

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНЫХ И ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН В КАНАЛАХ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ В ГАЗОВЗВЕСЯХ

А.В. Федоров, Ю.В. Кратова, Т.А. Хмель, В.М. Фомин

*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича  
Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск,*

### Аннотация

Предложена физико-математическая модель и численная технология для расчетов ударно-волновых и детонационных процессов в гетерогенных смесях газа и мелких реагирующих частиц в каналах сложной геометрии. Математическая модель гетерогенной детонации газозвесей основана на двухскоростном двухтемпературном приближении механики реагирующих континуумов. Математическая технология включает использование схемы TVD для газовой фазы и Джентри – Мартина – Дэйли для частиц. Метод адаптирован для расчета двумерных течений в областях произвольной формы. Особенностью является простота реализации: расчет проводится в покрывающей область канале, значения на границах области переопределяются согласно условиям непротекания. В качестве приложений развитой методики рассмотрена задача о распространении ударных и детонационных волн в газозвесах алюминиевых частиц в кислороде в канале с внезапным расширением. Отмечается, что дифракция ударных волн на обратном уступе в газозвесах принципиально отличается от соответствующих течений в газовых смесях отсутствием автомодельности течения и влиянием процессов релаксации фаз. Выявлена возможность формирования зон, практически свободных от частиц и слоев их повышенной концентрации. При выходе детонационной волны из узкой части канала в широкую часть возможна реализация различных сценариев развития течения: от частичного ослабления до полного срыва гетерогенной детонации, включая возможность частичного срыва с последующим ре-иницированием. Показано влияние размера частиц и их массовой загрузки на процесс. После прохождения плоской волной разрыва сечения формируется ячеистая детонация с характерным для данной смеси размером ячейки.

### SHOCK AND DETONATION WAVE PROPAGATION IN CHANNELS OF COMPLEX GEOMETRY FILLED WITH GAS SUSPENSIONS

Problems of shock wave and detonation wave propagation in gas-particle mixtures in flat ducts with a cross-sectional jump are investigated numerically within the framework of a physical-mathematical model of the mechanics of heterogeneous media in the two-velocity and two-temperature approximation. It has been found that on the whole, the flow structure in mixture at the SW diffraction on a cross-section discontinuity qualitatively corresponds to a similar flow in gases. The presence of particles affects the shape and dimensions of the forming flow structures. The influence of particle size on diffraction pattern is the most pronounced in the time interval when the typical dimensions of structures are comparable with scales of relaxation zones. Different scenarios of detonation wave propagation in the channel are revealed depending on the geometric parameters and particle size. Complete failing of detonation or separation of the leading shock wave and the combustion front with following re-initiation of detonation in the reflected shock wave are possible. The transverse wave formation promotes the cellular detonation development with the cell size proper for the given mixture.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования детонации газозвесей актуальны как в связи с вопросами взрыво-пожаро-безопасности так и в связи с развитием технологий, основанных на применении детонационных процессов, например, для создания тяги в реактивных двигателях. Представляет большой интерес изучение особенностей распространения детонационных волн в каналах технических устройств, характеризующихся сложной геометрией. Типичной конфигурацией является канал с внезапным сужением или расширением. Дифракция ударных и детонационных волн на обратном уступе является одной из фундаментальных проблем и в газовой динамике, и в механике многофазных сред [1–3]. Причем в смесях газа с частицами картина течения характеризуется дополнительным влиянием процессов релаксации скоростей и температур двух фаз, характерные протяженности которых определяются размером частиц. Это вносит дополнительный геометрический масштаб, в силу чего течение в окрестности угла, в отличие от течения в газе, перестает быть автомодельным.

В данной работе на основе физико-математической модели движения двухфазной инертной и реагирующей среды в рамках двухскоростной двухтемпературной механики гетерогенных сред и численного моделирования двумерных течений исследуются процессы распространения ударных и детонационных волн вдоль плоского канала с внезапным увеличением проходного сечения. В качестве рабочего тела, заполняющего канал, рассматриваются:

- нереагирующие (без воспламенения и горения) монодисперсные смеси частиц алюминия и кислорода при малых и средних (достехиометрических) значениях массовой загрузки частиц – при исследовании ударных волн;
  - взвеси частиц алюминия и кислорода при стехиометрических значениях массовой загрузки частиц – при исследовании детонационных волн.
- Целью работы является:
- развитие методики численного расчета для исследования ударно-волновых течений газозвесей в каналах сложной геометрии;

- численное моделирование распространения ударных волн в газозвесах в каналах с внезапным расширением;
- исследование влияния массовой загрузки и размеров частиц на волновую структуру течений при дифракции ударных волн в газозвесах на разрыве сечения канала;
- исследование влияния геометрических параметров и дисперсности частиц на распространение гетерогенной детонации в канале с внезапным расширением.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается плоский канал, состоящий из узкой и широкой частей, симметричный относительно оси  $x$  (нижняя половина канала представлена на рис.1). Предполагается, что канал заполнен однородной смесью газа и мелких частиц алюминия. По узкой части канала в газозвеси распространяется слева направо плоская стационарная ударная (детонационная) волна. Исследуем процесс перехода этой волны из узкой части канала в широкую часть и ее последующее распространение по широкой части канала. На схеме течения (рис.1):  $L_1$  – положение фронта ударной волны в начальный момент,  $L_2$  – длина узкой части канала,  $L$  – длина расчетной области,  $H_1$  – поперечный размер узкой части канала,  $H_2$  – поперечный размер широкой части канала.

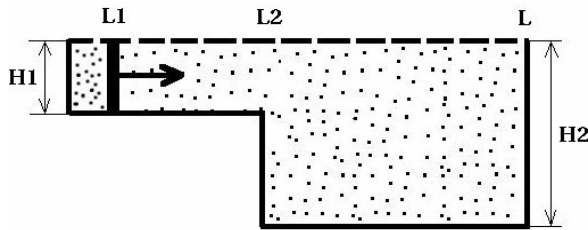


Рис. 1. Схема течения

Течения в газозвесах описываются следующей системой уравнений, вытекающей из законов сохранения массы, импульса и энергии каждой из фаз:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i u_i}{\partial x} + \frac{\partial \rho_i v_i}{\partial y} &= (-1)^{i-1} J, \\ \frac{\partial \rho_i u_i}{\partial t} + \frac{\partial [\rho_i u_i^2 + (2-i)p]}{\partial x} + \frac{\partial \rho_i u_i v_i}{\partial y} &= \\ &= (-1)^{i-1} (-f_x + J u_2), \\ \frac{\partial \rho_i v_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_i u_i v_i)}{\partial x} + \frac{\partial [\rho_i v_i^2 + (2-i)p]}{\partial y} &= \\ &= (-1)^{i-1} (-f_y + J v_2), \\ \frac{\partial \rho_i E_i}{\partial t} + \frac{\partial [\rho_i u_i (E_i + (2-i)p/\rho_1)]}{\partial x} + \\ &+ \frac{\partial [\rho_i v_i (E_i + (2-i)p/\rho_1)]}{\partial y} = \\ &= (-1)^{i-1} (-q - f_x u_2 - f_y v_2 + J E_2). \end{aligned} \quad (1)$$

Для замыкания модели привлекаются уравнения состояния с учетом малой объемной доли частиц

$$p = \rho_1 R T_1,$$

$$E_i = (u_i^2 + v_i^2)/2 + c_{v,i} T_1 + (i-1) Q, \quad (2)$$

а также законы скоростной релаксации и теплообмена между фазами

$$\vec{f} = \frac{3m_2 \rho_1}{4d} c_D |\vec{u}_1 - \vec{u}_2| (\vec{u}_1 - \vec{u}_2), \quad (3)$$

$$q = \frac{6m_2 \lambda_1}{d^2} \text{Nu} (T_1 - T_2), \quad \text{Nu} = 2 + 0.6 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3}.$$

Горение частиц описывается глобальным законом химической реакции

$$J = \begin{cases} \frac{1}{\tau_\xi} \max[0, (\xi - \xi_k)] \exp\left(-\frac{E_a}{RT_2}\right), & T_2 \geq T_{ign}; \\ 0, & T_2 < T_{ign}. \end{cases}$$

Для учета зависимости коэффициента сопротивления  $c_D$  от числа Рейнольдса и числа Маха относительного движения частиц используется формула, приведенная и подтвержденная сопоставлением с экспериментальными данными по траекториям движения частиц при ударно-волновом воздействии в [4]:

$$\begin{aligned} c_D &= \left[1 + \exp(-0.43/M_{12}^{4.67})\right] \left(0.38 + \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt{\text{Re}}}\right), \\ \text{Re} &= \frac{\rho_1 d |u_1 - u_2|}{\mu}, \quad M_{12} = \frac{|u_1 - u_2| \sqrt{\rho_{11}}}{\sqrt{\gamma_1 p}}. \end{aligned} \quad (4)$$

В формулах (1–4) индекс 1 относится к газу, 2 – к частицам, плотность смеси  $\rho = \rho_1 + \rho_2$ ,  $\xi = \rho_2/\rho$ ;  $\xi_k$  – минимально допустимая (остаточная после выгорания) доля частиц.

Система (1)–(4) решается при следующих начальных условиях:

$$t=0, \quad \varphi = \begin{cases} \varphi_l, & 0 < x < L_1, \\ \varphi_0, & L_1 < x \leq L, \end{cases}$$

где  $\varphi = \{\rho_1, \rho_2, \rho_1 u_1, \rho_2 u_2, \rho_1 E_1, \rho_2 E_2\}$  – вектор решения,  $\varphi_l$  – установившееся решение, соответствующее стационарной плоской ударной (или детонационной) волне,  $\varphi_0$  – начальное состояние перед фронтом.

Начальные значения параметров смеси принимались как и в [5]:  $p_0 = 1$  атм,  $T_0 = T_{20} = 300$  К,  $c_{v,2} = 880$  Дж/(кг·К),  $c_{v,1} = 914$  Дж/(кг·К). Размер частиц варьировался от 1 до 5 мкм, начальная средняя плотность частиц  $\rho_{2,0}$  изменялась от 0 (газ без частиц) до 0.7 кг/м<sup>3</sup>.

## 3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

В качестве основы был взят численный метод, успешно применяемый в [6] для расчета двумерных нестационарных детонационных течений газозвесей реагирующих частиц в рамках двухскоростного двухтемпературного приближения механики гетерогенных сред. Для уравнений газовой фазы применяется схема TVD [7] с пятиточечным шаблоном. Для решения уравнений, описывающих динамику твердой фазы, принята схема с разностями против потока Джентри – Мартина – Дэйли [8].

На входной (левой) границе задавались условия поддерживающего поршня для ударной волны в газозвеси (значения конечного равновесного состояния). Расчет проводился до достижения фронтом правой

границы области, поэтому условия на правой границе отвечали невозмущенному течению газозвеси (начальное состояние).

Тестирование метода проводилось на задаче дифракции УВ в газе. В качестве тестовой задачи рассматривалась дифракция плоской ударной волны интенсивностью  $M=1.5$  на прямом угле в воздухе. Получено неплохое совпадение по структуре течения, реализующегося на угле расширения, как с предшествующими численными расчетами [9], полученными по различным численным методам, так и с известной из литературы схемой течения, что позволяет применить используемую численную технологию для анализа процесса дифракции УВ в двухфазной смеси.

#### 4. ПРОХОЖДЕНИЕ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ РАЗРЫВА СЕЧЕНИЯ В ГАЗОВЗВЕСЯХ

Отличительная черта ударно-волновых течений в гетерогенных смесях по сравнению с течениями невязких газов состоит также в том, что здесь ударные волны обладают внутренней структурой, обусловленной процессами тепловой и скоростной релаксации фаз. Характерные масштабы процессов релаксации зависят от размера частиц, а для рассматриваемых монодисперсных газозвесей частиц алюминия размером  $1\div 5$  мкм в кислороде они сопоставимы также с принятыми в расчетах геометрическими масштабами задачи (с поперечными размерами канала). Наличие указанных релаксационных процессов может оказать существенное влияние как на картину дифракции УВ при прохождении обратного уступа, так и на условия дальнейшего распространения УВ по каналу.

Расчетные данные для течения, формирующегося при огибании ударной волной прямого угла расширения, для газозвеси частиц алюминия диаметром 1 мкм в кислороде при фиксированной начальной загрузке частиц  $\rho_{2,0}=0.69$  кг/м<sup>3</sup> получены в диапазоне чисел Маха от 2 до 4 и представлены на рис. 2–4. На рис. 2 показаны поля плотностей газовой и дисперсной фаз при  $M=3$ , т.е. при сверхзвуковом обтекании уступа. Отметим, что здесь, как и при дифракции УВ в газе, также можно выделить вихрь, вторичный скачок и волну разрежения, границы которых разделяют области различной интенсивности цвета на рис. 2,а. Однако присутствие частиц существенным образом влияет на форму и размеры характерных структур течения.

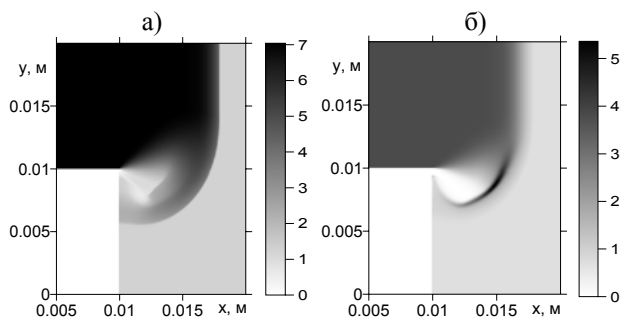


Рис. 2. Дифракция ударной волны на обратном уступе в газозвеси: поле плотности газа (а), поле плотности частиц (б),  $\rho_{2,0}=0.69$  кг/м<sup>3</sup>,  $M=3$ ,  $t=16$  мкс

Анализ картин плотности частиц (рис. 2,б) показывает, что за уступом образуется зона разрежения с очень низким содержанием частиц (средняя плотность час-

тиц меньше 0.05 кг/м<sup>3</sup>). Причиной этого является, очевидно, инерция частиц в течении после прохождения ударной волной уступа, в силу которой они продолжают свое движение в продольном направлении. Таким образом, за уступом образуется зона, в которую не поступают частицы из области течения перед уступом. Частицы же, первоначально находящиеся в этой зоне за уступом, перемещаются вслед за дифрагированной УВ и выносятся из данной области. Формирующееся за уступом вихревое течение газа способствует дальнейшей сепарации частиц.

Накопление частиц можно отчетливо видеть на рис.2,б в виде дугообразной темной области за уступом. Так как скорость дискретной фазы (как и газовой) в веере волн разрежения существенно выше, чем за дифрагированной УВ (ввиду ее ослабления за уступом, рис. 2,в), то в области между контактной поверхностью и вторичным скачком происходит торможение частиц. Следствием этого является значительное увеличение их концентрации (средняя плотность частиц достигает значения 5.36 кг/м<sup>3</sup>). Увеличение средней плотности частиц почти на порядок означает образование своеобразного  $\rho$ -слоя, который возможен в газозвесьях за УВ. Однако подчеркнем, что в данном случае  $\rho$ -слой возникает вблизи контактного разрыва.

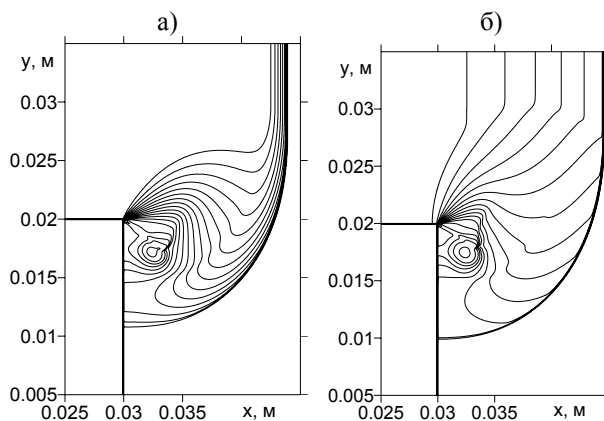


Рис. 3. Влияние размера частиц на волновую картину. Изолинии плотности газовой фазы. а)  $d=1$  мкм; б)  $d=5$  мкм.

Протяженности зон релаксационных процессов в монодисперсных газозвесьях зависят от диаметра частиц. Характер этой зависимости определяется формулами (2–4). Влияние дисперсности смеси на структуру дифрагированной УВ в смеси показано на рис. 3, где представлены результаты расчетов при  $M=2$ ,  $\rho_{2,0}=0.69$  кг/м<sup>3</sup>,  $t=40$  мкс, для двух значений диаметра частиц: 1 мкм и 5 мкм. Из сравнения рис. 3,а и 3,б видно, что увеличение размера частицы приводит к изменению угла наклона вторичного скачка, при этом меняются форма вихревой области и форма веера волн разрежения. При диаметре частиц 5 мкм характерные масштабы структур течения в зоне за уступом на данный момент времени существенно меньше, чем характерный масштаб релаксационной зоны, который можно оценить как расстояние от фронта падающей УВ до крайней изолинии плотности при  $y=0.035$  (рис. 3,б). При диаметре частицы 5 мкм зона релаксации столь велика, что течение за уступом практически заморожено, т.е. приближается к реализуемому в незапыленном газе. Это согласуется с результатами работы [2], в которой зоны релаксации за УВ превосходят

геометрические размеры каверны и решение определяется замороженным течением в газе.

Ввиду того, что характерные размеры структур течения за уступом увеличиваются со временем, в какой-то момент они будут сопоставимы с характерными масштабами зон релаксации, тогда влияние релаксационных процессов станет существенным. Для мелких частиц (1 мкм), напротив, масштабы релаксационных процессов много меньше характерных масштабов структур, и течение приближается к равновесному.

## 5. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН В КАНАЛАХ С РАЗРЫВОМ СЕЧЕНИЯ В ГАЗОВЗВЕСЯХ

При выходе детонационной волны из узкой части канала в широкую часть возможна реализация различных сценариев развития течения: от частичного ослабления до полного срыва детонации, включая возможность срыва с последующим ре-иницированием детонации. Влияние на процесс оказывают многие факторы, в частности:

- геометрические параметры канала;
- размер частиц;
- массовая загрузка частиц;
- режим распространения детонационной волны;
- степень пересечения плоской ДВ.

В настоящей работе рассмотрено влияние первых двух факторов для плоской детонационной волны с фиксированной степенью пересечения (1.1) в стехиометрической взвеси частиц алюминия и кислорода.

Рассмотрим картину течения в канале с соотношением сторон узкой и широкой части 0.004 м/0.006 м ( $H_2/H_1=1.5$ ) и размером частиц 1 мкм. На рис. 4 показаны начальные этапы процесса дифракции детонационной волны на примере полей плотности газа.

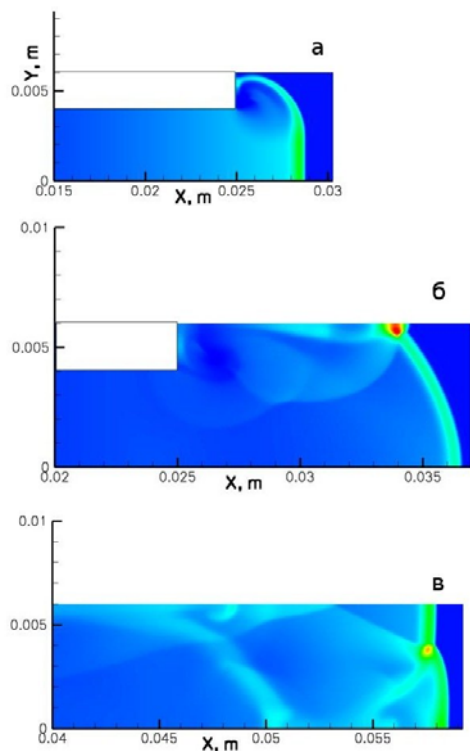


Рис. 4. Начальные этапы процесса дифракции детонационной волны в газовой взвеси. Поле плотности газа,  $d = 1$  мкм,  $H_2/H_1=1.5$ , а)  $t = 15$  мкс, б)  $t = 20$  мкс, в)  $t = 35$  мкс

Фронт изначально плоской детонационной волны после внезапного расширения канала в результате взаимодействия с веером волн разрежения искривляется и ослабляется аналогично течению при дифракции ударных волн (рис. 4,а). Отражение этой искривленной волны от верхней стенки широкого канала (4,б) дает начало системе поперечных волн, характерных для ячеистой детонации [6]. На рис. 4,в четко видны проходящая и поперечные волны, тройная точка и ножка Маха.

На рис. 5 показаны поля плотности и температуры газа на более поздний момент времени. Анализ рисунка показывает, что сформированы 2 поперечные волны. Видно также образование вихревых структур, свойственных распространению ячеистой детонации, как в газовых, так и в гетерогенных средах.

Для оценки влияния геометрии канала на развитие течения были рассмотрены случаи расширения канала  $H_2/H_1=2; 3; 3.125; 4; 5; 6.25$  при той же ширине узкой части канала  $H_1 = 0.004$  м. Результаты расчетов показали, что во всех рассматриваемых случаях происходит смена режима распространения детонации: плоская детонационная волна переходит в многофронтную.

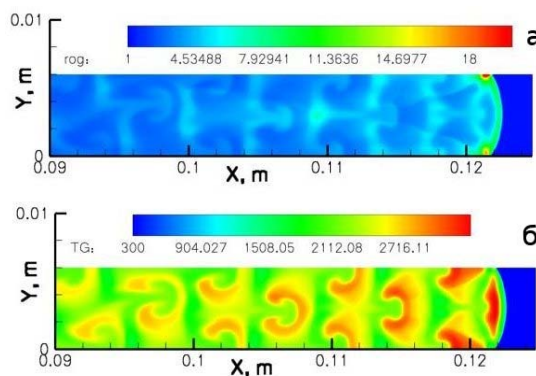


Рис. 5. Поля плотности и температуры газа,  $d = 1$  мкм,  $H_2/H_1=1.5$ ,  $t = 76$  мкс

На рис.6 приведены поля плотности газа для нескольких вариантов геометрии канала. Увеличение расширения с 1.5 до 2 не приводит к качественному изменению течения (рис. 6,а). С дальнейшим увеличением широкой части канала скачкообразно растет число тройных точек и поперечных волн.

На рис. 7 приведены огибающие максимального давления на линии симметрии канала. Кривые *a* и *b* представляют данные для частиц 1 мкм и двух случаев геометрии канала. Их сравнение показывает, что кривые совпадают до прихода отраженной от верхней стенки поперечной волны. Провал вблизи  $x = 0.04$  м соответствует приходу волны разрежения, возникающей на угле расширения. В узком канале отраженная волна быстрее доходит до центра канала (линии симметрии), остальные части кривых максимального давления для этих двух каналов практически совпадают (но различаются по времени прохождения волны (со сдвигом по времени)). Кривая *c* свидетельствует о срыве детонации для частиц более крупного размера (2 мкм).

На рис. 8 представлены траектории тройных точек при  $H_2/H_1=3.125$  в процессе последующего распространения детонации на более поздней стадии. Сформированная и сохраняющаяся далее ячеистая структура по размеру ячейки соответствует данным [6] (0.69 см для

частиц размером 1 мкм). Небольшое расхождение обусловлено влиянием стенок канала при ширине области, содержащей менее 4 ячеек или не кратной размеру ячейки (в последнем случае формирующаяся структура неравномерна или нерегулярна) [6].

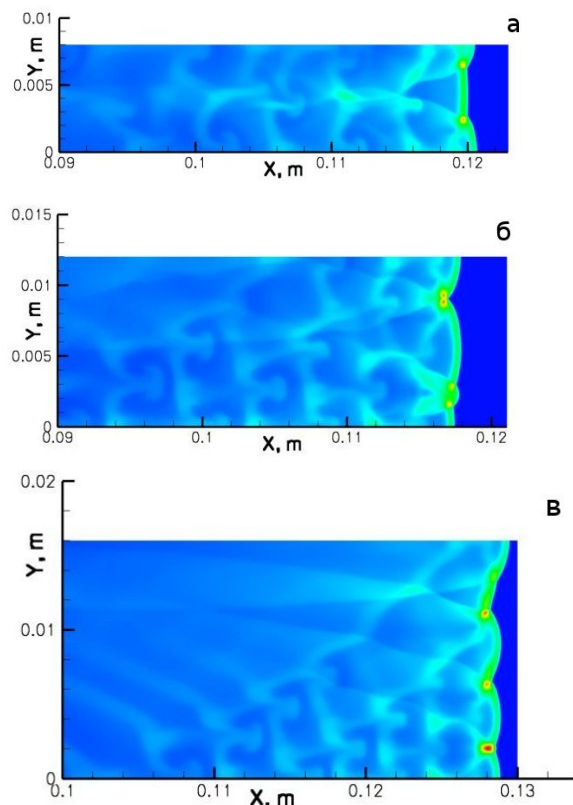


Рис. 6. Влияние геометрии канала на развитие течения,  $d = 1$  мкм,  $t = 76$  мкс, а)  $H_2/H_1=2$ , б)  $H_2/H_1=3$ , в)  $H_2/H_1=4$

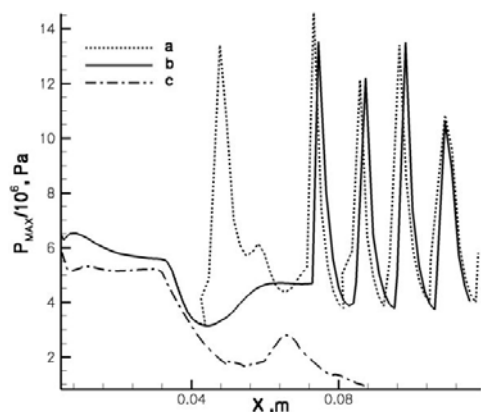


Рис. 7. Огибающие максимальных давлений на линии симметрии канала.  $d = 1$  мкм: а)  $H_2/H_1=1.5$ , б)  $H_2/H_1=3$ , в)  $H_2/H_1=3$

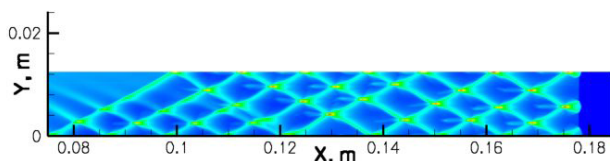


Рис. 8. Формирование ячейистой детонации (поле максимальных давлений),  $H_2/H_1=3.125$ ,  $t=114$  мкс.

Представляет интерес оценить влияние дисперсности смеси на процесс, поскольку в реагирующих газозвесах протяженности зон индукции и горения зави-

сят от размера частиц. На рисунке 9 приведены поля плотности и температуры газовой фазы для частиц диаметром 2 и 3 мкм при  $H_2/H_1=3$ . Оказалось, что в обоих случаях происходит срыв детонации, который проявляется в разделении фронта горения и фронта ударной волны и постепенному отставанию фронта горения. Это, по-видимому, связано с тем, что возникающая на угле расширения зона разрежения ослабляет детонационную волну, а большая инерционность смесей даже после отражения от боковых стенок не дает возможности объединиться ударной волне и волне горения. Это подтверждается также поведением огибающей максимального давления на линии симметрии канала (рис. 7, с). Здесь видно, что для частиц 2 мкм волна ослабевает после выхода из узкой части канала в широкую часть, потом несколько усиливается после прихода отраженной от верхней стенки канала волны. Однако, вследствие того, что энергии для реинициирования не хватает, волна далее снова затухает.

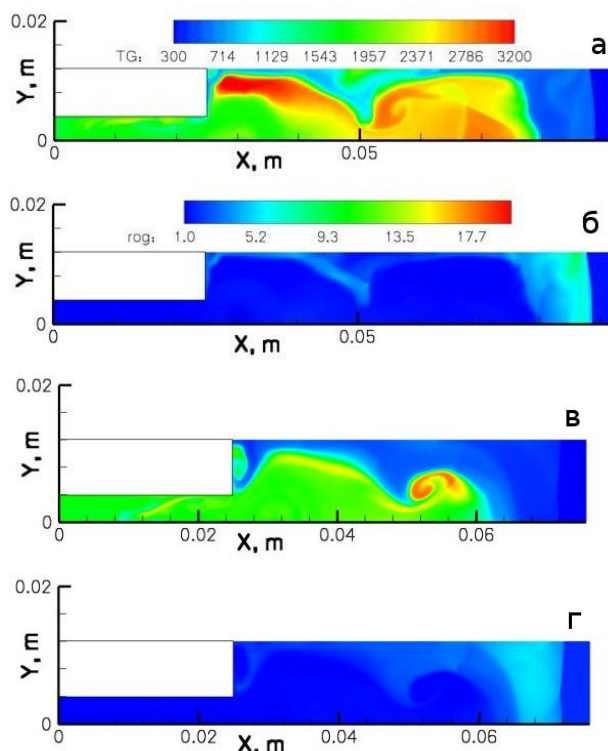


Рис. 9. Влияние размера частиц на распространение детонационной волны в канале с расширением  $H_2/H_1=3$ ,  $t=80$  мкс. Поля плотности и температуры газовой фазы.  $d=2$  мкм (а, б),  $d=3$  мкм (в, г).

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методами математического и численного моделирования установлены следующие особенности прохождения ударными и детонационными волнами разрыва сечения плоского канала.

- При прохождении уступа ударными волнами в гетерогенной смеси имеются определенные сходства с аналогичными течениями в газе: искривление фронта, веер волн разрежения, формирование вихревой зоны. Однако течение за уступом не является автомодельным. Кроме того, за уступом формируются зона практически свободная от частиц и слой повышенной концентрации частиц.
- Наиболее выраженное отличие картин течения в смеси от течений в газах имеет место в интервале

времени, когда характерные размеры структур сопоставимы с масштабами релаксационных зон.

- При распространении гетерогенной детонации в канале с разрывом сечения возможны различные сценарии, включая полный срыв детонации или частичное разделение ударной волны и фронта горения с последующим ре-иницированием в отраженной УВ. Реализация того или иного сценария зависит от размера частиц и геометрических размеров канала.
- Формирование поперечной волны при дифракции ДВ на разрыве сечения канала и многократное отражение от стенок в процессе дальнейшего распространения фронта способствует развитию ячеистой детонации с характерным для данной смеси размером ячейки.

### СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

УВ	– ударная волна;
ДВ	– детонационная волна;
$c_v$	– теплоемкость, Дж/(кг·К);
$c_D$	– коэффициент сопротивления;
$d$	– диаметр частиц, мкм;
$H$	– поперечный размер канала, м;
$e$	– внутренняя энергия, Дж/кг;
$E_a$	– энергия активации, Дж/кг;
$E$	– полная энергия, Дж/кг;
$f$	– объемная сила, н/м <sup>3</sup> ;
$J$	– межфазный массообмен, кг/(м <sup>3</sup> ·сек);
$L$	– продольный размер канала, м;
$m$	– объемная концентрация;
$M$	– число Маха;
$p$	– давление, атм;
$t$	– время, мкс;
$T$	– температура, К;
$T_{ign}$	– температура воспламенения, К;
$R$	– газовая постоянная, Дж/(кг·К);
$Q$	– тепловыделение химической реакции, Дж/кг;
$q$	– межфазный теплообмен, Дж/(м <sup>3</sup> ·сек);
$u$	– скорость, км/сек;
$x, y$	– координаты;
$Nu$	– число Нуссельта
$Pr$	– число Прандтля

$Re$	– число Рейнольдса
$\gamma_1$	– показатель адиабаты газа,
$\xi$	– массовая концентрация;
$\xi_k$	– концентрация несгоревших частиц;
$\lambda_1$	– теплопроводность газа, Дж/(м·сек·К);
$\mu$	– динамическая вязкость газа, кг/(м·сек);
$\tau_\xi$	– характерное время горения, мс;
$\rho$	– плотность, кг/м <sup>3</sup> .

Индексы:

- 1 – газ
- 2 – частицы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hillier R. Computation of shock wave diffraction at a ninety degrees convex edge // *Shock Waves*, 1991. V. 1. P. 89-98.
2. Wang B.Y., Wu Q.S., Wang C., Igra O., Falcovitz J. Shock wave diffraction by a cavity filled with dusty gas // *Shock Waves*, 2001. Vol.11. pp. 7-14.
3. Кутушев А.Г., Шорохова Л.В. Численное исследование процессов горения и детонации аэрозвесей унитарного топлива в резкорасширяющихся трубах // *Хим. Физика*, 2003. Т.22. №8. С.94-99.
4. Бойко В.М., Киселев В.П., Киселев С.П. и др. О взаимодействии ударной волны с облаком частиц // *Физика горения и взрыва*, 1996. Т.32, №2. С. 86-99.
5. Хмель Т.А., Федоров А.В. Взаимодействие ударной волны с облаком частиц алюминия в канале // *Физика горения и взрыва*, 2002. Т. 38, №2. С. 89-98.
6. Федоров А.В., Хмель Т.А. Численное моделирование формирования ячеистой гетерогенной детонации частиц алюминия в кислороде // *Физика горения и взрыва*, 2005. Т.41, №4. С. 84-98.
7. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // *J. Comput. Phys.*, 1983. Vol.49. pp.357-393.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
9. Takayama K., Inoue O. Shock wave diffraction over a 90 degree sharp corner // *Shock Waves*, 1991. Vol.1. pp. 301-312.
10. Федоров А.В., Харламова Ю.В., Хмель Т.А. Отражение ударной волны в облаке пыли // *Физика горения и взрыва*, 2007. Т. 43. № 1. С. 121-131.