

УДК 537.525

## ДИФфуЗИОННО-ДРЕЙФОВАЯ МОДЕЛЬ ПЕННИНГОВСКОГО РАЗРЯДА ПРИ ДАВЛЕНИЯХ ПОРЯДКА 1 ТОРР

Суржиков С.Т.<sup>1</sup>, Куратов С.Е.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,  
Москва, 119526, проспект Вернадского 101-1*

<sup>2</sup> *Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л.Духова  
Москва, 127055, Суцневская ул., д.22  
surg@ipmnet.ru; s\_e\_kuratov@mail.ru*

### Аннотация

Представлена двухмерная диффузионно-дрейфовая модель разряда Пеннинга в молекулярном водороде при давлениях порядка 1 Торр. Дан вывод уравнений модели из уравнений движения электронной и ионной компоненты. Рассмотрена двухмерная осесимметричная геометрия разряда с цилиндрическим анодом и плоскими катодами, расположенными перпендикулярно оси симметрии. Внешнее магнитное поле с индукцией порядка 0.1 Т приложено в осевом направлении. Показано, что в разряде Пеннинга существует осредненное движение электронов и ионов не только в осевом и радиальном направлениях, но и в азимутальном направлении. С использованием созданной расчетно-теоретической модели выполнено численное моделирование электродинамической структуры пеннинговского разряда в диапазоне давлений 0.1 ÷ 5 Торр, при эдс источника тока 200 ÷ 500 В. С использованием численных экспериментов изучена эволюция электродинамической структуры разряда при изменении давления без внешнего магнитного поля (режим классического тлеющего разряда) и в осевом магнитном поле (Пеннинговский разряд).

**Ключевые слова:** двухмерная диффузионно-дрейфовая модель разряда Пеннинга, молекулярный водород, давление 1 Торр

## DRIFT-DIFFUSION MODEL OF THE PENNING DISCHARGE AT PRESSURES ABOUT 1 TORR

Sergey T. Surzhikov<sup>1</sup>, S.E. Kuratov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Ishlinskyi Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences (IPMech RAS),*

<sup>2</sup> *Dukhov All-Russian Scientific Research Institute of Automatics, Moscow, Russia,  
surg@ipmnet.ru; s\_e\_kuratov@mail.ru*

A two-dimensional drift-diffusion model of a Penning discharge in molecular hydrogen at a pressure of about 1 Torr is presented. Equations of the model which are based on the motion equations for electron and ion components are derived. A two-dimensional axisymmetric model of the Penning discharge with a cylindrical anode and a two flat cathodes located perpendicular to the axis of symmetry is formulated. An external magnetic field of 0.1 T is applied in the axial direction. It is shown that in the Penning discharges there are not only averaged motions of electrons and ions in the axial and radial directions, but also in the azimuthal direction. Using established computational model allows perform numerical simulation of the electrodynamic structure of the Penning discharge in the pressure range of 0.1 ÷ 5 Torr, while the emf of the current source is 200 ÷ 500 V. The evolution of an electrodynamic structure of discharges is studied without an external magnetic field (the classical mode of glow discharge) at variation of pressure, as well as with axial magnetic field (Penning discharge).

**Key words:** Drift-diffusion model, Penning discharge, moderate pressure of molecular hydrogen.

## Введение

В данной статье представлена теория и вычислительная модель тлеющего разряда в двухмерной цилиндрической геометрии с учетом внешнего магнитного поля. Предполагается, что магнитное поле направлено вдоль оси симметрии разряда.

Рассматриваемая задача представляет значительный интерес для фундаментальной физики газового разряда, поскольку позволяет исследовать поведение газового разряда во внешнем магнитном поле с учетом не только области квазинейтральной плазмы, но и приэлектродных слоев пространственного заряда.

Физика тлеющего разряда подробно рассмотрена в работах [1–3]. Однако работ по детальному численному моделированию тлеющих разрядов при низких давлениях до настоящего времени явно недостаточно. Среди первых работ отметим [4]. Подробный численный анализ некоторых частных случаев формирования и существования тлеющего разряда в режиме нормальной плотности тока выполнен в работах [5–7].

Значительное повышение производительности компьютеров за последнее десятилетие позволило выполнить ряд новых численных исследований с использованием более детальных численных моделей [8]. Было установлено, что диффузионно-дрейфовая модель тлеющего разряда позволяет предсказывать его характеристики с достаточной для практических нужд точностью в широком диапазоне давлений  $p \sim 0.5 \div 50$  Торр и напряжений на электродах  $V \sim 0.3 \div 10$  кВ. Учитывая, что тлеющий разряд представляет собой частично ионизованный газ с типичной концентрацией заряженных частиц  $\sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$  на фоне  $\sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$  нейтральных частиц и малой абсолютной величиной токов через разряд (десятки миллиампер), представляется очевидным, что внешнее магнитное поле  $B \sim 0.01 \div 1$  Т может оказать сильное влияние на структуру тлеющего разряда. При этом указанное магнитное поле не будет искажаться самим разрядом. Данное допущение положено в основу численной модели тлеющего разряда во внешнем магнитном поле.

## 2. Уравнения расчетной модели

Рассматривается осесимметричный двухмерный разряд в молекулярном водороде в осесимметричной цилиндрической геометрии между цилиндрическим анодом и двумя плоскими катодами (рис.1). Конфигурация внешнего магнитного поля показана на рис. 1. Разряд указанного типа называется разрядом Пеннинга

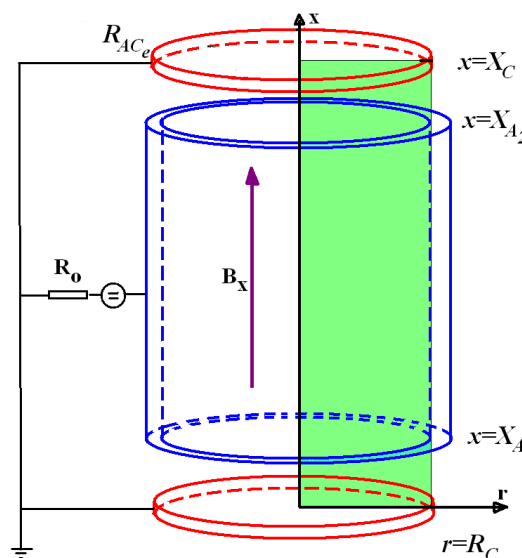


Рис. 1. Схема Пеннинговского разряда с внешним магнитным полем

Построение расчетно-теоретической модели будет производиться в три этапа.

В первой части будут получены уравнения классической диффузионно-дрейфовой модели осесимметричного разряда в продольном (осевом) магнитном поле. Термин «классическая» модель здесь используется для того, чтобы подчеркнуть, что используется диффузионно-дрейфовая модель тлеющего разряда подробно рассмотренная в предшествующих публикациях [1, 2, 8–10]. Элементом новизны получаемых уравнений является включение в двухмерную модель разряда продольного магнитного поля.

Уравнения классической диффузионно-дрейфовой модели формулируются на основе уравнений неразрывности для концентраций электронов  $n_e$  и положительных ионов  $n_i$ , а так же для потенциала энергетического поля  $\varphi$ , который определяет вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_{e,x}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \Gamma_{e,r}}{\partial r} = \alpha(E) |\Gamma_e| - \beta n_i n_e, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_{i,x}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \Gamma_{i,r}}{\partial r} = \alpha(E) |\Gamma_e| - \beta n_i n_e, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 4\pi e(n_e - n_i), \quad (3)$$

где  $\Gamma_e = -D_e \text{grad} n_e - n_e \mu_e \mathbf{E}$ ,  $\Gamma_i = -D_i \text{grad} n_i + n_i \mu_i \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{j} = e(\Gamma_i - \Gamma_e)$ ;  $\alpha(E)$  и  $\beta$  – коэффициенты ионизации и рекомбинации;  $\Gamma_e, \Gamma_i$  – плотности потоков электронов и положительных ионов;  $\mu_e, \mu_i$  – подвижности электронов и ионов;  $D_e, D_i$  – коэффициенты диффузии электронов и ионов.

Для того чтобы ввести магнитное поле в расчетную модель будут использованы следующие уравнения, выражающие закон сохранения импульса для электронной и ионной жидкостей [11–13]:

$$\begin{aligned} \rho_e \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} + \rho_e (\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_e = & -\nabla p_e - \boldsymbol{\tau}_e - e n_e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_e \mathbf{B}] \right) - \\ & - m_e \nu_{en} n_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_n) - m_e \nu_{ei} n_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \rho_i \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \rho_i (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i = & -\nabla p_i - \boldsymbol{\tau}_i + e n_i \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_i \mathbf{B}] \right) - \\ & - m_i \nu_{ie} n_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) - m_i \nu_{in} n_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\mathbf{u}_e, \mathbf{u}_i$  – скорости электронной и ионной жидкостей;  $\rho_e, \rho_i$  – плотность электронной и ионной жидкости;  $\rho_e = m_e n_e, \rho_i = m_i n_i$ ;  $m_e, m_i$  – масса электрона и иона;  $\mathbf{u}_n$  – средняя скорость нейтральных частиц (в данном случае полагается равной нулю, однако для общности будет оставаться в уравнениях);  $p_e, p_i$  – давление электронов и ионов;  $\boldsymbol{\tau}_e, \boldsymbol{\tau}_i$  – тензоры вязких напряжений электронной и ионной жидкостей;  $\nu_{en}, \nu_{ei}, \nu_{in}$  – частоты столкновений электронов с нейтральными частицами, с ионами, а также ионов с нейтралами;  $\mathbf{B}$  – вектор индукции магнитного поля;  $c$  – скорость света.

Если учесть, что

$$m_e \ll m_i \quad (6)$$

и использовать условие малости инерционного движения электронной жидкости

$$\rho_e (\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_e \ll \rho_i (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i, \quad (7)$$

то уравнение (4) можно существенно упростить:

$$-\nabla p_e - en_e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_e \mathbf{B}] \right) - m_e v_{en} n_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_n) - m_e v_{ei} n_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) = 0. \quad (8)$$

Даже для гиперзвуковых скоростей газовых потоков справедливо неравенство

$$\mathbf{u}_e \ll \mathbf{u}_n, \mathbf{u}_i. \quad (9)$$

Поэтому уравнение (8) допускает дальнейшее упрощение:

$$kT_e \nabla n_e + en_e \mathbf{E} + \frac{en_e}{c} [\mathbf{u}_e \mathbf{B}] + (m_e v_e) n_e \mathbf{u}_e = 0, \quad (10)$$

где положено  $p_e = n_e kT_e$ .

Поделив (10) на произведение в круглых скобках, получаем

$$n_e \mathbf{u}_e = -D_e \nabla n_e - \mu_e n_e \mathbf{E} - \frac{\mu_e n_e}{c} [\mathbf{u}_e \mathbf{B}], \quad (11)$$

где

$$\mu_e = e/m_e v_e \text{ — подвижность электронов,} \quad (12)$$

$$D_e = (kT_e/e) \mu_e \text{ — коэффициент электронной диффузии,} \quad (13)$$

$$v_e = v_{en} + v_{ei}. \quad (14)$$

Выполняя покомпонентную запись уравнения (11) находим, что в рассматриваемом случае вектор скорости электронной жидкости имеет три компоненты  $\mathbf{u}_e = \{u_{e,x}, u_{e,r}, u_{e,\varphi}\}$ :

$$\Gamma_{e,x} = -D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} - \mu_e n_e E_x, \quad (15)$$

$$\Gamma_{e,r} = -\frac{D_e}{1+b_e^2} \frac{\partial n_e}{\partial r} - \frac{\mu_e}{1+b_e^2} n_e E_r \sum_{m<n} N_2(X, m), \quad (16)$$

$$\Gamma_{e,\varphi} = -b_e \Gamma_{e,r}, \quad (17)$$

где

$$b_e = \frac{\mu_e B_x}{c}, \quad (18)$$

$E_x, E_r$  — компоненты электрического поля. Обратим внимание, что перекрестные производные в рассматриваемой постановке сокращаются.

По аналогии, учитывая, что в рассматриваемом диапазоне скоростей можно опустить левую часть уравнения (5), получаем

$$-\nabla p_i + en_i \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_i \mathbf{B}] \right) - m_i v_{ie} n_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) - m_i v_{in} n_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) = 0 \quad (19)$$

Учитывая, что

$$m_i v_{ie} n_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) = -m_e v_{ei} n_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i), \quad (20)$$

а также то, что в рассматриваемом случае  $\mathbf{u}_n = 0$ ,

$$(21)$$

и

$$m_e v_e \ll m_i v_{in}, \quad (22)$$

можно получить

$$n_i \mathbf{u}_i = -D_i \nabla n_i + \mu_i n_i \mathbf{E} + \frac{\mu_i n_i}{c} [\mathbf{u}_i \mathbf{B}], \quad (23)$$

где  $\mu_i = e/m_i v_{in}$  – подвижность ионов;  $D_i = (kT_i/e)\mu_i$  – коэффициент диффузии ионов.

Также как и для электронной жидкости, средняя скорость ионов имеет три ненулевые компоненты  $\mathbf{u}_i = \{u_{i,x}, u_{i,r}, u_{i,\varphi}\}$ , а индукция магнитного поля имеет только одну компоненту  $B_x$ , поэтому

$$\Gamma_{i,x} = -D_i \frac{\partial n_i}{\partial x} + \mu_i n_i E_x, \quad (24)$$

$$\Gamma_{i,r} = -\frac{D_i}{1+b_i^2} \frac{\partial n_i}{\partial r} + \frac{\mu_e}{1+b_i^2} n_i E_r, \quad (25)$$

$$\Gamma_{i,\varphi} = -b_i \Gamma_{i,r}, \quad (26)$$

где 
$$b_i = \frac{\mu_i B_x}{c}. \quad (27)$$

Подведем итоги первого этапа построения расчетно-теоретической модели. При использовании ряда указанных выше допущений (допустимость которых для решаемой задачи о Пеннинговском разряде при давлении  $p \sim 1$  мТорр еще требует аккуратного анализа) из уравнений выражающих закон сохранения импульса электронной и ионной жидкостей, получаются выражения для потоков частиц (15)–(17) и (24)–(26). Используя эти соотношения в уравнениях неразрывности электронной и ионной жидкости получаем расчетные соотношения диффузионно-дрейфовой модели разряда в осесимметричной двухмерной постановке

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_{e,x}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \Gamma_{e,r}}{\partial r} = \alpha(E) |\Gamma_e| - \beta n_i n_e, \quad (28)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial \Gamma_{i,x}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \Gamma_{i,r}}{\partial r} = \alpha(E) |\Gamma_e| - \beta n_i n_e, \quad (29)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 4\pi e (n_e - n_i), \quad (30)$$

где 
$$\Gamma_{e,x} = -D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} - \mu_e n_e E_x, \quad (31)$$

$$\Gamma_{e,r} = -\frac{D_e}{1+b_e^2} \frac{\partial n_e}{\partial r} - \frac{\mu_e}{1+b_e^2} n_e E_r, \quad (32)$$

$$\Gamma_{e,\varphi} = -b_e \Gamma_{e,r}, \quad (33)$$

$$b_e = \frac{\mu_e B_x}{c}, \quad (34)$$

$$\Gamma_{i,x} = -D_i \frac{\partial n_i}{\partial x} + \mu_i n_i E_x, \quad (35)$$

$$\Gamma_{i,r} = -\frac{D_i}{1+b_i^2} \frac{\partial n_i}{\partial r} + \frac{\mu_e}{1+b_i^2} n_i E_r, \quad (36)$$

$$\Gamma_{i,\varphi} = -b_i \Gamma_{i,r}, \quad (37)$$

где 
$$b_i = \frac{\mu_i B_x}{c}. \quad (38)$$

Подставляя значения плотностей потоков электронов и ионов в уравнения непрерывности электронной и ионной жидкостей (1) и (2), получим

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -\mu_e n_e E_x - D_e \frac{\partial n_e}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left( -\frac{\mu_e}{1+b_e^2} n_e E_r - \frac{D_e}{1+b_e^2} \frac{\partial n_e}{\partial y} \right) = \alpha |\Gamma_e| - \beta n_e n_i, \quad (39)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_i n_i E_x - \frac{D_i}{1+b_i^2} \frac{\partial n_i}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left( \frac{\mu_i}{1+b_i^2} n_i E_r - \frac{D_i}{1+b_i^2} \frac{\partial n_i}{\partial y} \right) = \alpha |\Gamma_e| - \beta n_e n_i, \quad (40)$$

где  $|\Gamma_e| = \sqrt{\Gamma_{e,x}^2 + \Gamma_{e,r}^2 + \Gamma_{e,\varphi}^2}$ . (41)

Еще раз подчеркнем, что введенные коэффициенты  $b_e$  и  $b_i$ , которые в модели (34) и (38) учитывают влияние магнитного поля

$$b_e = \frac{\mu_e B_z}{c} = \frac{\omega_e}{\nu_e}, \quad b_i = \frac{\mu_i B_z}{c} = \frac{\omega_i}{\nu_{in}}, \quad (42)$$

хорошо известны в физике плазмы и называются параметрами Холла электронной и ионной жидкостей.

Коэффициенты  $\omega_e = eB_z/m_e c$  и  $\omega_i = eB_z/m_i c$  в (42) являются ларморовскими частотами вращения электронов и ионов в магнитном поле.

Граничные условия для определения концентраций ионов и электронов, а также электрического потенциала формулируются в следующем виде:

$$x=0, \quad r \in [0, R_c]: \quad \frac{\partial n_i}{\partial y} = 0, \quad \Gamma_e = \gamma \Gamma_i, \quad \varphi = 0, \quad (43)$$

$$x=H: \quad r \in [0, R_{AC_e}]: \quad \frac{\partial n_i}{\partial y} = 0, \quad \Gamma_e = \gamma \Gamma_i, \quad \varphi = 0, \quad (44)$$

$$r=0, \quad \frac{\partial n_e}{\partial x} = \frac{\partial n_i}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \quad (45)$$

$$r=R, \quad x < X_{A_1}: \quad \frac{\partial n_e}{\partial x} = \frac{\partial n_i}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \quad (46)$$

$$r=R, \quad X_{A_1} < x < X_{A_2}: \quad \frac{\partial n_e}{\partial x} = 0, \quad n_i = 0, \quad \varphi = V, \quad (47)$$

$$r=R, \quad x > X_{A_2}: \quad \frac{\partial n_e}{\partial x} = \frac{\partial n_i}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0. \quad (48)$$

В рассматриваемой постановке задачи некоторые граничные условия должны корректироваться для учета более сложной геометрии реальной разрядной камеры.

В первую очередь это относится к условиям (34), в области т.н. «мениска» газоразрядной камеры. Требуют своего уточнения условия (47) и (49).

Задание начальных условий для решения задачи необходимо обсуждать особо. Грубые начальные условия могут привести не только к существенному замедлению численной процедуры отыскания решения, но также к его расходимости. Поэтому даже при аналитическом задании начальных приближений желательно использовать разумные значения концентраций заряженных частиц и правильную конфигурацию всего разряда. Очевидно, что решение задачи существенно ускоряется, если для расчета новых вариантов использовать предварительно полученные решения.

В рассматриваемой постановке нагрев газа не учитывается, поэтому допустимо использование традиционных замыкающих соотношений:

$$\mu_e(p) = \frac{4.5 \times 10^5}{p}, \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с}) \quad (49)$$

$$\mu_i(p) = \frac{6552.2}{p}, \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с}) \quad (50)$$

$$D_e = \mu_e(p)T_e, \text{ см}^2/\text{с} \quad (51)$$

$$D_i = \mu_i(p)T, \text{ см}^2/\text{с} \quad (52)$$

где  $p$  – давление в тлеющем разряде.

Коэффициент ион-электронной рекомбинации и температура электронов приняты постоянными:

$$\beta = 2 \times 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}, T_e = 11610 \text{ К}. \quad (53)$$

Коэффициент ионизации (1-й коэффициент Таунсенда) задается в виде

$$\alpha(E) = pA \exp \left[ -\frac{B}{(|E|/p)} \right], \text{ см}^{-1}, \quad (54)$$

где для молекулярного водорода  $A = 5 \frac{1}{\text{см} \cdot \text{Торр}}, B = 130 \frac{\text{В}}{\text{см} \cdot \text{Торр}}.$  (55)

Аппроксимационные коэффициенты в первой формуле Таунсенда справедливы в диапазоне приведенных полей  $E/p \in [150, 600] \text{ В}/(\text{см} \cdot \text{Торр})$  для молекулярного водорода.

Уравнения решаются совместно с уравнением внешней электрической цепи, которое для постоянного тока имеет вид

$$E = V + IR_0, \quad (56)$$

где  $V$  – падение напряжения на электродах;  $I$  – полный ток через разрядный промежуток;  $E$  – ЭДС источника питания;  $R_0$  – сопротивление внешней цепи.

### 3. Результаты численного моделирования

Расчеты проводились для следующих исходных данных:

газ –  $\text{H}_2$ ; давление  $p = 0.1 \div 5.0$  Торр;  $E = 200 \div 500$  В;  $R_0 = 3$  кОм;  $\gamma = 0.33$ ;  $B_x = 0.1$  Т,

$R_C = R_{AC_e} = 0.55$  см,  $R_{AC_i} = 0.4$  см,  $X_{A1} = 0.3$  см,  $X_{A2} = 0.8$  см,  $X_C = 1.1$  см,  $L = X_C = 1.1$  см (пространственный масштаб задачи).

Выполненное численное исследование преследовало несколько целей:

- 1) Изучение пространственной структуры пеннинговского разряда при давлениях порядка 1 Торр,
- 2) Исследование эволюции пространственного распределения концентраций заряженных частиц в пеннинговском разряде при изменении давления в диапазоне  $0.1 \div 5$  Торр,
- 3) Изучение влияния осевого магнитного поля на характеристики разряда.

Для достижения указанных целей анализ выполненных расчетов выполним в несколько этапов. Сначала будет изучена структура тлеющего разряда в типичной разрядной камере газонаполненной нейтронной трубки (ГНТ) при вариации давления в диапазоне  $p = 1 \div 5$  Торр без магнитного поля (рис. 2–4). Затем для этих же расчетных вариантов будет дан анализ пространственной структуры пеннинговского разряда при индукции магнитного поля  $B_x = 0.1$  Т (рис. 5–7).

В расчетах было установлено, что при давлениях  $p < 1$  Торр и при заданных величинах  $E = 200 \div 500$  В;  $R_0 = 3$  кОм;  $\gamma = 0.33$  стационарный тлеющий разряд без магнитного поля получить не удалось, поэтому при давлениях  $p = 0.5$  Торр, 0.3 Торр и 0.1 Торр стационарный разряд был получен только в присутствии осевого магнитного поля, то есть при горении в режиме пеннинговского разряда (рис. 8–10).

На рис. 11–18 приведены количественные данные, которые позволяют более полно понять основные закономерности тлеющего и пеннинговского разрядов при исследованных параметрах в разрядной камере ГНТ.

### 3.1. Тлеющий разряд в отсутствие магнитного поля при разных давлениях

Распределения концентраций ионов и электронов в разрядной камере при давлениях  $p = 5$  Торр, 2.5 Торр и 1 Торр показаны на рис. 2–4

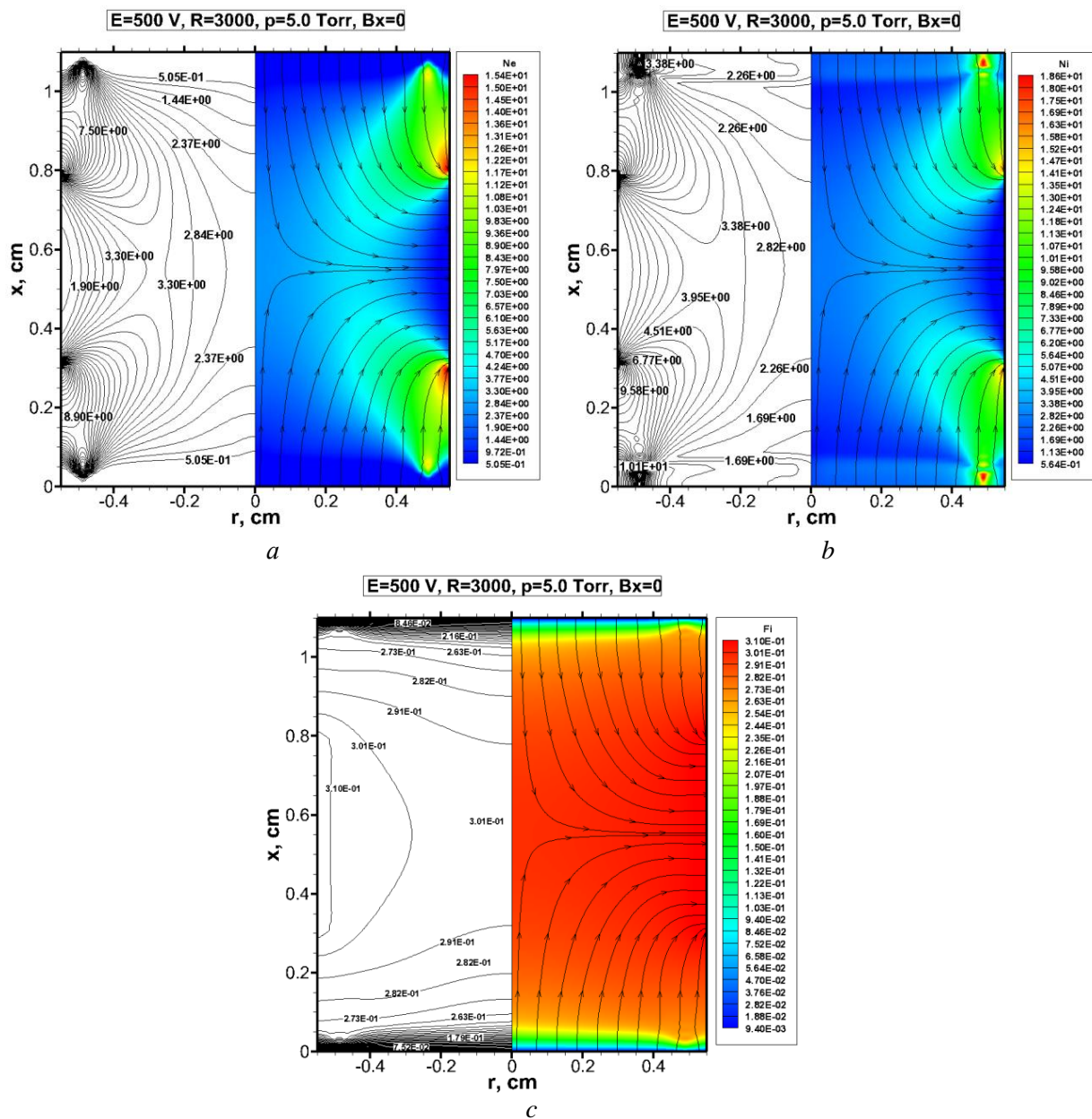


Рис. 2. Концентрация электронов (a) и ионов (b) (в  $10^{10}$  см $^{-3}$ ), а также распределение электрического потенциала в газоразрядном промежутке  $F_i = \phi/E$ ; (c). На правой части рисунков показаны силовые линии электрического поля; на левой части рисунков приведены числовые значения изолиний. Исходные данные:  $p = 5$  Торр,  $R_0 = 3000$  Ом,  $E = 500$  В,  $B_x = 0$



С уменьшением давления отметим следующие изменения в структуре разряда:

- область повышенной концентрации смещается от границы анода, где имеется концентрация напряженного электрического поля к центральной области анода при смещении к приосевым областям.
- с уменьшением давления электрический потенциал в разрядном промежутке возрастает весьма заметно: при  $p=5.0$  Торр наибольшее значение электрического потенциала  $\varphi_{\max}$  достигает величины 0.31, при  $p=2.5$  Торр –  $\varphi_{\max} = 0.545$ , при  $p=1.0$  Торр –  $\varphi_{\max} = 0.817$ . При этом значение потенциала вблизи оси симметрии становится все более заметным. На рис. 2–4 показаны силовые линии электрического поля. С уменьшением давления очевидно сгущение силовых линий к центру анода (по осевой координате) и к оси симметрии.

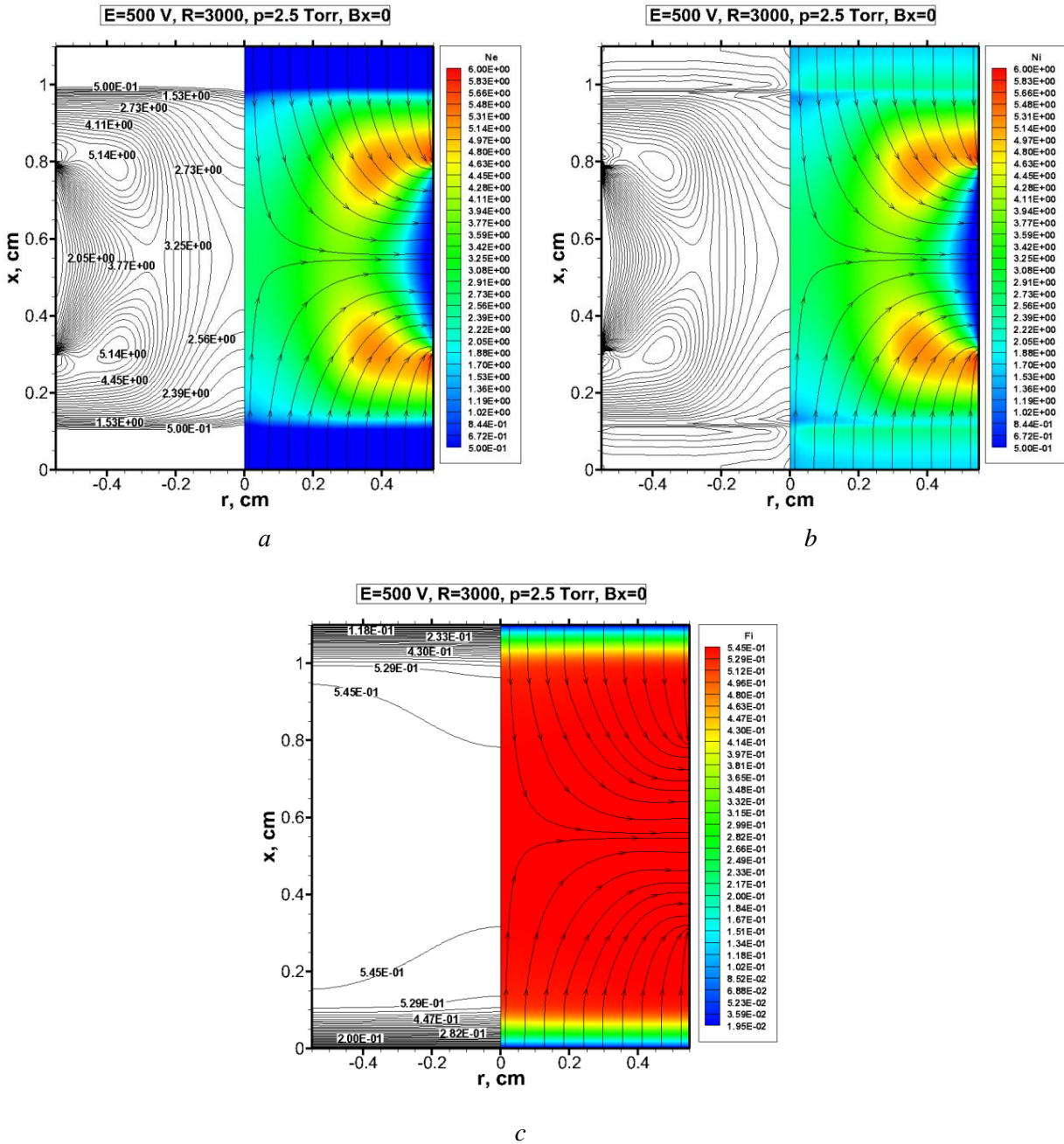


Рис. 3. Концентрация электронов (a) и ионов (b) ( $\text{в } 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ), а также распределение электрического потенциала в газоразрядном промежутке ( $F_i = \varphi/E$ ; c). На правой части рисунков показаны силовые линии электрического поля; на левой части рисунков приведены числовые значения изолиний. Исходные данные:  $p=2.5$  Торр,  $R_0=3000$  Ом,  $E=500$  В,  $B_x=0$

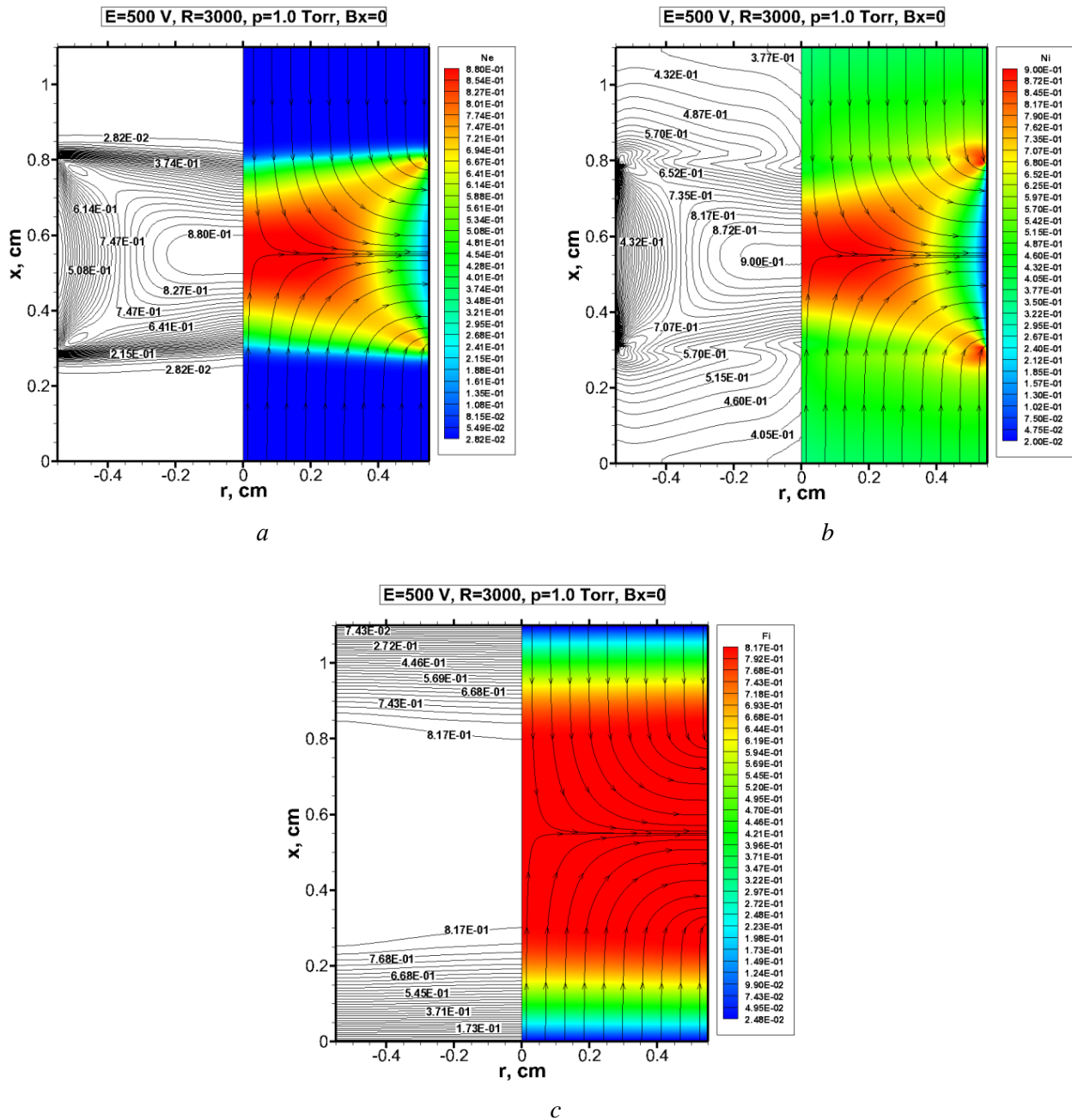


Рис. 4. Концентрация электронов (a) и ионов (b) (в  $10^{10}$   $\text{см}^{-3}$ ), а также распределение электрического потенциала в газоразрядном промежутке ( $F_i = \varphi/E$ ; c). На правой части рисунков показаны силовые линии электрического поля; на левой части рисунков приведены числовые значения изолиний. Исходные данные:  $p = 2.5$  Торр,  $R_0 = 3000$  Ом,  $E = 500$  В,  $B_x = 0$

Из рис. 11 видно, что распределение концентраций электронов и ионов вдоль образующей граничной цилиндрической поверхности, включающей анод и свободное пространство между анодом и катодом во многом подобно распределению заряженных частиц в нормальном тлеющем разряде [8, 14]. А именно, вблизи катода наблюдается область положительного пространственного заряда с повышенной концентрацией ионов, которые ускоряясь движутся к катоду, вызывая с него эмиссию электронов посредством механизма вторичной электронной эмиссии.

Радиальное распределение плотности тока на катоде при разных давлениях показаны на рис. 12 a. При давлении  $p = 5$  Торр наибольшая плотность тока наблюдается на периферийной поверхности катода, расположенной ближе к аноду. По мере уменьшения давления локаль-

ный максимум плотности тока исчезает, а распределение плотности тока становится в значительной степени однородным. В центре катода плотность тока сначала возрастает (при  $p = 2.5$  Торр), а затем монотонно падает.

На рис. 16 *a* приведены распределения концентраций электронов и ионов вдоль оси симметрии разрядной камеры. По мере уменьшения давления наблюдается увеличение толщины катодного слоя. При давлении  $p = 1$  Торр толщина катодного слоя над катодом и антикатодом составляет более 0.3 см. При давлении  $p = 0.5$  Торр вся область разряда становится положительно заряженной. Два прикатодных слоя сливаются. При давлении меньше  $p = 0.5$  Торр не было получено стационарного тлеющего разряда. В расчете наблюдалось безостановочное погасание разряда.

На рис. 18 *a, c* даны осевые распределения осевых компонент скоростей электронов и ионов в тлеющем разряде при разных давлениях. Представленные данные наглядно иллюстрируют возрастание скоростей электронов и ионов при уменьшении давления, что легко объясняется снижением сил сопротивления (уменьшение частоты столкновений).

### 3.2. Пеннинговский разряд при разных давлениях

На рис. 5–7 показаны распределения концентраций электронов (*a*), ионов (*b*) и электрического потенциала (*c*) в пеннинговском разряде при давлениях  $p = 5.0$  Торр, 2.5 Торр и 1.0 Торр соответственно. Для того, чтобы понять влияние осевого магнитного поля на структуру разряда в рассматриваемых условиях достаточно сравнить рассчитанные данные на рис. 2–4 (без магнитного поля) и рис. 5–7 (с магнитным полем, индуктивностью  $B_x = 0.1$ ).

Как уже отмечалось выше, при относительно малых давлениях наличие магнитного поля является необходимым условием существования разряда. Однако, даже при максимальном из исследованных давлений включение осевого магнитного поля приводит к заметному изменению структуры разряда (сравните рис. 2 и рис. 5). Область повышенной ионизации вблизи катода и анти-катода исчезает, а в приосевых областях концентрация заряженных частиц возрастает. По мере уменьшения давления область повышенной концентрации заряженных частиц смещается к оси симметрии, где образуется достаточно однородная область квазинейтральной плазмы.

Поскольку стационарная структура пеннинговского разряда получена в данном исследовании вплоть до давлений  $p = 0.1$  Торр, на рис. 8–10 показаны распределения концентраций и электрического потенциала при давлениях  $p = 0.5$  Торр, 0.3 Торр и 0.1 Торр.

Осевые распределения концентраций электронов и ионов в пеннинговском разряде при разных давлениях показаны на рис. 16 *b*. Во-первых, отметим возрастание концентрации электронов и ионов при относительно высоких давлениях при включении магнитного поля. При  $p = 5.0$  Торр концентрация частиц в положительном столбе разряда возросла примерно в два раза, а при  $p = 2.5$  Торр – уже почти на порядок. При дальнейшем снижении давления рост концентрации продолжается. Сравнивая осевые распределения электронных и ионных концентраций при давлении  $p = 0.5$  Торр отметим их возрастание на три порядка. При этом в осевом распределении заряженных частиц сохраняется структура, которая может быть определена, как положительный столб. Без магнитного давления квазинейтральность плазмы нарушается.

На рис. 17 приводятся радиальные распределения плотности тока на катоде пеннинговского разряда при разных давлениях. Наличие магнитного поля делает указанные распределения более монотонными. При этом, после некоторого возрастания плотности тока в приосевых областях, наблюдается снижение плотности тока при уменьшении давления.

Общей закономерностью изменения структуры пеннинговского разряда при уменьшении давления является увеличение размеров катодного и анодного слоев и локализация областей повышенной ионизации в центре анода на некотором расстоянии от оси и в приосе-

вых областях. При этом в локализованных областях наблюдается повышение концентрации заряженных частиц вплоть до наименьшего из исследованных давлений.

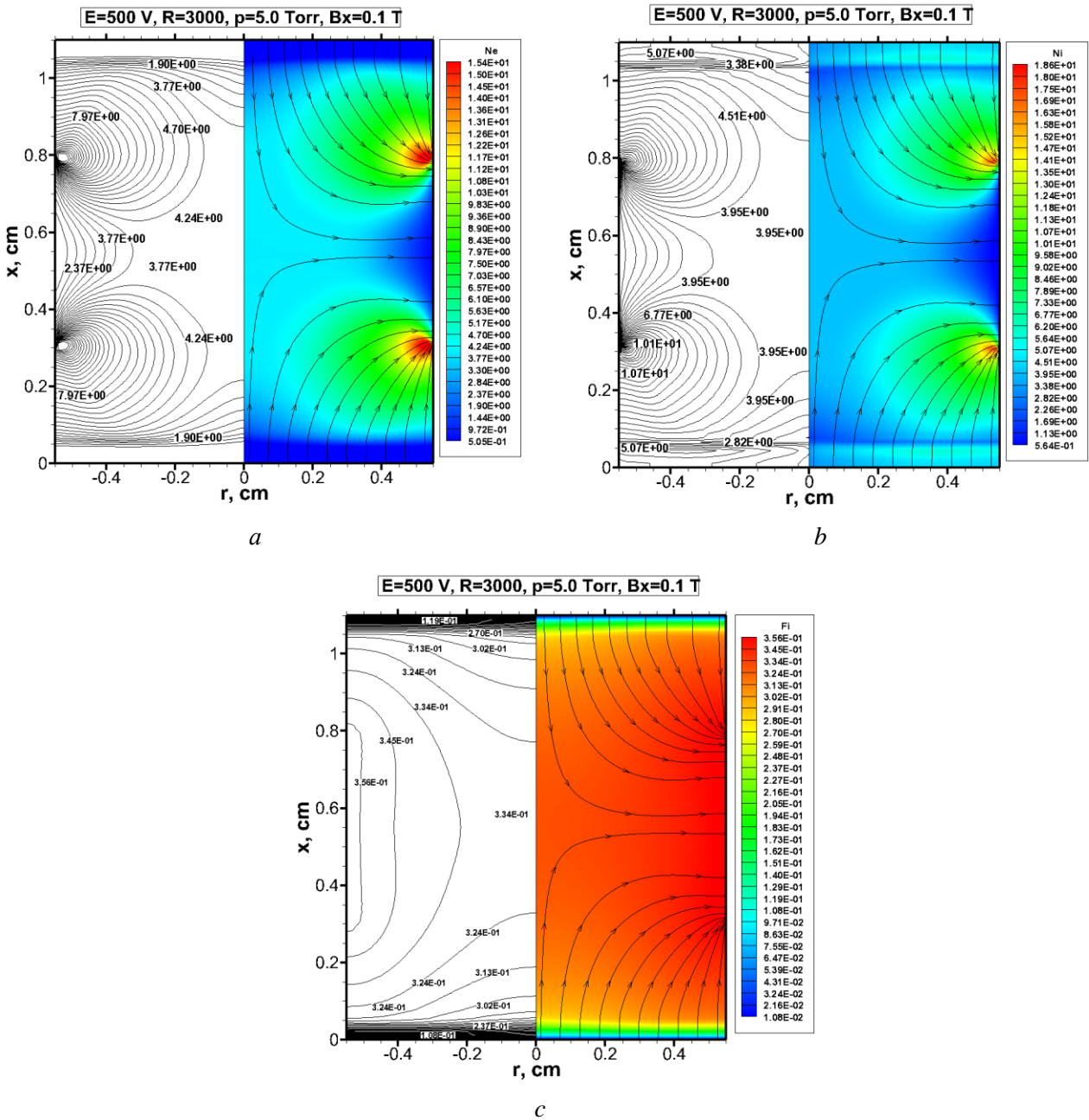


Рис. 5. Концентрация электронов (*a*) и ионов (*b*) (в  $10^{10} \text{ см}^{-3}$ ), а также распределение электрического потенциала в газоразрядном промежутке ( $Fi = \varphi/E$ ; *c*). На правой части рисунков показаны силовые линии электрического поля; на левой части рисунков приведены числовые значения изолиний. Исходные данные:  $p = 5$  Торр,  $R_0 = 3000$  Ом,  $E = 500$  В,  $B_x = 0.1$  Т

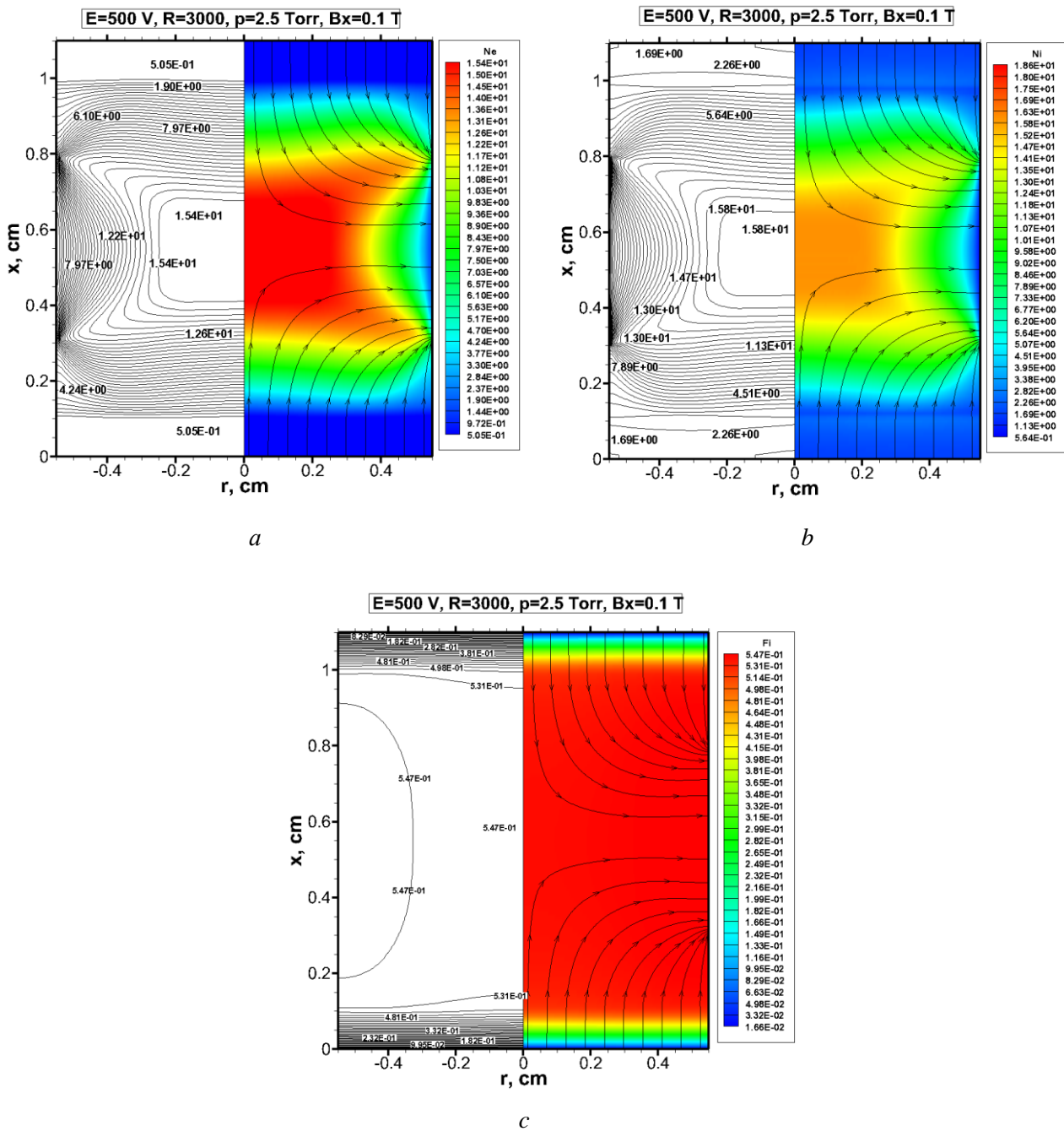


Рис. 6. Концентрация электронов (a) и ионов (b) (в  $10^{10} \text{ см}^{-3}$ ), а также распределение электрического потенциала в газоразрядном промежутке ( $Fi = \phi/E$ ; c). На правой части рисунков показаны силовые линии электрического поля; на левой части рисунков приведены числовые значения изолиний. Исходные данные:  $p = 2.5$  Торр,  $R_0 = 3000$  Ом и  $E = 500$  В,  $B_x = 0.1$  Т

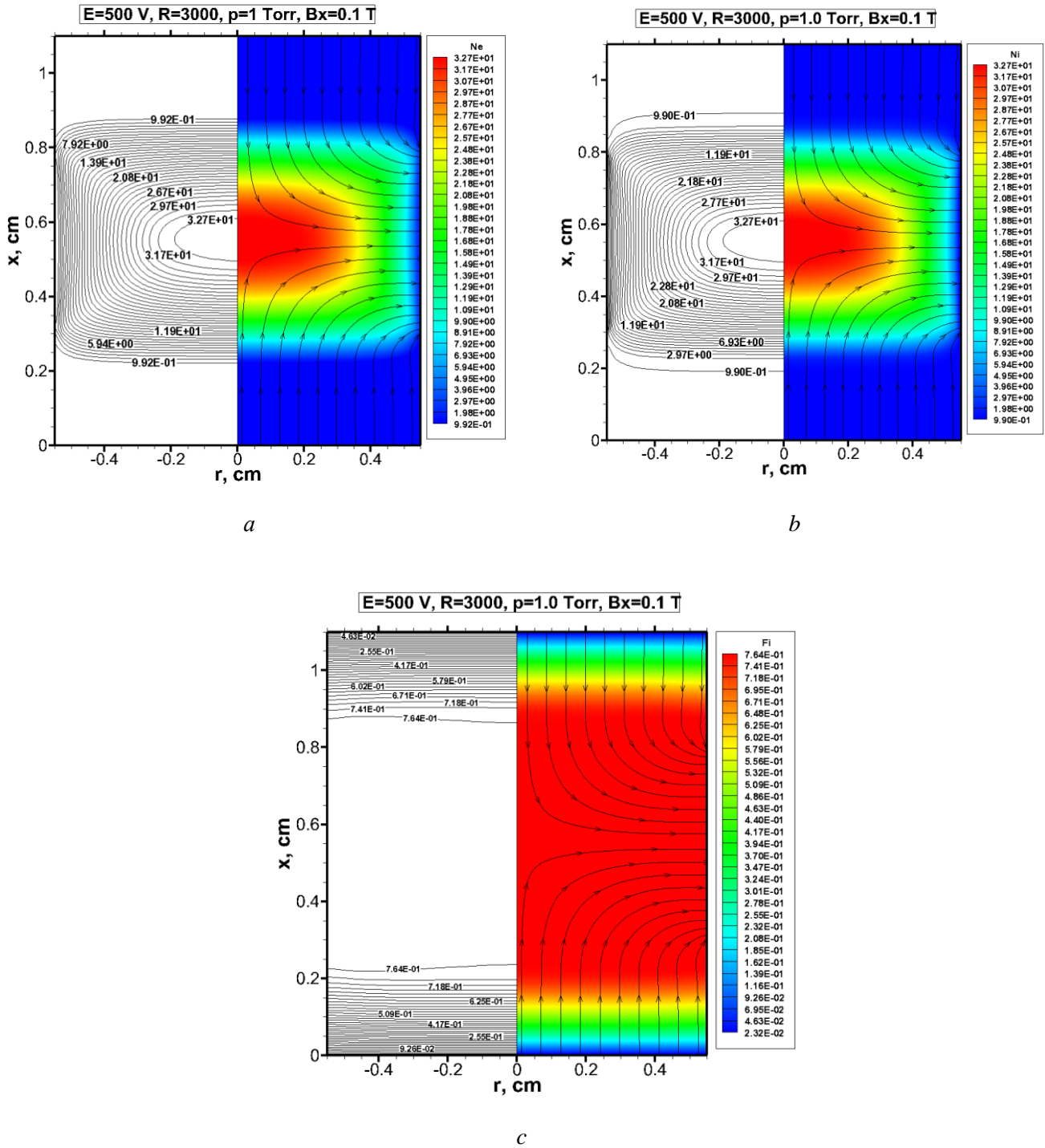


Рис. 7. Концентрация электронов (a) и ионов (b) (в  $10^{10} \text{ см}^{-3}$ ), а также распределение электрического потенциала в газоразрядном промежутке ( $Fi = \varphi/E$ ; c). На правой части рисунков показаны силовые линии электрического поля; на левой части рисунков приведены числовые значения изолиний.

Исходные данные:  $p = 1.0$  Торр,  $R_0 = 3000$  Ом и  $E = 500$  В,  $B_x = 0.1$  Т

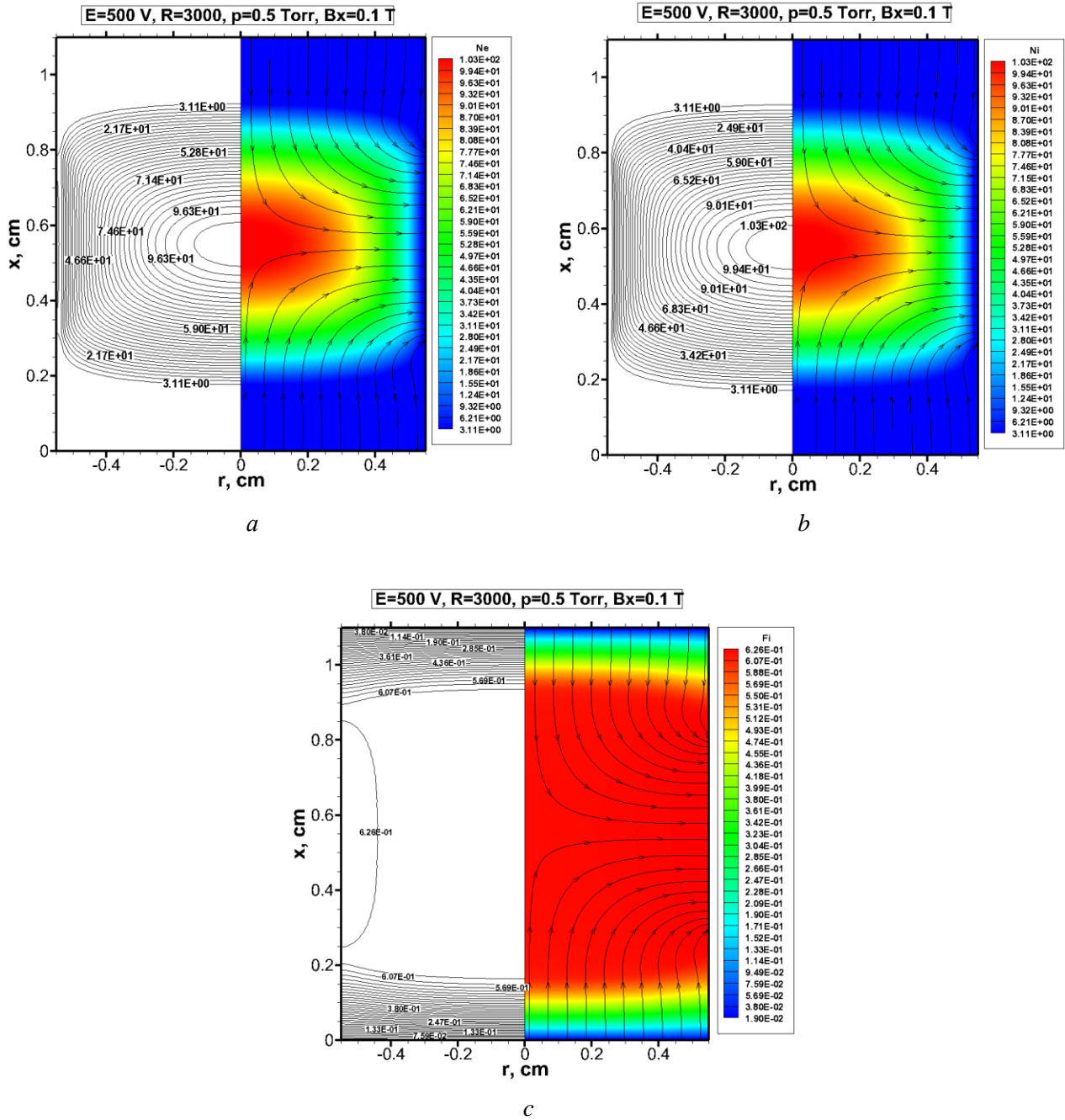


Рис. 8. Концентрация электронов (a) и ионов (b) (в  $10^{10}\text{ см}^{-3}$ ), а также распределение электрического потенциала в газоразрядном промежутке ( $Fi = \varphi/E$ ; c). На правой части рисунков показаны силовые линии электрического поля; на левой части рисунков приведены числовые значения изолиний. Исходные данные:  $p = 0.5\text{ Торр}, R_0 = 3000\text{ Ом}$  и  $E = 500\text{ В}, B_x = 0.1\text{ Т}$

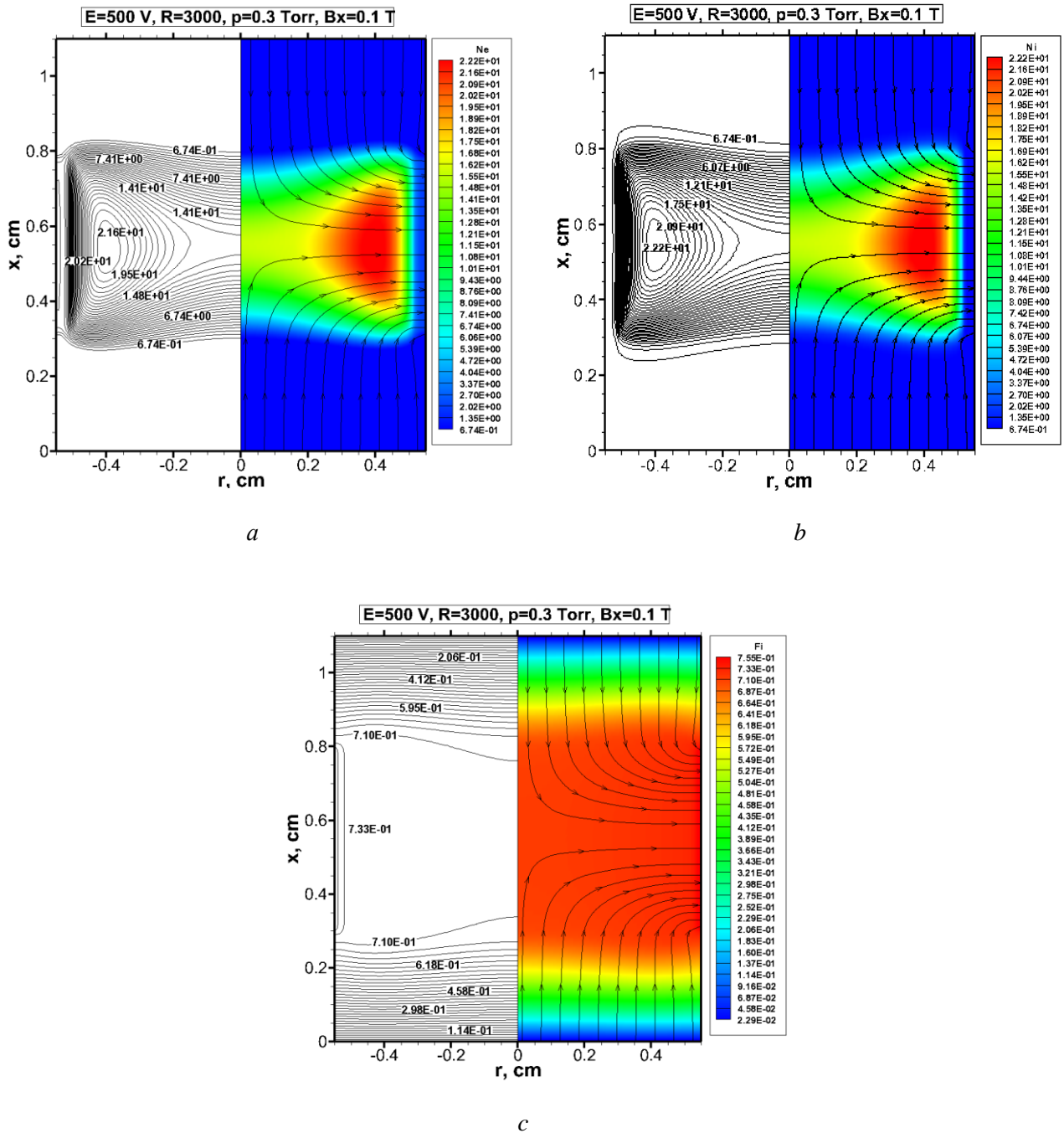


Рис. 9. Концентрация электронов (a) и ионов (b) (в  $10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ), а также распределение электрического потенциала в газоразрядном промежутке ( $F_i = \varphi/E$ ; c). На правой части рисунков показаны силовые линии электрического поля; на левой части рисунков приведены числовые значения изолиний. Исходные данные:  $p = 0.3 \text{ Torr}$ ,  $R_0 = 3000 \text{ Ом}$  и  $E = 500 \text{ В}$ ,  $B_x = 0.1 \text{ Т}$



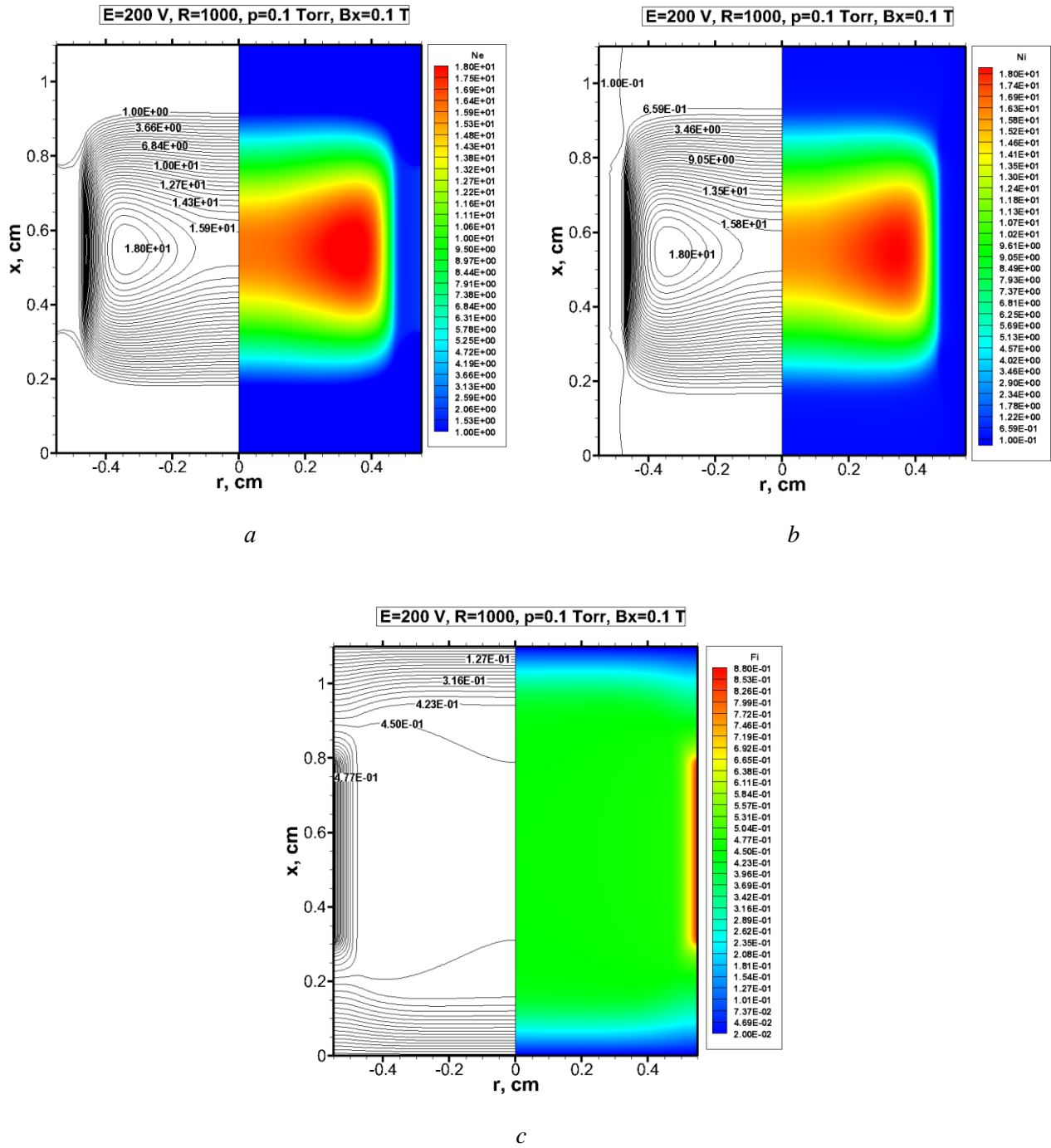


Рис. 10. Концентрация электронов (a) и ионов (b) (в  $10^{10} \text{ см}^{-3}$ ), а также распределение электрического потенциала в газоразрядном промежутке ( $F_i = \varphi/E$ ; c). На правой части рисунков показаны силовые линии электрического поля; на левой части рисунков приведены числовые значения изолиний. Исходные данные:  $p = 0.1 \text{ Торр}$ ,  $R_0 = 3000 \text{ Ом}$  и  $E = 200 \text{ В}$ ,  $B_x = 0.1 \text{ Т}$

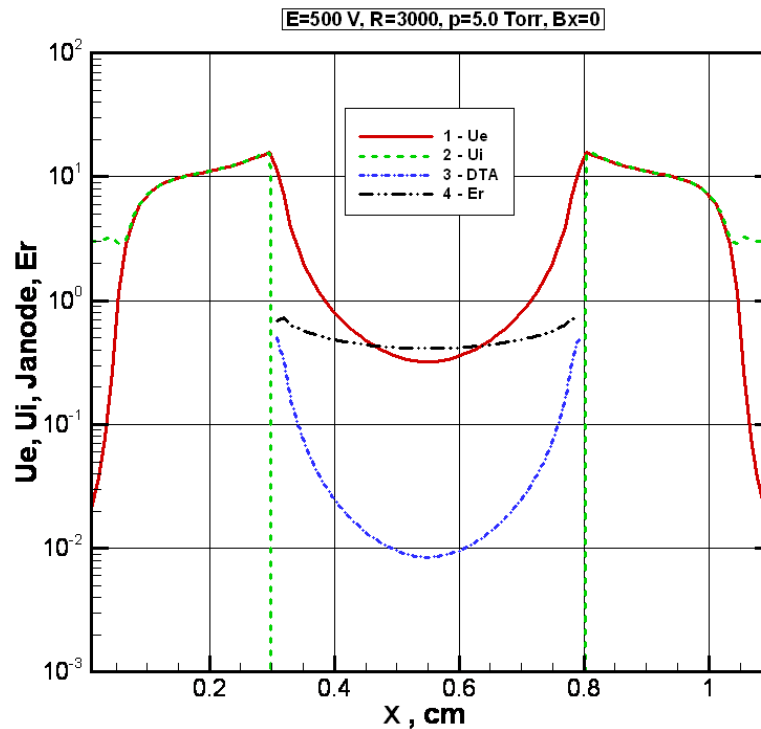


Рис. 11. Распределение параметров разряда вдоль образующей цилиндрической поверхности, включающей анод и свободное пространство между анодом и катодом: 1 – концентрация электронов (в  $10^{10} \text{ см}^{-3}$ ), 2 – концентрация ионов (в  $10^{10} \text{ см}^{-3}$ ), 3 – плотность тока на аноде (в  $\text{А/см}^2$ ), 4 – напряженность радиальной компоненты электрического поля на аноде (в единицах  $\text{Е/Л}$ ). Исходные данные:  $p=5.0$  Торр,  $R_0=3000$  Ом и  $E=500$  В,  $B_x=0$

На рис. 12 *b* показаны радиальные распределения плотности тока на катоде при давлении  $p=5.0$  Торр в более широком диапазоне изменения индуктивности осевого магнитного поля  $B_x=0.1 \div 0.4$  Т. С увеличением индукции магнитного поля локальный максимум на периферии катода исчезает и постепенно возникает локальный максимум в приосевых областях разряда. Возрастает также абсолютная величина плотности тока.

На рис. 12 приведены осевые распределения приведенного поля, энергии электронов и их осевой скорости при разных индукциях магнитного поля. Общая тенденция состоит в увеличении приведенных полей у катода и анти-катода, а также энергии и скорости движения электронов. Однако это увеличение незначительно при росте индукции магнитного поля до  $B_x=0.8$  Т.

В силу полной симметрии задачи (по аксиальной и радиальной переменным), в центре разрядного промежутка происходит инверсия скорости электронов.

На рис. 13 приведены аналогичные данные для скорости движения ионов, а также для распределения напряженности электрического поля.

На рис. 14 *b, c* приведены осевые распределения концентраций электронов и ионов при давлении  $p=5.0$  Торр для разных индукций магнитного поля в диапазоне  $B_x=0.1 \div 0.8$  Т.

На рис. 15 иллюстрируется степень влияния магнитного поля на параметры разряда при давлении  $p=5.0$  Торр и  $0.1$  Торр. На рис. 15 *a, b* дано распределение приведенного поля, а также осевых скоростей электронов и ионов при давлениях  $p=5.0$  Торр и  $0.1$  Торр. В данном случае решение получено при предельно низком  $E=200$  В. С уменьшением давления достигается ускорение заряженных частиц примерно на порядок.

На рис. 15 *c, d* показаны приведенные поля и энергия электронов при давлениях  $p=5.0$  Торр и  $p=0.1$  Торр (фактически, это аналог рис.15, *a*), а также приведенные поля и энергия электронов при низких давлениях  $p=0.4$  Торр и  $0.1$  Торр, откуда также хорошо видно, что электроны набирают энергию в катодных слоях, а области положительного столба их энергия близка к классической тепловой энергии в положительном столбе тлеющего разряда.

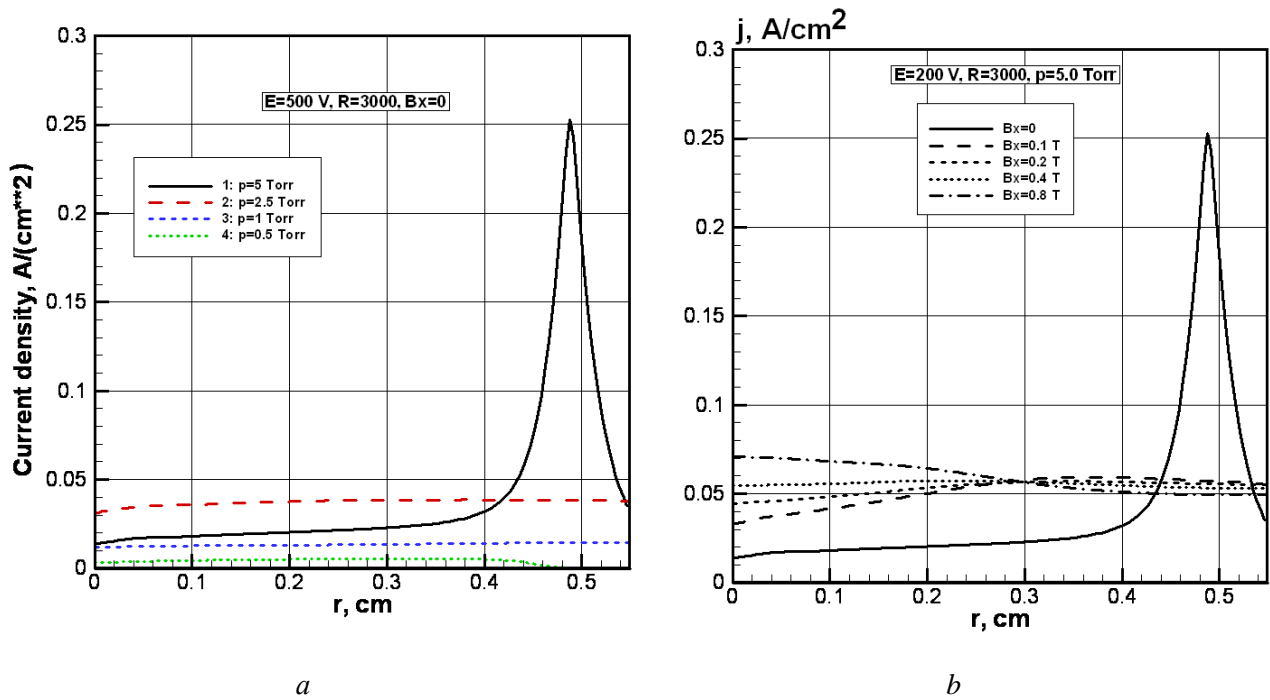


Рис. 12-1. Распределение плотности тока на катоде при разных значениях давления в отсутствии магнитного поля (a) и при разных индукциях магнитного поля в разряде с неизменным давлением  $p = 5.0$  Торр (b).

Исходные данные:  $p = 0.1 \div 5.0$  Торр,  $R_0 = 3000$  Ом и  $E = 500$  В,  $B_x = 0, 0.1$  Т,  $0.2$  Т,  $0.4$  Т,  $0.8$  Т

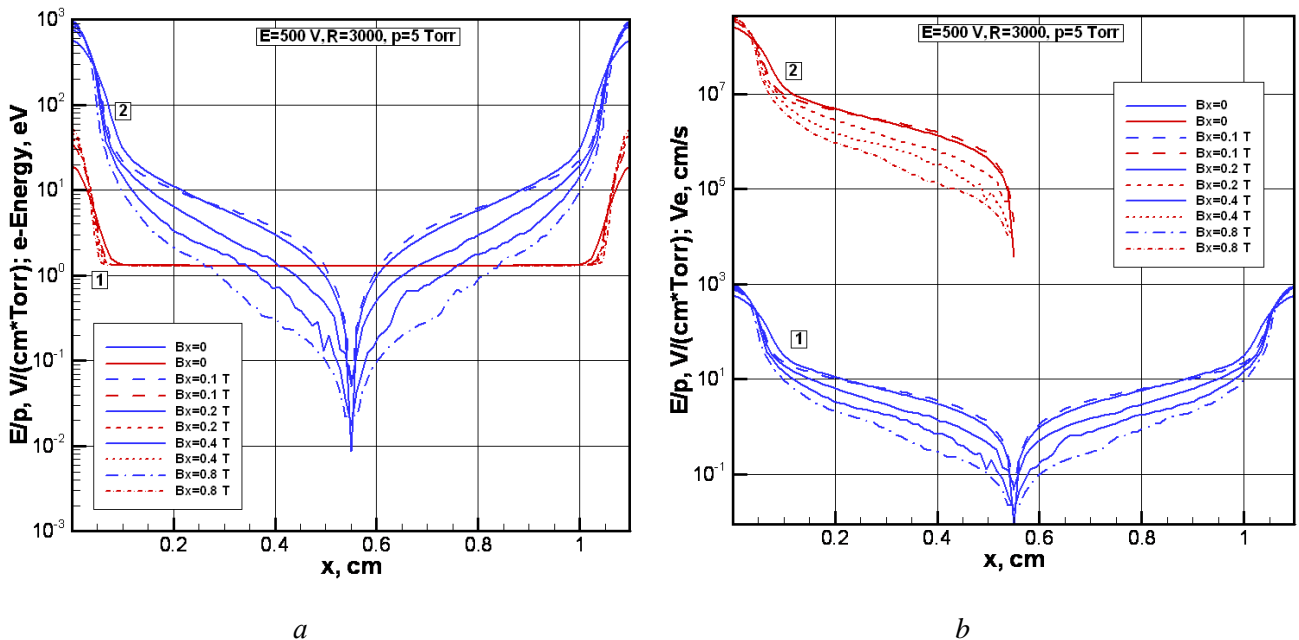


Рис. 12-2. Распределения электродинамических характеристик пеннинговского разряда вдоль оси симметрии при разных индукциях магнитного поля:

(a) – приведенное поле ( $E/p$ ) (1) и энергии электронов (2);

(b) – энергия электронов (1) и скорость электронов (2).

Исходные данные:  $p = 5.0$  Торр,  $R_0 = 3000$  Ом и  $E = 500$  В

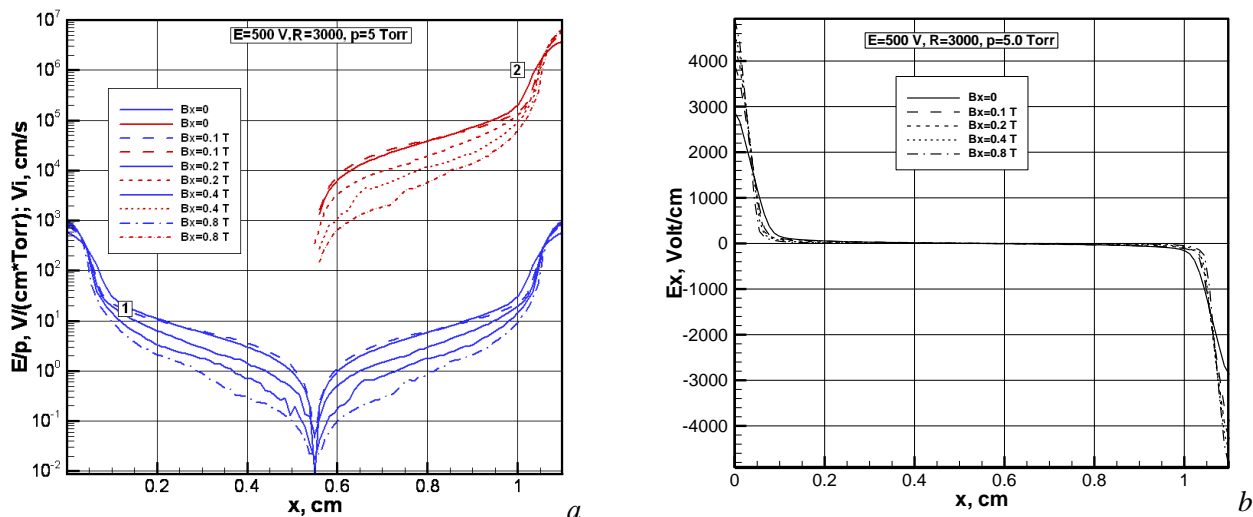


Рис. 13. Распределения электродинамических характеристик пеннинговского разряда вдоль оси симметрии при разных индукциях магнитного поля: (а) – приведенное поле ( $E/p$ ) (1) и скорость ионов (2); (б) – осевая составляющая напряженности электрического поля.  
 Исходные данные:  $p = 5.0$  Торр,  $R_0 = 3000$  Ом и  $E = 500$  В

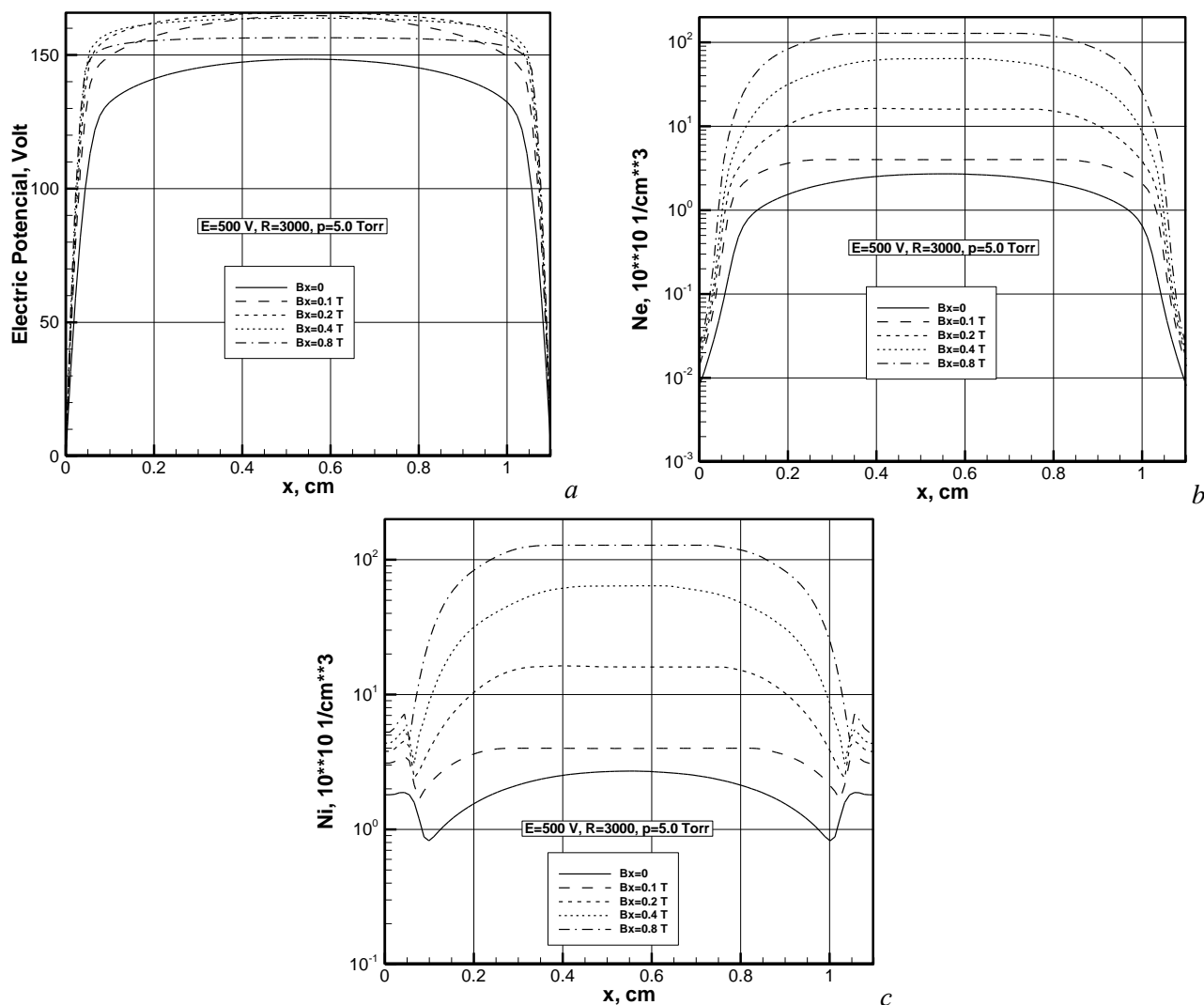


Рис. 14. Распределения электродинамических характеристик пеннинговского разряда вдоль оси симметрии при разных индукциях магнитного поля: (а) – электрический потенциал; (б) – концентрация электронов; (с) – Концентрация ионов. Исходные данные:  $p = 5.0$  Торр,  $R_0 = 3000$  Ом и  $E = 500$  В

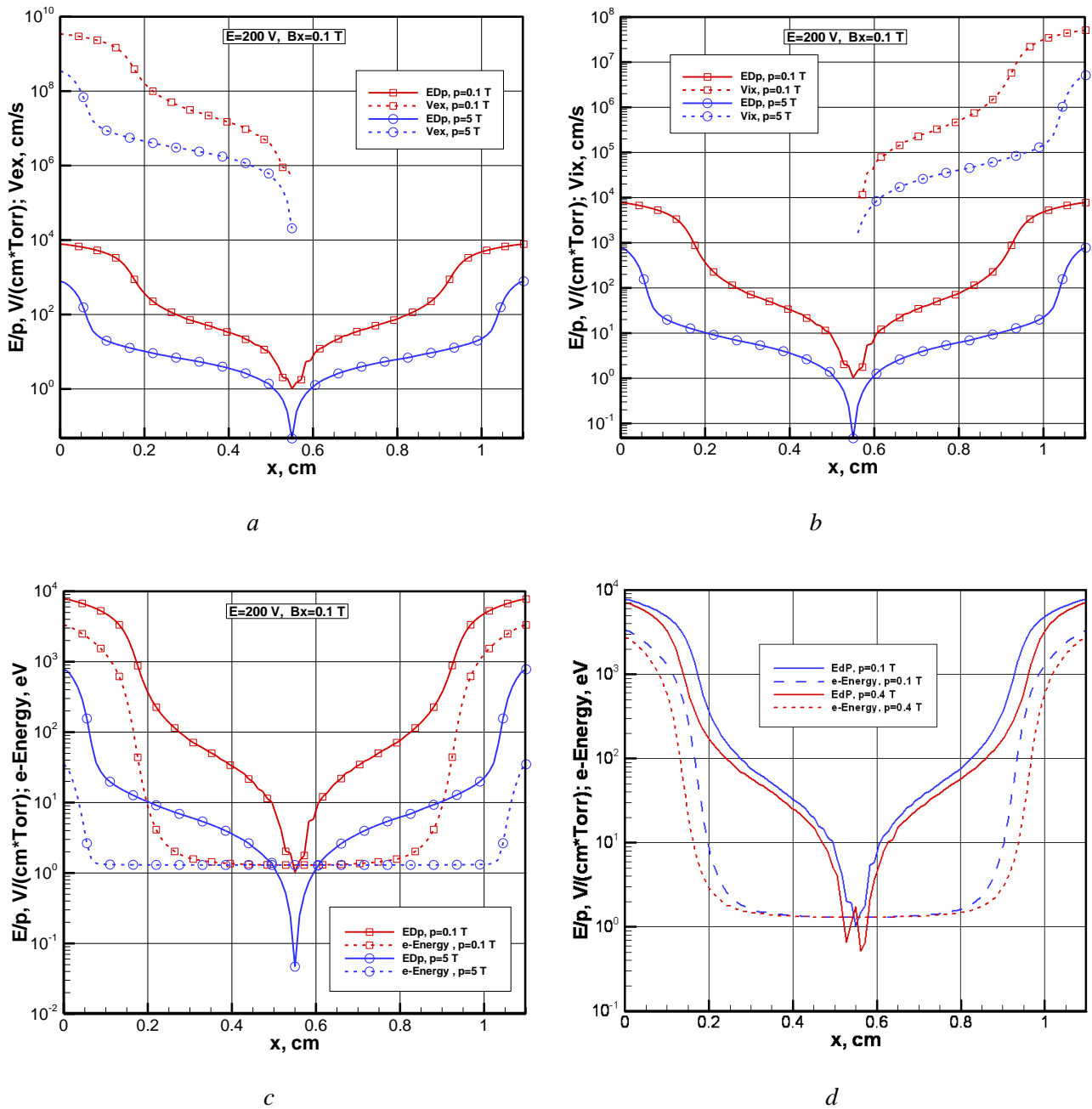


Рис. 15. Распределения электродинамических характеристик пеннинговского разряда вдоль оси симметрии при разных давлениях:

- (a) – приведенное поле и осевая проекция скорости электронов;
  - (b) – приведенное поле и осевая проекция скорости ионов;
  - (c) – приведенное поле и энергия электронов, рассчитанная по осевой скорости;
  - (d) – приведенное поле и энергия электронов, рассчитанная по осевой скорости при разных давлениях.
- Исходные данные:  $p = 0.1 \div 5.0$  Торр,  $R_0 = 3000$  Ом и  $E = 200$

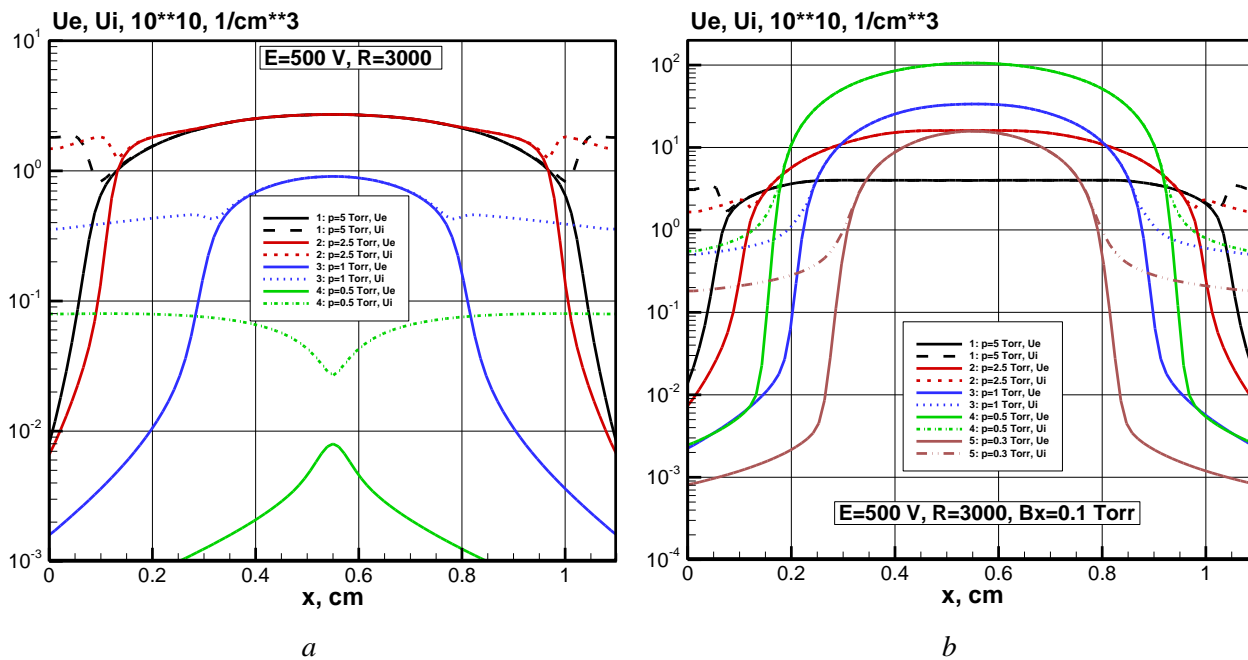


Рис. 16. Распределения электронных и ионных концентраций вдоль оси симметрии: (a) – электронные и ионные концентрации в отсутствии магнитного поля; (b) – электронные и ионные концентрации при вариации давления при индукции магнитного поля  $B_x = 0.1 \text{ T}$ .

Исходные данные:  $p = 0.1 \div 5.0 \text{ Torr}$ ,  $R_0 = 3000 \text{ Ohm}$  и  $E = 500 \text{ V}$

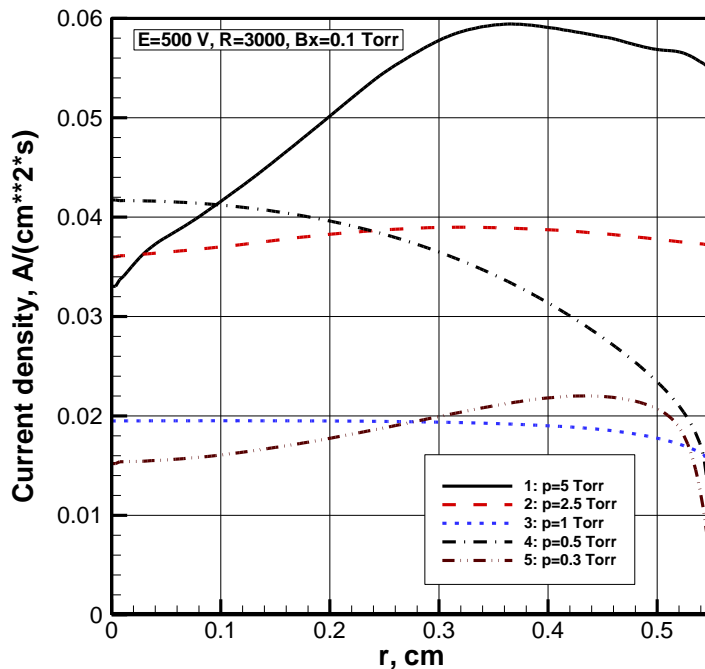


Рис. 17. Радиальное распределение плотности тока на катоде при разных давлениях и индукции магнитного поля  $B_x = 0.1 \text{ T}$

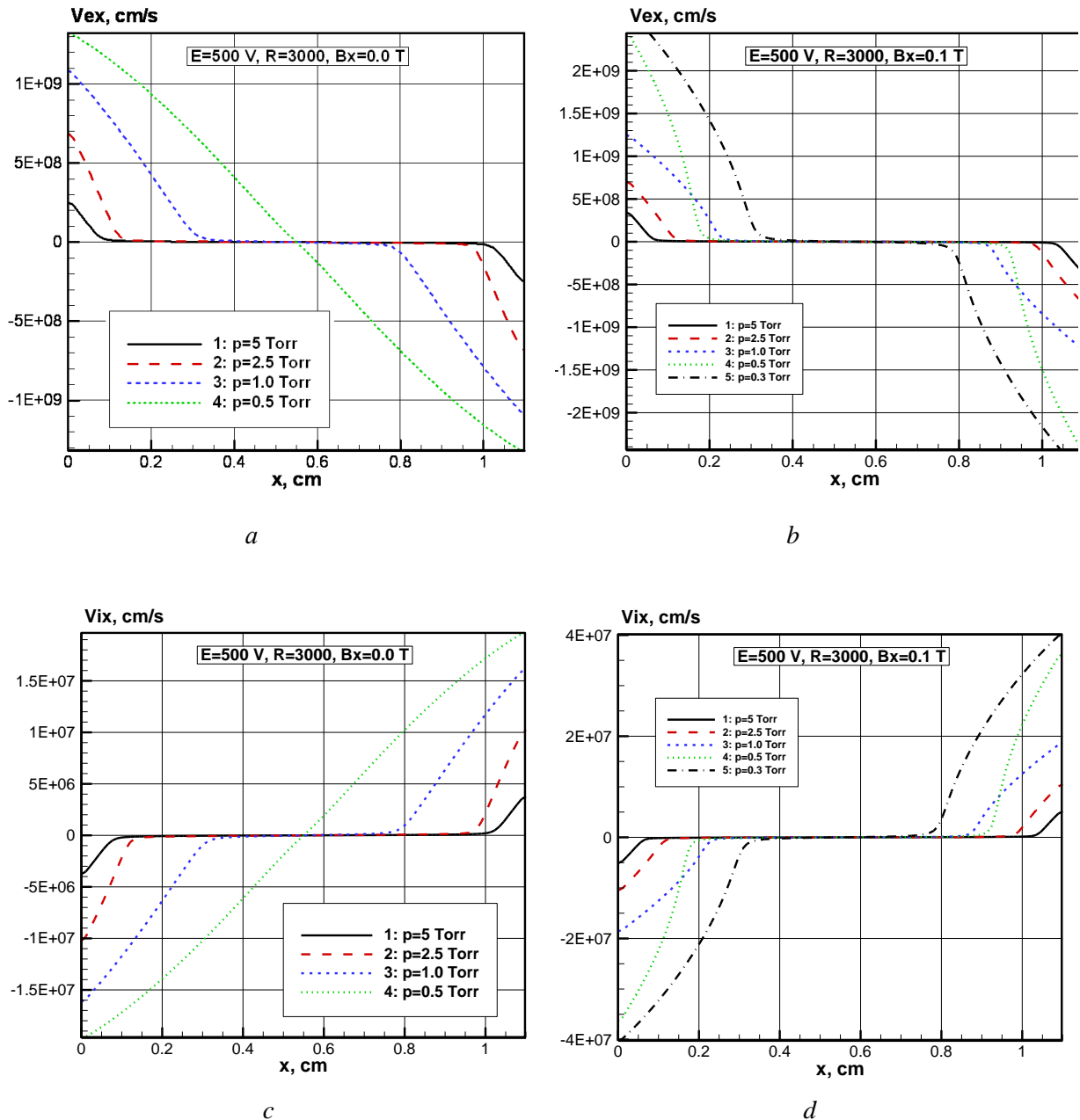


Рис. 18. Распределения осевых компонент скоростей электронов и ионов вдоль оси симметрии: (a) скорость электронов при разных давлениях без магнитного поля, (b) скорость электронов при разных давлениях с магнитным полем  $B_x = 0.1$  Т, (a) скорость ионов при разных давлениях без магнитного поля, (b) скорость ионов при разных давлениях с магнитным полем  $B_x = 0.1$  Т.

Исходные данные:  $p = 0.1 \div 5.0$  Торр,  $R_0 = 3000$  Ом и  $E = 500$  В

### Заключение

В работе разработана расчетная модель пеннинговского разряда при давлениях порядка 1 Торр на основе классической диффузионно-дрейфовой модели.

Выполнены численные исследования двумерной структуры тлеющего разряда (без магнитного поля) и пеннинговского разряда (в продольном осевом магнитном поле) при эдс источника порядка 500 В и внешнем омическом сопротивлении 3000 Ом в диапазоне давле-

ний  $p=0.1\div 5.0$  Торр. Исследованная разрядная камера соответствует типичной ионизационной камере газонаполненной нейтронной трубки.

Для подвижностей заряженных частиц, а также для коэффициентов ионизации молекулярного водорода электронным ударом использовались эмпирические зависимости, рекомендованные в [1, 2].

Расчетным путем показано, что стационарный тлеющий разряд существует в исследованной ГНТ для давлений не ниже 0.5 Торр.

Показано, что включение осевого магнитного поля (переход от классического тлеющего разряда к пеннинговскому разряду) с индукцией  $B_x=0.1\div 0.8$  Т приводит к качественному изменению структуры разряда и обеспечивает его существование при низких давлениях.

Дальнейшее снижение давления в рамках данной модели не является оправданным, поскольку изменяется определяющий механизм упругих и ионизирующих столкновений.

## Литература

1. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда. М.: 1961. Гос. Изд-во литературы в области атомной науки и техники. 323 с. (Brown S.C. Basic Data of Plasma Physics. Technology Press of M.I.T. and Wiley, 1966)
2. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука. 1987. 591 с.
3. Энгель А. Ионизованные газы. М.: Гос. Изд-во физико-математической лит-ры. 1959. 332 с.
4. Ward A.L. Calculations of Cathode-Fall Characteristics // Journal of Applied Physics. 1962. V.33. № 9. Pp.2789–2794.
5. Гладуш Г.Г., Самохин А.А. Численное исследование шнурования тока на электродах в тлеющем разряде // ПМТФ. 1981. № 5. С.15–23.
6. Райзер Ю.П., Суржигов С.Т. Двумерная структура нормального тлеющего разряда и роль диффузии в формировании катодного и анодного пятен // Теплофизика высоких температур. 1988. Т.25. № 3. С.428–435
7. Graves D.B., Jensen K.E. A continuum Model of DC and RF Discharges // IEEE Transactions on Plasma Science. 1986. V.PS-14. № 2. Pp.78–91.
8. Surzhikov S.T. Computational Physics of Electric Discharges in Gas Flows. Walter de Gruyter GmbH, Berlin/Boston. 2013. 428 p.
9. Капцов Н.А. Электрические явления в газах и вакууме. М.: Гостехиздат. 1950.
10. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука. 1971. 543 с.
11. Гершман Б.Н., Ерухимов Л.М., Яшин Ю.Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М.: Наука. 1984. 392 с.
12. Трубников Б.А. Теория плазмы. М.: Энергоатомиздат. 1996. 463 с.
13. Шкаровский И, Джонстон Т., Бачинский М. Кинетика частиц плазмы. М.: Атомиздат. 1969. 396 с.
14. Surzhikov S.T., Shang J.S. Normal Glow Discharge in Axial Magnetic Field // Plasma Sources Sciences and Technology. 2014, Vol.23. 054017 (8 pp.) DOI 10.1088/0963-0252/23/5/054017.

Статья поступила в редакцию 20 ноября 2014 г.