

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ТОМАСА – ФЕРМИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ

В.В. Кузенов^{1,2}, С.В. Рыжков¹, В.В. Шумаев¹

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Россия, Москва, улица 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1.

² Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского, д.101-1

Аннотация

Работа посвящена расчёту термодинамических и транспортных свойств термоядерной плазмы, состоящей из смеси веществ и находящейся во внешнем магнитном поле со значениями индукции до 10^7 Гс (10^3 Тл). Выполненные в работе оценки показали, что магнитное поле указанной интенсивности оказывает влияние только на транспортные свойства плазмы, но не изменяет вид внутренних оболочек атомов и ионов. Для решения рассматриваемой задачи в работе используется модель Томаса – Ферми для веществ с заданной температурой и плотностью. Эта модель обеспечивает приемлемую для практики точность расчетов и является более простой по сравнению с другими моделями, например, моделью Хартри – Фока – Слэтера. Потенциал Томаса – Ферми в атомной ячейке находится из решения краевой задачи для уравнения Пуассона со специальной правой частью. Найденный потенциал позволяет определить давление, внутреннюю энергию и энтропию плазмы. В работе получены распределения потенциала Томаса – Ферми по радиусу атомной ячейки для плазмы золота. Выполненные в работе тестовые расчеты ($T > 10^4$ К (1 эВ) и $\rho = 10^{-2} \div 10^3$ г/см⁻³) хорошо соответствуют известным литературным данным.

APPLICATION OF THOMAS–FERMI MODEL TO EVALUATION OF THERMODYNAMIC PROPERTIES OF MAGNETIZED PLASMA

V. Kuzenov^{1,2}, S. Ryzhkov¹, V. Shumaev¹

¹ Bauman Moscow State Technical University, Russia, Moscow, 105005

² Institute for problems in mechanics of the Russian Academy of Sciences, Russia, Moscow, 119526

The aim of this work is to calculate thermodynamic and transport properties of thermonuclear plasma consisting of a mixture of substances and situated in an external magnetic field with values up to 10^7 gauss (10^3 T). Evaluations we made showed that the magnetic field of this intensity only affects the transport properties of the plasma, but does not change the view of the inner shells of atoms and ions. To calculate thermodynamic and transport properties of plasma we used the Thomas – Fermi model for substances with a given temperature and density. This model provides an acceptable accuracy of calculations and it is simpler compared to other models, such as the Hartree – Fock – Slater. The Thomas – Fermi atomic cell potential is determined by solving the boundary value problem for the Poisson equation with a special right-hand side. One found the potential to determine the pressure, internal energy and entropy of the plasma. The distribution of the Thomas – Fermi radius of the atomic cell plasma of gold is obtained. Test calculations ($T \sim 10^4$ K (1 eV) and $\rho = 10^{-2} - 10^3$ g/cm⁻³) correspond well to the known data.

1. ВЕДЕНИЕ

Работа посвящена расчёту термодинамических и транспортных свойств термоядерной плазмы (температура $T > 0.001$ кэВ, плотность $10^{-2} < \rho < 10^3$ г/см³), состоящей из атомарной смеси веществ и находящейся во внешнем магнитном поле со значениями индукции на уровне $B < 10^7$ Гс (10^3 Тл). Для её математического описания используется приближенный метод, который основывается на обобщении (на случай не нулевой температуры [1] и внешнего магнитного поля [2, 3]) статистического метода Томаса – Ферми. Данный метод отличается простотой (например, по сравнению с методом Хартри – Фока – Слэтера [4]), при этом он обеспечивает приемлемую для практики точность, особенно при учете квантовых, обменных и осцилляционных поправок [4].

Отметим, что под транспортными свойствами плазмы, прежде всего, мы подразумеваем коэффициенты теплопроводности и электропроводности.

Термодинамические свойства плазмы описываются термическими и калорическими уравнениями состояния: $P = P(T, \rho)$, $E = E(T, \rho)$, $S = S(T, \rho)$, где P – давление плазмы; E , S – ее внутренняя энергия и энтропия, приходящиеся на единицу массы.

В настоящее время для целей определения теплофизических свойств веществ разработаны различные программные комплексы и базы данных: ASTEROID (IPMech RAS), SESAME (Los Alamos, Livermore, Sandia), ТЕФИС (ИММ РАН), ИВТАНТЕРМО (ОИВТ РАН), код TERMOS (ИПМ им. М. В. Келдыша) и комплекс программ «ТУР» (РФЯЦ — ВНИИ ТФ). Во многих этих базах данных используется в качестве теоретической модели модель ТФ (модель Томаса – Ферми) с учетом квантовых и обменных поправок. Однако в этих базах данных модель ТФ не обобщена на случай воздействия на термоядерную плазму внешнего магнитного поля. Этого недостатка лишен набор программ EIP EOS – Equation of state of fully ionized elec-

tron-ion plasmas (уравнение состояния полностью ионизированной электрон-ионной плазмы) [5]. Он позволяет вычислять термодинамические функции в присутствии магнитного поля для однородной плазмы одного химического элемента, а также позволяет рассчитать значения теплоемкости при постоянном объеме и т.д.

2. РАЗЛИЧНЫЕ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ

2.1. Модель Томаса –Ферми: физическая постановка

Одной из причин выбора квантово-статистической модели (модели Томаса –Ферми) в качестве рабочей является то, что в рассматриваемом диапазоне плотностей и температур возможно возникновение вырожденного состояния электронного газа. Такое явление наблюдается в том случае, если температура электронного газа становится меньше температуры вырождения T_0 . Эта температура определяется по полному числу n электронов в 1 см^3 :

$$T_0 = \frac{1}{8} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m_e k} n^{2/3} = 4.35 \times 10^{-11} \cdot n^{2/3}, \text{ К}$$

Например, если веществом плазмы является золото, находящееся при плотности порядка плотности твердого тела, температура вырождения попадает в рассматриваемый нами диапазон $n \approx 10^{23} \text{ см}^{-3}$, $T_0 \approx 10^5 \text{ К}$. Также следует отметить, что при плотностях порядка плотности твердого тела и температурах в десятки и сотни тысяч градусов энергия кулоновского взаимодействия заряженных частиц сравнима с их кинетической энергией и электронно-ионный газ является неидеальным [1].

В физической модели вещества, являющейся основой модели Томаса –Ферми [1] принимается, что отсутствует различие между «свободными» и «связанными» электронами, вещество считается состоящим не из ионов и электронов, а из ядер и электронов. Энергия взаимодействия частиц, составляющих вещество, определяется электронами. Термодинамические свойства термоядерной плазмы рассчитываются на основе модели локального термодинамического равновесия (ЛТР). Для систем большого числа невзаимодействующих между собой ядер считается выполненной статистика Больцмана.

При этом вклад ядер (для высоких температур) в давление P_a и удельную тепловую энергию E_a соответствует обычному одноатомному идеальному газу:

$$P_a = n_a k T, \quad E_a = \frac{3}{2} \frac{n_a}{\rho} k T,$$

где n_a – число ядер в 1 см^3 ; k – постоянная Больцмана; T – температура; ρ – плотность вещества.

Вычисление электронных частей энергии и давления основывается на модели ЛТР, в соответствии с которой вещество разбивается на систему атомных ячеек, каждая из которых содержит Z электронов и ядро с зарядом Ze (e – заряд электрона). Для простоты форма атомной ячейки принимается сферической. Её объем равен среднему объему в веществе, приходящемуся на одно ядро: $V = 1/n_a$.

Радиус ячейки находится с помощью формулы

$$r_0 = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{1/3} = \left(\frac{3}{4\pi n_a} \right)^{1/3}.$$

Электроны в атомной ячейке рассматриваются, как газ, находящийся в достаточно медленно меняющемся по радиусу самосогласованном электростатическом поле $V(r)$, обусловленном зарядом ядра и самих электронов. Тем самым учитывается возможный эффект неидеальности электронного газа. К этому электронно-газу применяется статистика Ферми – Дирака.

В модели Томаса –Ферми считается, что между атомными ячейками, из которых состоит описываемое вещество, не действуют силы сцепления. То есть в модели Томаса –Ферми атомные ячейки оказывают друг на друга положительное давление, равное давлению только электронного газа, т.е. модель описывает только силы отталкивания и «тепловое» давление. Поэтому данная модель дает разумные результаты либо при больших плотностях, для сильно сжатого твердого тела, когда силы отталкивания резко преобладают над силами притяжения атомов, либо при высоких температурах, когда силами сцепления можно пренебречь. Энергии «ионизации», «возбуждения» и «теплого движения» электронов автоматически входят в полную электронную энергию атомной ячейки. Для того, чтобы выделить из нее «тепловую» часть энергии, из полной энергии следует исключить энергию ячейки того же самого объема, но соответствующую нулю температуры. То же относится и к давлению.

2.2. Модель Томаса –Ферми: математическая постановка

Далее на основе физической постановки приводится математическая формулировка задачи расчёта термодинамических свойств термоядерной плазмы.

Электронная плотность при $T > 0$ определяется с помощью «непрерывного» варианта статистики Ферми – Дирака [1]:

$$n = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{e^{\frac{-\mu+E}{kT}} + 1}, \quad (1)$$

где p – импульс электрона; h – постоянная Планка; μ – химический потенциал; $E = p^2/2m_e - eV(r)$ – максимальная кинетическая энергия электрона на данном расстоянии r от ядра; m_e – масса электрона.

В модели Томаса –Ферми принимается, что электростатический потенциал $V(r)$ удовлетворяет сферически-симметричному уравнению Пуассона:

$$\Delta V = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} [rV(r)] = 4\pi n(r),$$

После подстановки выражения (1) в уравнение Пуассона и несложных преобразований данное уравнение принимает следующий вид [4]:

$$\frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (rV) = \frac{2}{\pi} (2\theta)^{3/2} I_{1/2} \left[\frac{V(r) + \mu}{\theta} \right], \quad (0 < r < r_0), \quad (2)$$

где $\theta = kT$; k – постоянная Больцмана; μ – химический потенциал. Все величины приведены в атомной

системе единиц ($e = 1, m = 1, \hbar = 1$). Температура – в кэВ.

Здесь $I_{1/2}(x) = \int_0^\infty \frac{y^{1/2} dy}{1 + \exp(y-x)}$ – функция Ферми –

Дирака, где $y = p^2/\theta$; p – импульс электрона.

Уравнение Пуассона (2) при поиске однозначного решения дополняется соответствующими граничными условиями.

В центре атомной ячейки (при $r \rightarrow 0$), электрическое поле переходит в кулоновское поле ядра, по этой причине здесь используется асимптотический вариант краевого условия:

$$V(r) = Z/r \text{ при } r \rightarrow 0. \quad (3)$$

Поскольку ячейка электронейтральна, на границе ее поле равно нулю (вне ячейки потенциал постоянен):

$$\frac{dV}{dr} = 0 \text{ при } r = r_0. \quad (4)$$

Данная система условий в атомной ячейке дополняется условием сохранения заряда:

$$Z = \int_0^{r_0} n(r) 4\pi r^2 dr.$$

При этом на основании работы [4] предлагается в качестве r_0 использовать средний радиус атомной ячейки, определяемый из условия

$$\frac{4}{3} \pi (r_0 a_0)^3 n = 1,$$

где $n = \rho N_A / A$ – число ядер в 1 см^3 ; N_A – число Авогадро; A – атомный вес; $a_0 = 0.529 \times 10^{-8} \text{ см}$ – атомная единица длины.

Таким образом, имеем

$$r_0 = 1.388(A/\rho).$$

Из представленных выше соотношений видно, что уравнение (2) зависит от температуры T и плотности ρ . Температура T присутствует в слагаемом $n(r)$, а плотность ρ влияет на решение задачи через параметр r_0 . При решении сформулированной выше задачи эти два параметра считаются заданными.

После замены переменных $\phi = rV(r)/\theta r_0$, которая позволяет исключить особенность краевого условия (3) и избавиться от якобиана преобразования $V(r)r$, входящего под знак второй производной, имеем следующую краевую задачу:

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = ax I_{1/2} \left(\frac{\phi}{x} \right), \left(a = \frac{4}{\pi} \sqrt{2\theta r_0^2}, 0 < x < 1 \right), \quad (5)$$

$$\phi(0) = \frac{Z}{\theta r_0}, \quad \phi(1) = \frac{d\phi}{dx} \Big|_{x=1}, \quad (6)$$

Здесь $x = r/r_0$; $\phi = [V(r) + \mu] \times r / (\theta r_0)$; $\theta = kT$; k – постоянная Больцмана; μ – химический потенциал.

В целом можно отметить, что это уравнение является уравнением 2-ого порядка, оно обладает нелинейностью в правой части. Свойства рассматриваемого веще-

ства влияют на это уравнение через параметр r_0 , который связан с его атомным весом A и плотностью ρ , а также через величину химического потенциала μ .

3. ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ И ТРАНСПОРТНЫЕ СВОЙСТВА ПЛАЗМЫ

3.1. Влияние магнитного поля на транспортные коэффициенты плазмы

Степень влияния магнитного поля на транспортные коэффициенты плазмы (электропроводность, теплопроводность) зависит от отношения частоты столкновения электронов ν_e к ларморовской частоте $\omega_e = eB/m_e c = 1.76 \times 10^7 \cdot B$ вращения электронов в магнитном поле [6]. Здесь e – заряд электрона; B – магнитная индукция в Гс; m_e – масса электрона; c – скорость света.

В плазме магнитное поле будет оказывать заметное влияние на транспортные свойства, если $\nu_e/\omega_e \ll 1$. Учитывая, что частоту столкновений электронов в полностью ионизованной плазме [7] можно определить с помощью выражения:

$$\nu_e = \frac{4\sqrt{2\pi} e^4 Z^2 n_i \Lambda}{3\sqrt{m_e} T_e^{3/2}} = 2.85 \times 10^{-5} \frac{\Lambda}{T_e^{3/2}} \cdot \frac{Z n_i}{T_e^{3/2}},$$

где Z – заряд иона; Λ – кулоновский логарифм; T_e – электронная температура в эВ; n – плотность плазмы в см^{-3} , получаем условие сильного влияния магнитного поля на свойства плазмы в виде

$$B \gg 1.6 \times 10^{-12} \frac{\Lambda}{10} \frac{Z n}{T_e^{3/2}}.$$

Для плазмы золота ($Z = 79$) интересующих нас параметров $T_e \sim 1 \text{ кэВ}$, $n \sim 10^{19} \text{ см}^{-3}$ (что соответствует плотности плазмы $\rho \sim 0.01 \text{ г/см}^3$ – плотность короны мишени в инерциальном термоядерном синтезе) имеем следующую оценку ($\Lambda \approx 15$):

$$B \gg 1.6 \times 10^{-12} \frac{15 \cdot 79 \times 10^{19}}{10 (10^3)^{3/2}} \Rightarrow B \gg 5.99 \times 10^4 \text{ Гс}.$$

В магнитно-инерциальном термоядерном синтезе [8, 9] экспериментально получено магнитное поля $B_{\text{тя}} \sim 10^7 \text{ Гс}$ [10–12] и могут быть достигнуты еще более высокие значения [13–19]. Поэтому требуется учет влияния сверхсильных магнитных полей на транспортные свойства плазмы.

3.2. Влияние магнитного поля на внутренние оболочки атомов и ионов

Магнитное поле, влияющее на ориентацию спинов электронов или атомов в газе, имеющих температуру T , определяется условием

$$\mu B = \frac{e\hbar}{2m_e c} B \gg k_B T \text{ или } B \gg 1.49 \times 10^4 T [\text{К}] \text{ Гс},$$

где μ – магнетон Бора.

В нашем случае характерная температура $T_{\text{хар}} \sim 1 \text{ кэВ} \approx 10^7 \text{ К}$. Тогда $B \gg 1.49 \times 10^4 \times 10^7 \approx 10^{11} \text{ Гс}$, что значительно больше величин B , достигаемых в задачах термоядерного синтеза. Таким образом, будем

считать, что магнитное поле не влияет на ориентацию спинов электронов или атомов в газе.

Магнитное поле $B \sim 10^9$ Гс, в котором энергия магнитного момента μB больше, чем характерная энергия связи атома или молекулы (порядка числа $Ry = m_e e^4 / 2\hbar^2$), существенно влияют на структуру атомов и молекул и сильно изменяет их энергию связи и ионизации. Рассматриваемые здесь поля существенно меньше $B \sim 10^{13}$ Гс, поэтому мы можем пренебречь релятивистскими эффектами.

4. МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

4.1. Аппроксимация задачи конечно-разностной схемой и выбор начального приближения

Для нахождения потенциала Томаса–Ферми $\phi(r)$ решается краевая задача (5), (6). Так как уравнение (5) нелинейно, его правая часть была линеаризована [4]:

$$I_{1/2}\left(\frac{\phi}{x}\right) \approx I_{1/2}\left(\frac{\bar{\phi}}{x}\right) + \frac{\phi - \bar{\phi}}{2x} I_{-1/2}\left(\frac{\bar{\phi}}{x}\right), \quad (7)$$

где $\phi(x) = x \cdot [V(r) + \mu] / \theta$, $x = r/r_0$, $\bar{\phi}(x)$ – итерационное приближение к функции $\phi(x)$.

Для функции Ферми–Дирака $I_{1/2}(\phi/x)$ применяется аппроксимация вида (обеспечивающая приемлемую для практических вычислений точность) [4]:

$$\overline{I_{1/2}(x)} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left\{ \ln \left[1 + \left(\frac{\pi}{6} \right)^{1/3} \exp\left(\frac{2x}{3}\right) \right] \right\}^{3/2}.$$

Особенность решения $V(r)$, имеющаяся для $r \rightarrow 0$, после замены переменных $\phi = rV(r)/\theta r_0$ преобразуется в особенность функции $I_{1/2}(\phi/x)$ (для $x \rightarrow 0$). Эта особенность при численном решении рассматриваемой задачи разрешается на основе асимптотического поведения функции $\overline{I_{1/2}(x)}$, при $x \rightarrow 0$.

Для увеличения количества расчетных точек вблизи $x=0$ (область существенного изменения функции $\phi(x)$) проведем замену переменной $x = u^2$, т.е. выполним сгущение расчетной сетки в области $x=0$. При этом отметим, что вдоль переменной $u = x^{1/2}$ расчетная сетка остается равномерной.

Используя формулу (7), запишем на равномерной сетке $u_i = ih$, ($h = 1/N$, $i = 0, 1, 2, \dots, N$) дифференциальное уравнение 2-го порядка (5) в виде следующего линейного (по функции ϕ) конечно-разностного представления:

$$\frac{1}{4u_i^2} \left(\frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{h^2} - \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2u_i h} \right) = au_i^2 I_{1/2}\left(\frac{\bar{\phi}_i}{u_i^2}\right) + \frac{a(\phi_i - \bar{\phi}_i)}{2} I_{-1/2}\left(\frac{\bar{\phi}_i}{u_i^2}\right), \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (8)$$

где $a = \frac{4}{\pi} \sqrt{2\theta} r_0^2$.

Граничные условия для выше приведённой разностной схемы при $u = 0$

$$\phi_0 = Z/\theta r_0, \quad (9)$$

Для получения в разностном виде граничного условия при $u = 1$

$$\left. \frac{d\phi}{du} \right|_{u=1} = 2\phi(1), \quad (10)$$

можно воспользоваться формулой Тейлора

$$\phi_{N-1} = \phi_N - \phi'_N h + 0.5\phi''_N h^2 + O(h^3),$$

где, в соответствии с (5), (6) и (8):

$$\phi'_N = 2\phi_N,$$

$$\phi''_N = 2\phi_N + 4aI_{3/2}(\bar{\phi}_N) + 2a(\phi_N - \bar{\phi}_N)I_{3/2}(\bar{\phi}_N).$$

Заменяя в вышеприведенных равенствах $\bar{\phi}_i$ на $\phi_i^{(s)}$, ϕ_i на $\phi_i^{(s+1)}$, где s – номер итерации, получим соответствующую линейную конечно-разностную схему, которую можно решить методом скалярной прогонки.

В целом система уравнений (8–10) разрешается методом «стрельбы» с применением итерационной прогонки.

В качестве начального приближения для $\phi(x)$ использовалось модельное представление постоянной плотности электронов [4]:

$$\phi^{(0)}(x) = \frac{Z}{\theta \cdot r_0} \cdot \left(1 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}x^3 \right) - \eta^{(0)}x,$$

где индекс $^{(0)}$ означает нулевое приближение; $\eta^{(0)}$ определяется по формуле

$$\eta^{(0)} = \frac{1}{2} \ln \frac{\pi}{6} - \frac{3}{2} \ln \left(\exp \sqrt[3]{\frac{2q^2}{3}} - 1 \right),$$

Здесь $q = \frac{3\pi}{2} \frac{Z}{(2\theta)^{3/2} r_0^3} = 2.795 \times 10^{-3} \frac{Z\rho}{AT^{3/2}}$; A – атомный вес вещества (а.е.м.); ρ – плотность вещества (г/см^3).

4.2. Проверка сходимости численного решения по сетке

Результаты расчетов, выполненные для проверки сходимости численного решения по сетке, представлены в таблице 1.

Таблица 1

Потенциал на границе ячейки $\phi(1)$ в зависимости от числа расчетных точек N

$T = 0.1$ кэВ, $\rho = 1$ г/см ³		$T = 1$ кэВ, $\rho = 1$ г/см ³	
$\phi(1)$	N , шт.	$\phi(1)$	N , шт.
4.74792	100	6.98609	100
4.74538	10 ³	6.98417	10 ³
4.74523	10 ⁴	6.98422	10 ⁴
4.74523	10 ⁵	6.98424	10 ⁵

Так как в качестве численного метода используется метод «стрельбы», то критерием сходимости итерационного решения является выход в процессе выполнения итераций на «постоянное» значение потенциала на границе атомной ячейки.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

На рис.1 приведены распределения потенциала Томаса – Ферми по радиусу атомной ячейки для золота плотности 1 г/см^3 при температуре 0.01 кэВ .

Основные расчеты производились для числа пространственных точек в расчетной сетке равного $N=10^4$. Характерное число итераций в расчетах составляло величину $s=8$. Время отдельного расчета на персональном компьютере – 30 секунд.

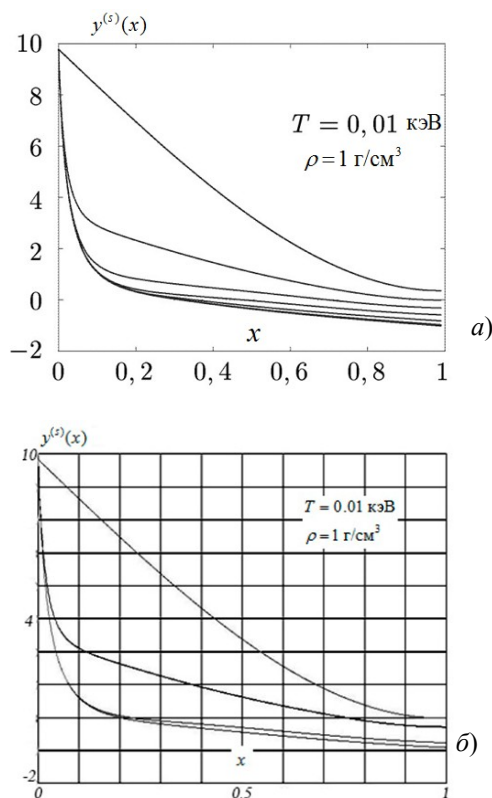


Рис. 1. Последовательные приближения функции $y^{(s)}(x) = \theta \cdot \phi^{(s)}(x)$ для золота при плотности 1 г/см^3 и температуре $T=0.01 \text{ кэВ}$. а) – результаты из [4], б) – из данной работы. С увеличением числа итераций s , функция $y^{(s)}(x)$ уменьшается

Таким образом, можно отметить, что в рассматриваемом диапазоне температур и плотностей результаты данной работы хорошо соотносятся с известными литературными данными [4, 20–24].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные в работе тестовые расчеты в диапазоне температур ($T > 0.001 \text{ кэВ}$) и плотностей ($\rho = 10^{-2} \div 10^3 \text{ г/см}^3$) удовлетворительно соответствуют известным литературным данным [4, 20–24]. Выполненные в работе оценки показали, что магнитное поле интенсивности до 10^7 Гс оказывает влияние только на транспортные свойства плазмы, но не изменяет вид внутренних оболочек атомов и ионов.

Для плазмы золота найдены распределения потенциала Томаса – Ферми, зависящие от радиуса атомной ячейки.

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований РАН и частично поддержана совместной программой "Михаил Ломоносов" Германской службы академических обменов и Министерства образования и науки РФ.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

T	– температура плазмы, кэВ;
T_0	– температура вырождения, К;
ρ	– плотность плазмы, г/см^3 ;
n	– концентрация, $1/\text{см}^3$;
B	– индукция внешнего магнитного поля, Гс;
P	– давление плазмы, ГПа;
E	– внутренняя энергия плазмы, кДж/г;
S	– энтропия плазмы, кДж/(г·кэВ);
m	– масса;
Z	– зарядовое число;
A	– атомный вес, а.е.м.;
μ	– химический потенциал;
p	– импульс электрона;
$V(r)$	– потенциал Томаса – Ферми;
e	– заряд электрона

Индексы:

i	– номер точки в конечно-разностной схеме, номер компоненты смеси;
e	– обозначение электрона;
s	– номер итерации

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных явлений гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
2. Смирнов С.Г., Холин С.А. Уравнение Томаса – Ферми для атома в магнитном поле с учетом ориентации спина электронов // Тр. 5-й межд. конф. «Забабахинские научные чтения», РФЯЦ – ВНИИТФ. 1998. С. 310-315.
3. Tomishima Y., Yonei K. Thomas-Fermi Theory for Atoms in a Strong Magnetic Field // Progress of Theoretical Physics. 1978. V. 59. N 3. p. 683.
4. Никифоров А.Ф., Новиков В.Г., Уваров В.Б. Квантостатистические модели высокотемпературной плазмы и методы расчёта росселандовых пробегов и уравнений состояния. М.: Физматлит. 2000.
5. Potekhin A.Y., Chabrier G. Equation of state for magnetized Coulomb plasmas // Astron. Astrophys. 2013. V. 550. A43.
6. Либерман М.А., Йоханссон Б. Вещество в сверхсильном магнитном поле и структура поверхности нейтронных звезд // УФН. 1995. Т. 195. С. 121–142.
7. Чирков А.Ю. Введение в физику плазмы. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006.
8. Костюков И.Ю., Рыжков С.В. Магнитно-инерциальный термоядерный синтез с лазерным обжатием замагниченной сферической мишени // Прикладная физика. 2011. № 1. С. 65–72.
9. Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Developing the numerical model for studying laser-compression of magnetized plasmas // Acta Technica. 2011. V. 56. T454-467.
10. Knauer J.P., Gotchev O.V., Chang P.Y. et al. Compressing magnetic fields with high-energy lasers // Phys. Plasmas. 2010. V. 17. 056318.
11. Gotchev O.V., Chang P.Y., Knauer J.P. et al. Laser-driven magnetic-flux compression in high-energy-density plasmas // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 103. 215004
12. Takeyama S. Recent topics of the Megagauss Science Laboratory at ISSP, Japan // Presented at the 13th Int. Conf. Mega-

- gauss Magnetic Field Generation Related Topics. Suzhou, China. 2010. p. 59.
13. Chirkov A.Yu., Ryzhkov S.V. The plasma jet/laser driven compression of compact plasmoids to fusion conditions // *Journal of Fusion Energy*. 2012. V. 31. Pp. 7–12.
 14. Шумаев В.В., Рыжков С.В. Сравнение критериев зажигания D-T мишени в условиях магнитно-инерциального термоядерного синтеза // *Молодежный научно-технический вестник*. 2012. № 3.
 15. Шумаев В.В. Зажигание D-3He-мишени в условиях магнитно-инерциального термоядерного синтеза // *Молодежный научно-технический вестник*. 2013. №2.
 16. Ryzhkov S.V., Chirkov A.Yu., Ivanov A.A. Analysis of the compression and heating of magnetized plasma targets for magneto-inertial fusion // *Fusion Science and Technology*. 2013. V. 63. № 1T. Pp. 135–138.
 17. Кузенов В.В., Рыжков С.В. Математическая модель взаимодействия лазерных пучков высокой энергии импульса с плазменной мишенью, находящейся в затравочном магнитном поле // *Препринт ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН*. 2010. № 942. 57 с.
 18. Ryzhkov S.V. The behavior of a magnetized plasma under the action of laser with high pulse energy // *Problems of Atomic Science and Technology*. 2010. № 4. P. 105-110.
 19. Kuzenov V.V., Ryzhkov S.V. Numerical modeling of magnetized plasma compressed by the laser beams and plasma jets // *Problems of Atomic Science and Technology*. 2013. № 1 (83). Pp. 12–14.
 20. Железнякова А.Л., Кузенов В.В., Петрусев А.С., Суржиков С.Т. Расчет аэротермодинамики двух типов моделей спускаемых космических аппаратов // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2010. Том 9. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/010-01-12-025.pdf>
 21. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Моделирование турбулентности в сверхзвуковых струйных течениях // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2010. Том 9. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-01-12-023.pdf>
 22. Суржиков С.Т. Перспективы многоуровневого подхода к задачам компьютерной аэрофизики // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2008. Том 7. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-002.pdf>
 23. Дикалюк А.С., Суржиков С.Т. Сравнение прогонки четвертого и второго порядков точности на примере задачи, имеющей аналитическое решение // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2010. Том 9. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-01-12-037.pdf>
 24. Козлов П.В., Котов М.А., Рулева Л.Б., Суржиков С.Т. Предварительные экспериментальные исследования обтекания моделей в гиперзвуковой ударной аэродинамической трубе Том 15. 2013. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2013-04-29-017.pdf>