициенту подъемной силы и вполне удовлетворительное по коэффициенту сопротивления (максимальная величина 8 % при 180°). Для момента силы наблюдается та же ситуация, что и в случае Конуса 2. Есть некоторое расхождение результатов только после угла атаки 150° для Конуса 3 без скругленной задней части (рис. 12, *d*).

В случае Конуса 3 влияние скругленной задней части заметно выше и наблюдается уже после угла атаки 80° . Меньше всего это влияние сказывается на моменте, что хорошо видно и по экспериментальным данным на рис. 12, *d*.

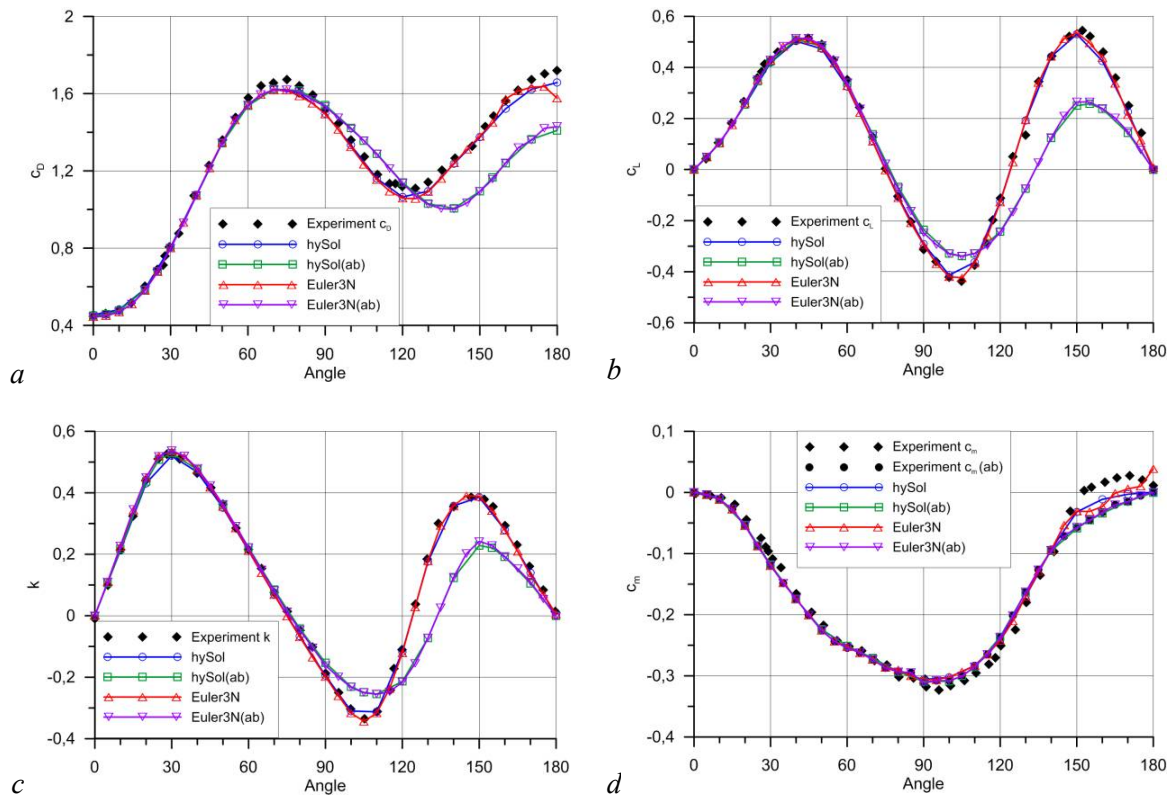


Рис. 12. Зависимость аэродинамических коэффициентов Конуса 3 от угла атаки при $M=6.77$
a) c_D , b) c_L , c) k , d) c_m

В целом можно отметить хорошие результаты перекрестной верификации программных комплексов *hySol* и *Euler3n* между собой и валидации на базе экспериментальных данных [20] для всех трех конусов на всем диапазоне углов атаки.

5.6. Визуализация полей течения

Начальное представление о полях течения около конусов, исследованных в [20], можно составить по рис. 5–7. К сожалению, в [20] мало теневых фотографий полей течения, с кото-

рыми можно сравнить численные результаты. Кроме того, рисунки позволяют определить только геометрическое положение газодинамических особенностей полей течения. Никакой количественной информации о поле течения по этим рисункам получить нельзя. Поэтому на рис. 13–15 показаны цветные изолинии давления, полученного в расчетах, для различных углов атаки. Углы атаки выбирались в интервале от 0° до 180° с шагом 20° . Дополнительно показаны изолинии давления для угла атаки 90° . На этих рисунках показаны изолинии безразмерного давления, отнесенного к давлению набегающего потока. Используемая шкала изменения давления – от 0 до 50. Только на рис. 13 для случая нулевого угла атаки шкала изменения давления равна от 0 до 5.

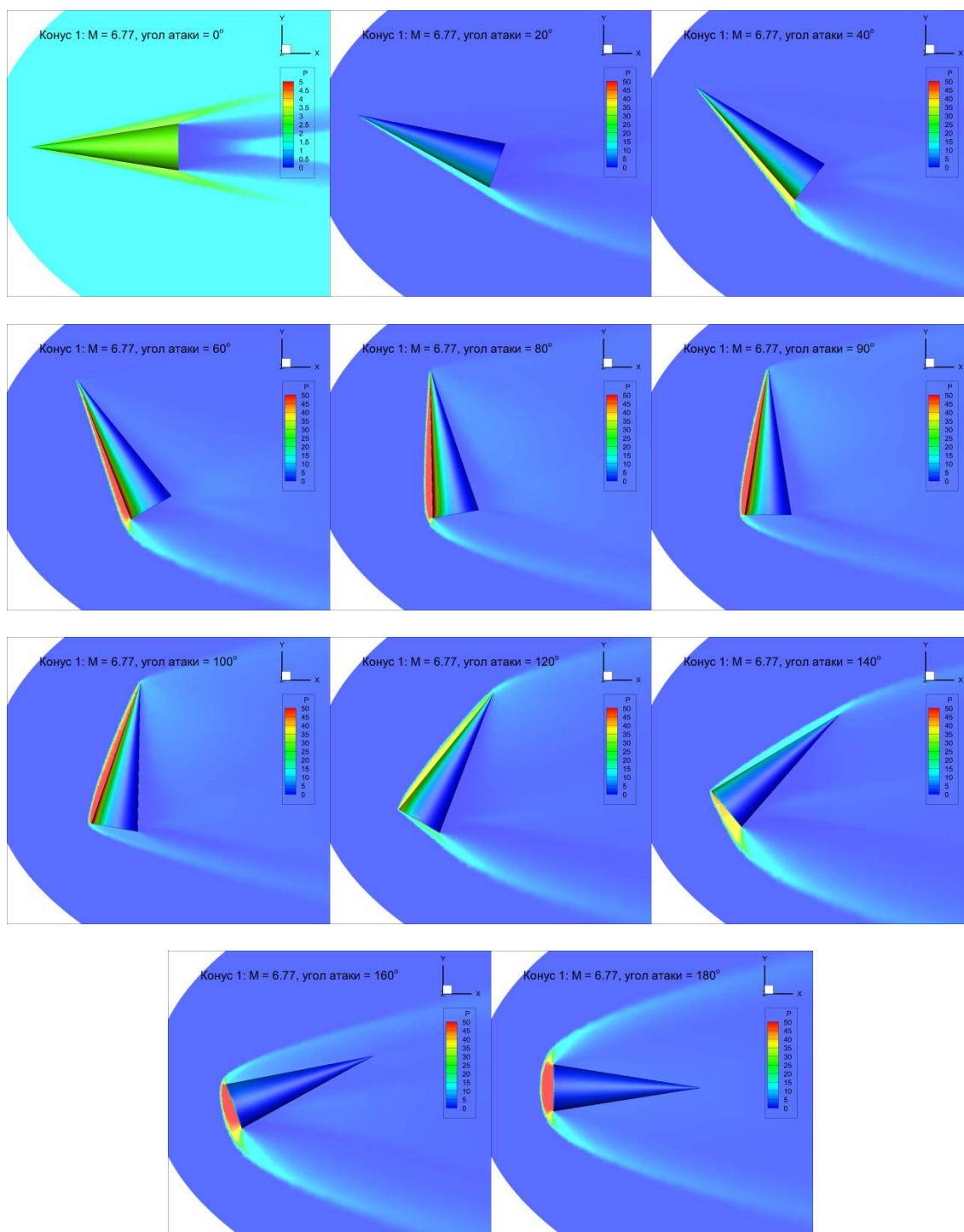


Рис. 13. Распределения давления при обтекании Конуса 1 под разными углами атаки

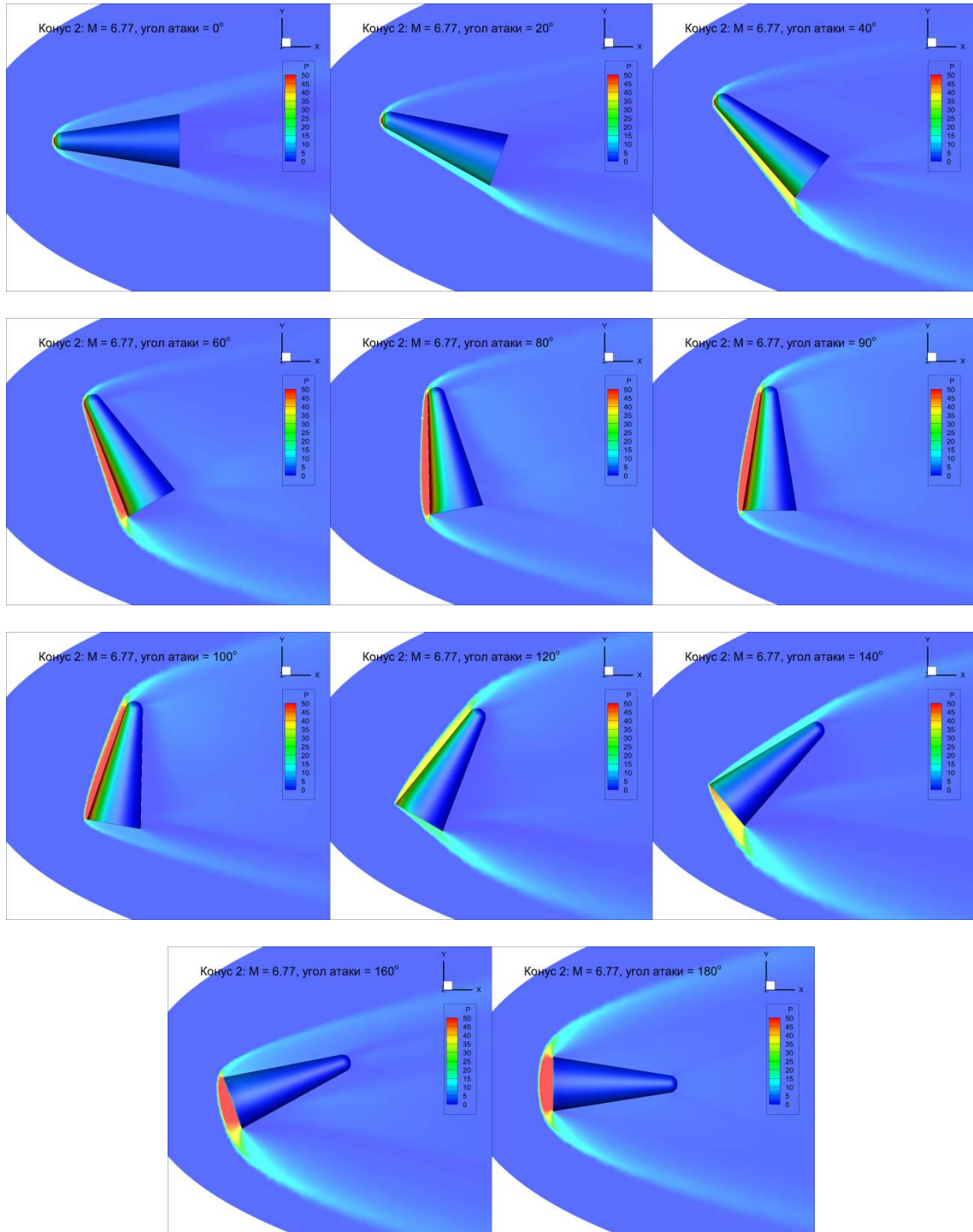


Рис. 14. Распределения давления при обтекании Конуса 2 под разными углами атаки

Дополнительные примеры расчетов и визуализации высокоскоростных течений, полученные с использованием программных комплексов Euler3n и hySol, можно найти в работах [23, 24, 34, 35].

Распределение скалярных величин – давления и плотности может быть весьма информативным, однако, более точное представление о характере течения газа и его особенностях дает распределение скоростей. В стационарном течении о распределении скоростей можно судить по траекториям движения. Если в качестве начального положения «пробных частиц» брать распределения в виде отрезков линий, то помимо траекторий можно получить информацию и о повороте «частиц» относительно траектории движения. Такой вид отображения полей скорости для всех трех типов цилиндров выбран на рис. 16–18.

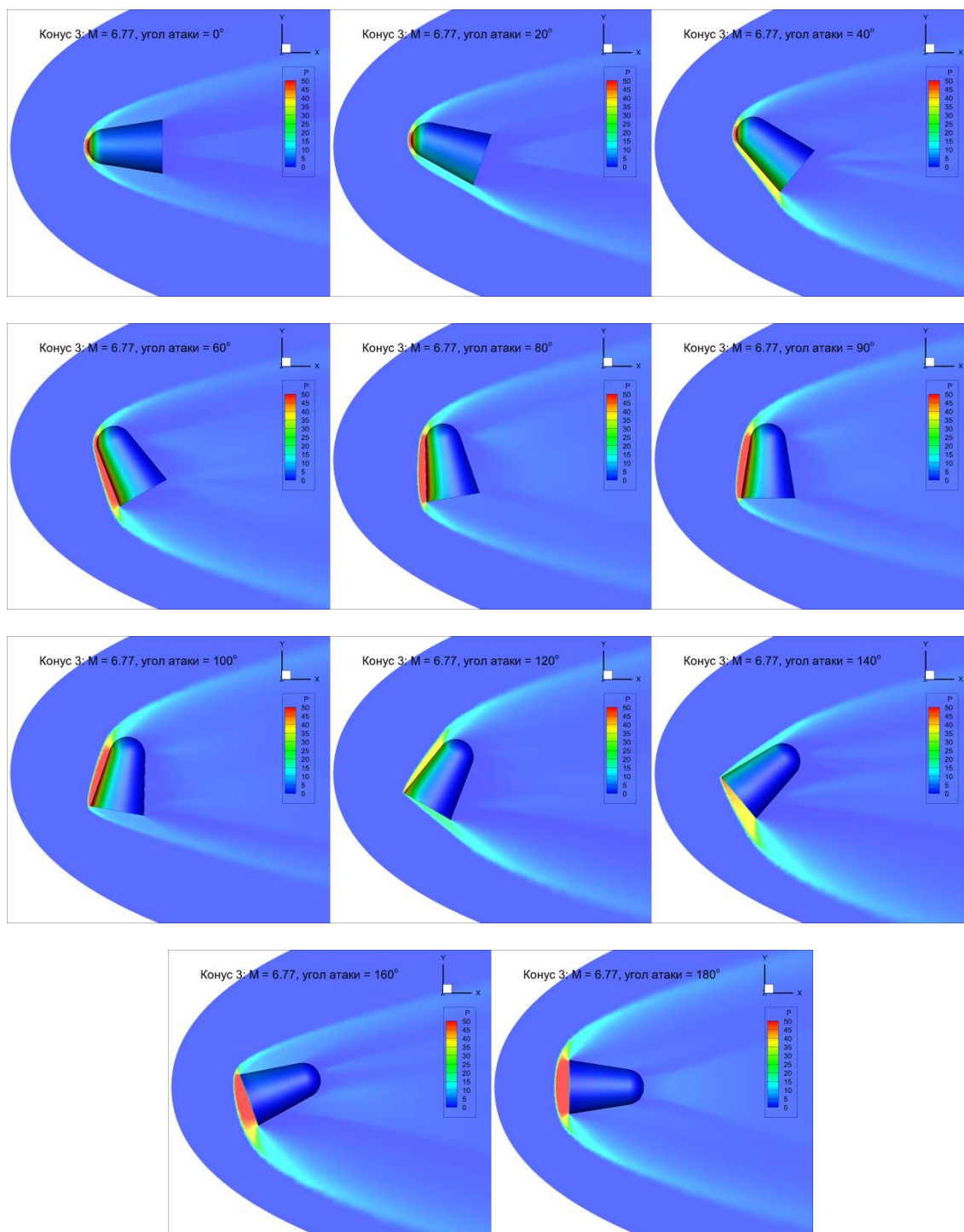


Рис. 15. Распределения давления при обтекании Конуса 3 под разными углами атаки

На рис. 16 представлено обтекание острого конуса под углом 30°. Набегающий поток остается прямолинейным и равномерным до встречи с отошедшей (в рассматриваемом сечении) ударной волной. За ударной волной поступательная скорость потока резко падает (именно величиной поступательной скорости подкрашены полосы движения), и траектории уходят потока вниз как непосредственно перед препятствием, так и на некотором удалении от него. Полосы течения вблизи центра расходятся, огибая конус, а за конусом имеют тенденцию сближаться. Чем ближе полоса движения располагается к центру, тем более она отклоняется вниз, и тем более падает ее продольная скорость. На поверхности конуса изображена величина давления, причем для лучшего анализа полос движения поверхность конуса сделана полупрозрачной.

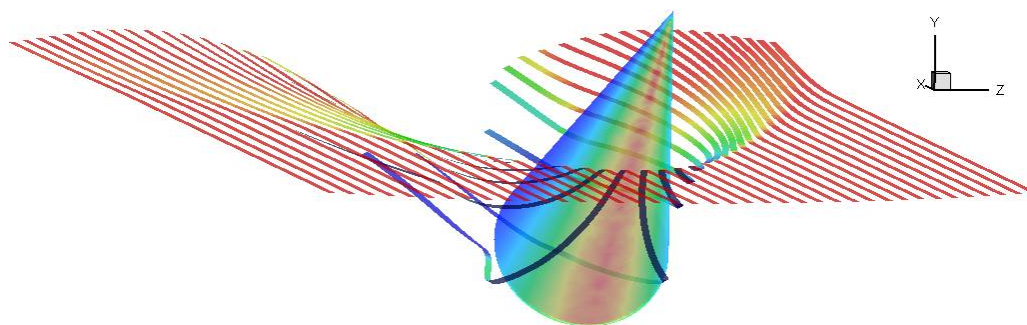


Рис. 16. Остроконечный конус (Конус 1) под углом атаки 30°

На рис. 17 показано обтекание затупленного конуса 2 под углом атаки 110° . В данном случае за ударной волной поток отклоняется вверх, а падение поступательной скорости, аналогично предыдущему случаю, тем выше, чем ближе полоса движения расположена к центру тела, и отклонение потока вверх тем больше, чем полоса движения ближе расположена к центру тела.

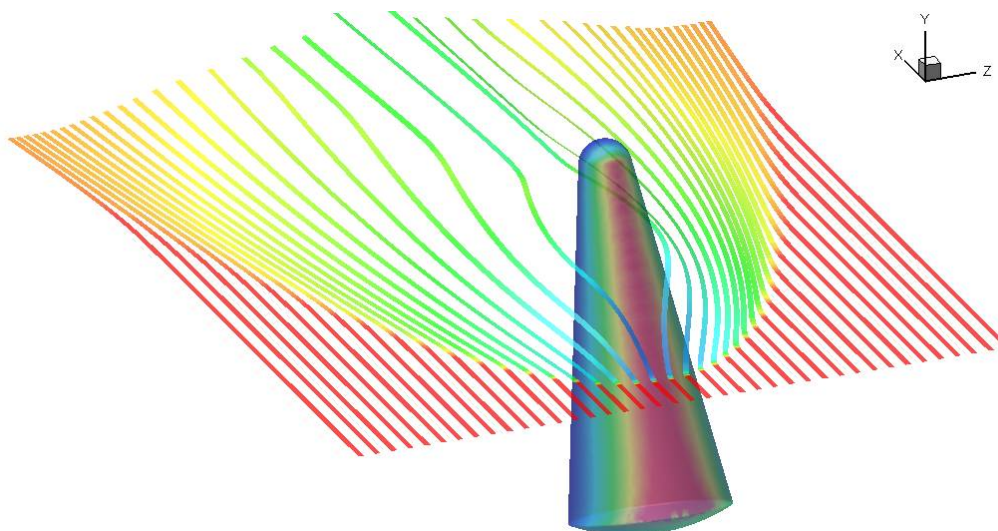


Рис. 17. Закругленный длинный конус с задним сферическим закруглением под углом атаки 110°

На рис. 18 представлено обтекание затупленного конуса 3 под углом атаки 160° , причем угол зрения расположен ниже начального положения полос движения. Отличительной особенностью движения в этом случае является то, что полосы движения, перед обтекаемым конусом опускаются вниз, а после конуса поднимаются вверх.

Более подробно исследовать структуру течения можно рассматривая последовательность полос движения, начинающихся на разных уровнях координаты y .

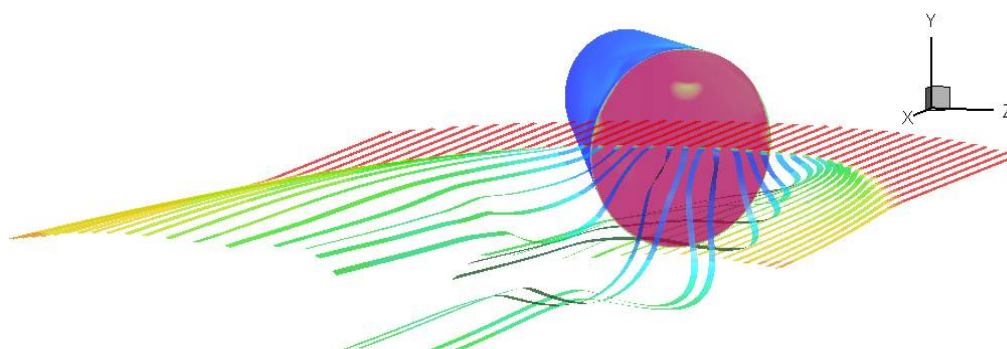


Рис. 18. Закругленный короткий конус под углом атаки 160°

6. Заключение

В статье описаны результаты верификации и валидации двух компьютерных комплексов Euler3n и hySol. Для верификации используется «точное» решение задачи обтекания острого кругового конуса с углом полураствора 10° под нулевым углом атаки в диапазоне чисел Маха от 2 до 10. Перекрестная верификация и валидация проведены на основе экспериментальных данных об обтекании одного острого и двух затупленных конусов с углом полураствора 9° при числе Маха 6.77 и в диапазоне углов атаки от 0° до 180° [20]. В статье представлены результаты наиболее полного на сегодняшний день численного моделирования данного эксперимента в литературе. Анализ коэффициентов сопротивления, подъемной силы и аэродинамического момента позволяет сделать вывод о хорошем качественном и количественном соответствии экспериментальных и расчетных данных рассматриваемых программных комплексов. Приведены картины обтекания исследуемых конусов в виде распределений давления в плоскости симметрии и на поверхностях обтекаемых тел, а также траекторий полос течения.

Работа выполнена в рамках государственного задания № АААА-А20-120011690135-5.

Литература

1. Roache P.J. Need for Control of Numerical Accuracy // *J. Spacecraft and Rockets*, 1990, 27, No. 2, pp. 98–102.
2. Roy C.J., Smith T.M., Ober C.C. Verification of a Compressible CFD Code using the Method of Manufactured Solutions // *32nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, AIAA Paper 2002–3110.
3. Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations, American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA-G-077-1998, Reston, VA, 1998
4. Железнякова А.Л. Технологии верификации и валидации в численном газодинамическом моделировании // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2018. Т.19, вып. 2. <http://chemphys.edu.ru/issues/2018-19-2/articles/687/>
5. Красильщиков А.П., Гурьяшкин Л.П. Экспериментальные исследования тел вращения в гиперзвуковых потоках. М.: Физматлит, 2007.
6. Owens R.V. Aerodynamic characteristics of spherically blunted cones at Mach number from 0.5 to 5.0. Washington: NASA TN D-3088, 1965.
7. Артонкин В.Г., Леутин П.Г., Петров К.П., Столяров Е.П. Аэродинамические характеристики острых и притупленных конусов при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях // *Труды ЦАГИ*. 1972, вып. 1413, 91 с.
8. Булах Б.М. Нелинейные конические течения газа. М.: Наука, 1970, 344 с.
9. Петров К.П. Аэродинамика тел простейших форм. М.: Факториал, 1998, 432 с.
10. Taylor G.I., Maccoll J.N., The air pressure on cones moving at high speeds // *Proc. Roy. Soc. London, Ser.*, 1933, A139 (A338), pp. 278–311.
11. Крайко А.Н., Тилляева Н.И. Осесимметричные конические и локально-конические течения без закрутки // *ПМТФ*, 2014, № 2, с. 108–126.
12. Башкин В.А., Егоров И.В., Иванов Д.В., Пафнутьев В.В., Острый круговой конус в сверхзвуковом потоке вязкого совершенного газа // *Ученые записки ЦАГИ*, 2003, 34, № 3–4, 3–16.
13. Коваленко В.В., Кравцов А.Н., Мельничук Т.Ю. Сопротивление конических носовых частей при сверхзвуковом обтекании // *Ученые записки ЦАГИ*, 2011, 42, № 1, с. 31–36.
14. Бабенко К.И., Воскресенский Г.П., Любимов А.Н., Русанов В.В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М.: Наука, 1964, 505 с.
15. Kopal Z. Tables of supersonic flow around jawing cones. Cambridge, Massachusetts: MIT. Techn. Rep., 1947, No. 3.
16. Kopal Z. Tables of supersonic flow around cones of large jaw. Cambridge, Massachusetts: MIT. Techn. Rep., 1949, No. 5.

17. Sims J.L. Tables for supersonic flow around right circular cones at zero angle of attack. NASA–SP–3004, 1964.
18. Surzhikov S.T. Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data // *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2017, **815**, 012023.
19. Roy C.J., Mc Wherter–Payne M.A., Oberkampf W.L. Verification and Validation for Laminar Hypersonic Flowfields, Part 1: Verification // *AIAA J.*, 2003, Vol. 41, No. 10, pp. 1934–1943.
20. Neal L., Jr. Aerodynamic Characteristics at a Mach Number of 6.77 of a 9° cone configuration, with and without spherical after bodies, at angles of attack up to 180° with various degrees of nose blunting // NASA TN D–3312, 1966.
21. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П., Численное решение многомерных задач газовой динамики, М.: Наука, 1976, 400 с.
22. Barth T.J., Jespersen D.C. The design and application of upwind schemes on unstructured meshes // AIAA Paper No. 1989–0366, Jun 1989.
23. Крюков И.А., Иванов И.Э., Ларина Е.В. Программный комплекс расчета высокоскоростных течений hySol // *Физико–химическая кинетика в газовой динамике*. 2021. Т. 22, вып. 1. <http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-1/articles/902/>
24. Крюков И.А., Иванов И.Э., Ларина Е.В. Верификация программного комплекса hySol для расчета высокоскоростных течений // *Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС’2017)*, 24–31 мая 2017 г. Алушта, М.: Изд–во МАИ Москва, том 1, с. 485–487.
25. Боровиков С.Н., Иванов И.Э., Крюков И.А., Моделирование пространственных течений идеального газа с использованием тетраэдральных сеток // *Математическое моделирование РАН*, 2006, Том 18, № 8, с. 37–48.
26. Venkatakrishnan V. Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters // *J. Comp. Phys.*, 1995, Vol. 118, pp. 120–130.
27. Michalak C., Ollivier–Gooch C. Accuracy preserving limiter for the high–order accurate solution of the Euler equations // *J. Comp. Phys.*, 2012, Vol. 228, pp. 8693–8711.
28. Liou M.–S., Steffen Jr C.J., A new flux splitting scheme // *J. Comp. Phys.*, 1993, Vol. 107, No. 1, pp. 23–39.
29. Weiss J.M., Maruszewski J.P., Smith W.A. Implicit solution of preconditioned Navier–Stokes equations using algebraic multigrid // *AIAA J.*, 1999, Vol. 37, No. 1, pp. 29–36.
30. Shu C.–W., Osher S., Efficient Implementation of Essentially Non–Oscillatory Shock–Capturing Schemes II // *J. Comp. Phys.*, 1989, Vol. 83, pp. 32–78.
31. Лойцанский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973, 736 с.
32. A three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities // <http://gmsh.info>
33. Ермаков М.К., Крючкова А.С. Генерация неструктурированных тетраэдральных сеток для обтекания летательных аппаратов на основе открытых пакетов // *Физико–химическая кинетика в газовой динамике*. 2020. Т. 21, вып. 2. <http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-2/articles/897/>
34. Ermakov M.K., Kryukov I.A., Supercomputer modeling of flow past hypersonic flight vehicles // *J. Phys.: Conference Series*, 2017, Vol. 815, 012016, pp. 1–5.
35. Макеич Г.С., Харченко Н.А., Крюков И.А. Расчет аэродинамики и динамики полета спускаемого летательного аппарата EXPERT // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2017. Т. 18, вып. 2. <http://chemphys.edu.ru/issues/2017-18-2/articles/738/>

References

1. Roache, P. J., “Need for Control of Numerical Accuracy,” *J. Spacecraft and Rockets*, Vol. 27, No. 2, 1990, pp. 98–102.

2. Roy, C. J., Smith, T. M., Ober, C. C., "Verification of a Compressible CFD Code using the Method of Manufactured Solutions," *32nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, AIAA Paper 2002–3110, June 2002.
3. Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations, American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA–G–077–1998, Reston, VA, 1998
4. Zheleznyakova, A., "Verification and validation technologies for gas dynamic simulations," *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, Vol. 19, No. 2, 2018. <http://chemphys.edu.ru/issues/2018-19-2/articles/687/>
5. Krasil'shchikov, A. P., Guryashkin, L. P., *Jeksperimental'nye issledovanija tel vrashhenija v gi-perzvukovyh potokah* (Studies of Bodies of Revolution in Hypersonic Flows), Moskva, Fizmat-lit, 2007.
6. Owens, R. V., *Aerodynamic characteristics of spherically blunted cones at Mach number from 0.5 to 5.0*. Washington: NASA TN D–3088, 1965.
7. Artonkin, V. G., Leutin, P. G., Petrov, K. P., Stoljarov, E. P., "Ajerodinamicheskie harakteristiki ostryh i pritulennyh konusov pri dozvukovyh i sverhzhvukovyh skorostjah," *Trudy TsAGI*, Vol. 1413, 1972, p. 91.
8. Bulah, B. M., *Nelinejnye konicheskie techenija gaza* (Nonlinear conical flow), Delft University Press, 1985, p. 326.
9. Petrov, K. P., *Ajerodinamika tel prostejshih form* (Aerodynamics of Bodies of the Simplest Shapes), Factorial, Moskva, 1998, 432 p.
10. Taylor, G. I., Maccoll, J. N., "The air pressure on cones moving at high speeds," *Proc. Roy. Soc. London, Ser.*, Vol. A139 (A338), 1933, pp. 278–311.
11. Krajko, A. N., Tilljaeva, N. I., "Osesimmetrichnye konicheskie i lokal'no–konicheskie techenija bez zakrutki," *PMTF*, No. 2, 2014, pp. 108–126.
12. Bashkin, V. A., Egorov, I. V., Ivanov, D. V., Pafnut'ev, V. V., "Ostryj krugovoj konus v sverhzhvukovom potoke vjazkogo sovershennogo gaza," *Uchenye zapiski CAGI*, Vol. 34, No. 3–4, 2003, pp. 3–16.
13. Kovalenko, V. V., Kravcov, A. N., Mel'nichuk, T. Ju., "Soprotivlenie konicheskikh nosovyh chastej pri sverhzhvukovom obtekanii," *Uchenye zapiski CAGI*, Vol. 42, No. 1, 2011, pp. 31–36.
14. Babenko, K. I., Voskresenskij, G. P., Ljubimov, A. N., Rusanov, V. V., *Prostranstvennoe obtekanie gladkih tel ideal'nym gazom* (Three Dimensional Flow of Ideal Gases around Smooth Bodies. NASA TT F-380, 1968), M.: Nauka, 1964, 505 p.
15. Kopal, Z., *Tables of supersonic flow around jawing cones*, Cambridge, Massachusetts: MIT. Techn. Rep., No. 3, 1947.
16. Kopal, Z., *Tables of supersonic flow around cones of large jaw*, Cambridge, Massachusetts: MIT. Techn. Rep., No. 5, 1949.
17. Sims, J. L., *Tables for supersonic flow around right circular cones at zero angle of attack*, NASA–SP–3004, 1964.
18. Surzhikov, S. T., "Validation of computational code UST3D by the example of experimental aerodynamic data," *J. Phys.: Conf. Ser.*, Vol. 815, 012023, 2017.
19. Roy, C. J., Mc Wherter–Payne, M. A., Oberkampf, W. L., "Verification and Validation for Laminar Hypersonic Flowfields, Part 1: Verification," *AIAA J.*, Vol. 41, 2003, pp. 1934–1943.
20. Neal, L. Jr., *Aerodynamic Characteristics at a Mach Number of 6.77 of a 9° cone configuration, with and without spherical after bodies, at angles of attack up to 180° with various degrees of nose blunting*, NASA TN D–3312, 1966.
21. Godunov, S. K., Zabrodin, A. V., Ivanov, M. Ia., Krajko, A. N., Prokopov, G. P., *Chislennoe reshenie mnogomernyh zadach gazovoj dinamiki* (Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics), Moskva, Nauka, 1976, 400 p.
22. Barth, T. J., Jespersen, D. C., "The design and application of upwind schemes on unstructured meshes," *27th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, AIAA Paper No. 1989–0366, Jun 1989.

23. Kryukov, I. A., Ivanov, I. Je., Larina, E. V., “Software package hySol for the Numerical Simulation of High-speed Flows,” *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, Vol. 22, No. 1, 2021. <http://chemphys.edu.ru/issues/2021-22-1/articles/902/>
24. Kryukov, I. A., Ivanov, I. Je., Larina, E. V., “Verification of the hySol software package for calculating high-speed flows,” *XX Anniversary International Conference on Computational Mechanics and Modern Applied Software Systems (CMMAPS’2017)*, May 2017, Alushta, Moscow MAI, Vol. 1, pp. 485–487.
25. Borovikov, S. N., Ivanov, I. E., Krjukov, I. A., “Modelirovanie prostranstvennyh techenij ideal'nogo gaza s ispol'zovaniem tetrajedral'nyh setok,” *Matematicheskoe modelirovanie*, Vol. 18, No. 8, 2006, pp. 37–48.
26. Venkatakrishnan, V., “Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters,” *J. Comp. Phys.*, Vol. 118, 1995, pp. 120–130.
27. Michalak, C., Ollivier–Gooch, C., “Accuracy preserving limiter for the high–order accurate solution of the Euler equations,” *J. Comp. Phys.*, Vol. 228, 2012, pp. 8693–8711.
28. Liou, M.–S., Steffen, Jr C. J., “A new flux splitting scheme,” *J. Comp. Phys.*, Vol. 107, 1993, pp. 23–39.
29. Weiss, J. M., Maruszewski, J. P., Smith, W. A., “Implicit solution of preconditioned Navier–Stokes equations using algebraic multigrid,” *AIAA J.*, Vol. 37, 1999, pp. 29–36.
30. Shu, C.–W., Osher, S., “Efficient Implementation of Essentially Non–Oscillatory Shock–Capturing Schemes II,” *J. Comp. Phys.*, Vol. 83, 1989, pp. 32–78.
31. Lojcanskij, L. G., *Mehanika zhidkosti i gaza* (Fluid and Gas Mechanics), Nauka, Moskva, 1973, 736 p.
32. A three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities // <http://gmsh.info>
33. Ermakov, M. K., Krjuchkova, A. S., “Generation of unstructured tetrahedral meshes for flow past flight vehicles based on open packages,” *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, Vol. 21, No. 2, 2020, <http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-2/articles/897/>
34. Ermakov, M. K., Kryukov, I. A., “Supercomputer modeling of flow past hypersonic flight vehicles,” *J. Phys.: Conference Series*, Vol. 815, 012016, 2017, pp. 1–5.
35. Makeich, G. S., Kharchenko, N. A., Kryukov, I. A., “Aerodynamics and flight dynamics simulation of EXPERT re-entry vehicle,” *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*. Vol. 18, No. 2, 2017. <http://chemphys.edu.ru/issues/2017-18-2/articles/738/>

Статья поступила в редакцию 30 марта 2021 г.