

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РАСЩЕПЛЕНИЯ ПО ФИЗИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТЕЧЕНИЯ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ ДВУХРЕЖИМНОГО ГПВРД

А.Л. Железнякова

*Институт проблем механики им. А.Ю. Иллинского Российской академии наук,
Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского, д.101-1*

Аннотация

В работе приводятся результаты численного моделирования пространственного течения и теплофизических процессов в камере сгорания двухрежимного ГПВРД с полостью и механической дроссельной заслонкой. Расчеты выполнялись с использованием программного комплекса, разработанного в ИПМех РАН. Получены и исследованы стационарные и нестационарные режимы течения для различных положений дроссельной заслонки. Изучалось влияние степени перекрытия сечения канала на структуру течения. Для каждого из рассмотренных режимов определены значения основных параметров потока в канале ГПВРД, получены тепловые характеристики стенок камеры сгорания. Проведено исследование влияния впрыска холодного газа со стенок полости на пространственную картину течения в камере сгорания при различных положениях дроссельной заслонки и условиях впрыска. Изучены возможности разработанной трехмерной аэротермодинамической модели двухрежимного ГПВРД при описании результатов лабораторных испытаний.

APPLICATION OF THE METHOD OF SPLITTING BY PHYSICAL PROCESSES FOR THE 3D COMPUTATION OF FLOWS IN THE DUAL-MODE SCRAMJET COMBUSTOR

Alexandra L. Zheleznyakova

Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences, Russia, Moscow, 119526

The numerical results of three-dimensional simulations of gasdynamic processes in a dual-mode cavity-based scramjet combustor with throttle are presented. The flowfield in the chamber is predicted by the code developed in Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences (IPMech RAS). The steady and unsteady flow regimes at different throttle heights are obtained and studied. The combustor flowfield parameters variation as throttle position changes is considered. The effect of cold gas injection in a dual mode three-dimensional combustor flowfield is examined. Three-dimensional numerical simulations of a dual-mode scramjet via an unstructured-grid approach are performed for non-reacting perfect gas for the purposes of verifying a developed numerical simulation capability. The experimental data of non-combustion runs and the results of three-dimensional simulations are compared. It is shown that this model satisfactory repeats experimental data for "cold" flow.

1. ВЕДЕНИЕ

Принципиальная схема гиперзвукового прямооточного воздушно-реактивного двигателя весьма проста – это газодинамический тракт переменного сечения (рис. 1), в передней части которого набегающий воздух тормозится, проходя через серию скачков уплотнения, что обеспечивает повышение давления и температуры; в камере сгорания в сжатый торможением поток впрыскивается водородное или углеводородное топливо, при этом обеспечивается эффективное воспламенение и горение топливной смеси; после чего продукты сгорания выбрасываются через сопло, создавая тягу. Основными элементами ГПВРД являются: поверхность сжатия, в качестве которой, при тесной интеграции двигательной установки с планером, используется носовая часть фюзеляжа; воздухозаборник; изолятор для стабилизации скачков уплотнения; камера сгорания и сопло, роль которого играет хвостовая часть корпуса.

Несмотря на относительную простоту, реализовать концепцию ГПВРД очень сложно. В двигательной установке стандартной конструкции торможение потока воздуха во входном устройстве происходит лишь частично, так что на протяжении всего остального тракта

движение рабочего тела остается сверхзвуковым. Организация горения топлива в сверхзвуковом потоке составляет одну из главных проблем создания ГПВРД, т.к. смешение и воспламенение в сверхзвуковой камере сгорания должны происходить очень быстро. Кроме этого трудно поддерживать горение в ядре потока, где скорость очень высока, а относительно низкие статические температуры и давления приводят к снижению скорости реакции горения.

Альтернативная конструкция камеры сгорания подразумевает наличие полости, в которой образуется зона рециркуляции, и обеспечиваются условия устойчивого горения, и механической дроссельной заслонки, расположенной ниже по потоку [1]. Механическая заслонка используется для создания контролируемого противодавления (рис. 2). При определенной степени перекрытия канала происходит "запирание" потока, и скорость течения в ядре потока над зоной рециркуляции становится дозвуковой, что приводит к возрастанию статической температуры и созданию более благоприятных условий для воспламенения и устойчивого горения.

В настоящей работе проведено трехмерное параметрическое моделирование течения в проточном

тракте экспериментальной установки [1]. В качестве параметра принималась степень перекрытия сечения канала. Расчеты проводились для различных положе-

ний дроссельной заслонки, с целью создания наиболее оптимальных тепловых и аэродинамических условий для воспламенения топливной смеси.

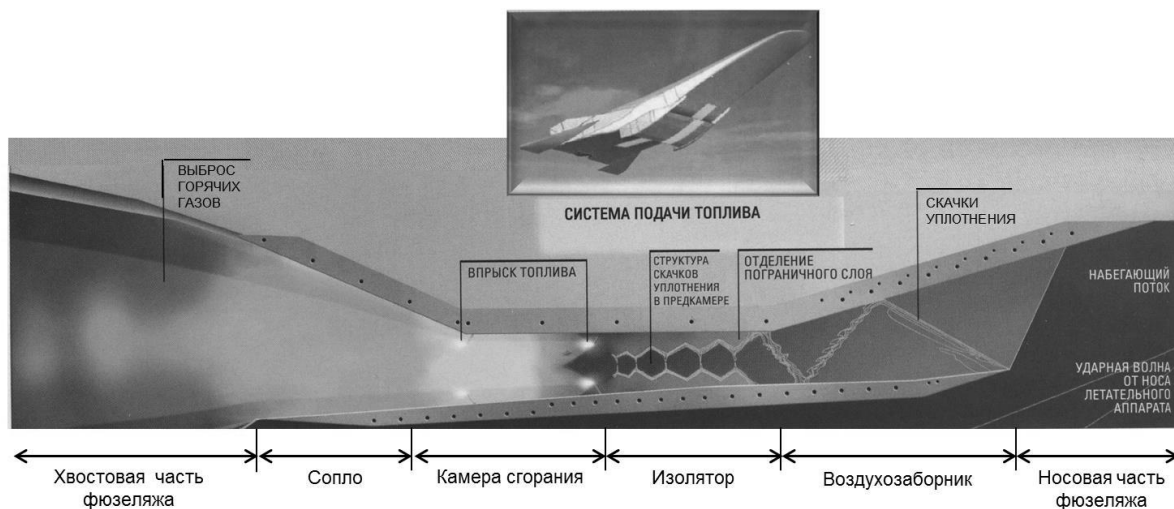


Рис. 1. Схема устройства и рабочий процесс ГПВРД

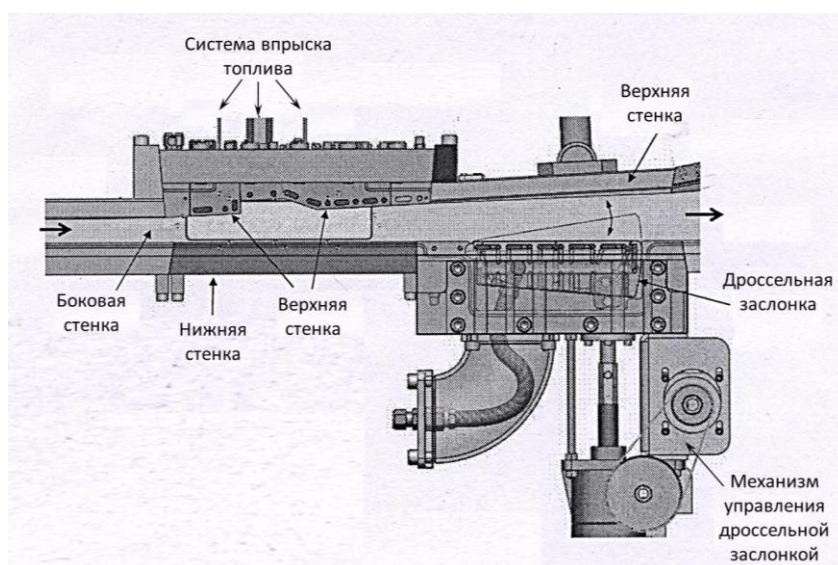


Рис. 2. Схема экспериментальной установки [1], моделирующей камеру сгорания двухрежимного прямооточного воздушно-реактивного двигателя, с полостью и заслонкой

2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ

Внутреннее течение в канале ГПВРД моделировалось с использованием программного комплекса, разработанного в Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН (ИПМех РАН). Вычислительный комплекс ориентирован на неструктурированные сетки, построение которых проводится с применением молекулярно-динамического моделирования (технология построения трехмерных поверхностных и объемных неструктурированных расчетных сеток подробно изложена в работах [2–4]). Расчеты выполнялись по нестационарной схеме сквозного счета, без предварительного выделения поверхностей разрывов. Интегрирование системы уравнений газовой динамики на неструктурированной сетке проводилось с использованием метода расщепления по физическим процессам. Принцип расщепления давно применяется в вычисли-

тельной математике и аэродинамике [5] и большинство расчетных методик основаны в той или иной степени на этом принципе [6]. Специфику разработанной методики составляют алгоритмические решения самой процедуры расщепления, позволяющие применить предложенную технологию на неструктурированных тетраэдральных сетках [7]. Использование данного метода на нерегулярных сетках позволяет получить общие характеристики потока сжимаемого газа для широкого диапазона скоростей, и дает возможность изучать картину трехмерного течения со сложной конфигурацией ударных волн.

В данной работе рассматривается трехмерная задача течения совершенного вязкого сжимаемого газа. Для столбца консервативных переменных $\mathbf{w} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^T$ система уравнений Навье–Стокса может быть записана в векторном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}^x(\mathbf{w})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}^y(\mathbf{w})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{F}^z(\mathbf{w})}{\partial z} = \frac{\partial \mathbf{G}^x(\mathbf{w})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}^y(\mathbf{w})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}^z(\mathbf{w})}{\partial z}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{F}^x = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uw, \rho uE + pu)^T,$$

$$\mathbf{F}^y = (\rho v, \rho v^2 + p, \rho vw, \rho vE + pv)^T,$$

$$\mathbf{F}^z = (\rho w, \rho w^2 + p, \rho wv, \rho wE + pw)^T \quad \text{– проекции вектора конвективного потока;}$$

$$\mathbf{G}^x = (0, \tau_{xx}, \tau_{yx}, \tau_{zx}, u\tau_{xx} + v\tau_{yx} + w\tau_{zx} - q_x)^T,$$

$$\mathbf{G}^y = (0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{zy}, v\tau_{xy} + w\tau_{zy} - q_y)^T,$$

$$\mathbf{G}^z = (0, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz}, w\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} - q_z)^T \quad \text{– проекции вектора вязкого потока;}$$

ρ – плотность; p – давление; u, v, w – компоненты вектора скорости; E – удельная полная энергия газа; $\tau_{\alpha\beta}$ – компоненты тензора вязких напряжений ($\alpha = x, y, z; \beta = x, y, z$); q_x, q_y, q_z – компоненты вектора теплового потока. Полная система уравнений Навье–Стокса используется совместно с уравнением состояния совершенного газа.

Основная идея метода состоит в расщеплении по физическим процессам исходной нестационарной системы уравнений Навье–Стокса (1). Стационарное решение задачи, если оно существует, получается в результате установления. Расчет каждого временного шага разбивается, на несколько этапов. На первом этапе определяются промежуточные значения параметров потока без учета эффектов переноса. На втором этапе вычисляются эффекты переноса, учитывающие обмен между элементами – рассчитываются потоки массы через границы расчетных ячеек. На третьем этапе определяются в новый момент времени окончательные значения газодинамических параметров потока на основе законов сохранения массы, импульса и энергии для каждого элемента и всей системы в целом.

Для аппроксимации уравнений на каждом этапе применяются элементы метода конечных объемов. В рамках данного подхода определяются усредненные значения производных по контрольному объему (тетраэдральному элементу).

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right\rangle_{V_i} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \frac{\partial f}{\partial \alpha} dV = \frac{1}{V_i} \int_{S_i} f \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} \approx \frac{1}{V_i} \sum_{j=1}^4 S_i^j n_{i,j}^\alpha f_i^j,$$

$$f = (u, v, w, p, q_\alpha, \tau_{\alpha\beta}),$$

$$i = 1 \dots N, \quad j = 1 \dots 4, \quad \alpha = x, y, z; \quad \beta = x, y, z.$$

Здесь V_i – объем i -го тетраэдра; S_i^j – площадь поверхности j -й грани i -го элемента; $n_{i,j}^\alpha$ – x, y или z -я составляющая единичной нормали j -й грани i -го элемента.

Значения параметров на гранях расчетных элементов находятся из решения задачи о распаде произвольного разрыва на границах ячеек по классической схеме AUSM, предложенной в [8].

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Разработанные в ИПМех РАН численные методики были применены для моделирования пространственного течения и теплофизических процессов в камере сгорания двухрежимного ГПВРД с полостью и механической дроссельной заслонкой.

На рис. 3 представлена компьютерная модель проточного тракта опытной установки, которая использовалась в экспериментах [1]. Размеры в дюймах и метрах, определяющие геометрию проточного тракта показаны на рис. 4.

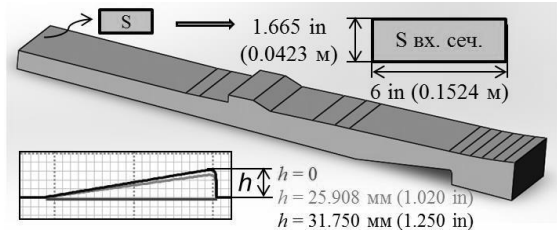


Рис. 3. Виртуальная модель проточного тракта экспериментальной установки [1] (h – высота дроссельной заслонки)

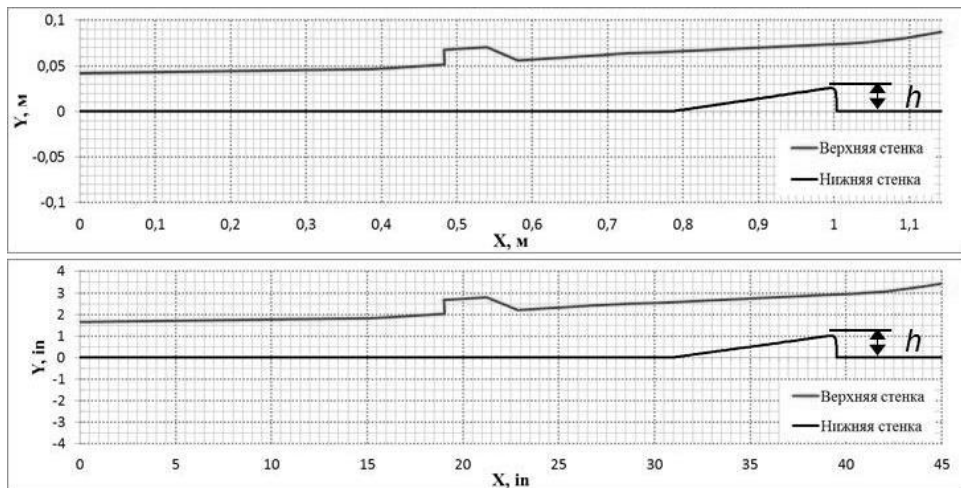


Рис. 4. Размеры, определяющие проточный тракт установки [1]

Исходные данные для расчета задавались в соответствии с условиями эксперимента. В процессе опытных исследований контролировались следующие параметры: статическое давление входящего потока, температура торможения на стенке, расход и значение

числа Маха на входе в проточную часть. В численном эксперименте задавались аналогичные условия для входного потока, с использованием других параметров (см. таблицу 1).

Таблица 1

Условия эксперимента и исходные данные для расчета

	Исходные данные для расчета	Условия эксперимента
Число Маха	2.11	2.2
Температура, набегающего потока	530 К	—
Статическое давление в набегающем потоке	41369 Па	6 psi (41369 Па)
Плотность	0.272 кг/м ³	
Скорость потока	970 м/с	
Скорость звука	461 м/с	
Температура торможения на стенке	—	1670 R (928 K)
Расход	1.702 кг/с	3.84 pps (1.742 кг/с)

4. РАСЧЕТНЫЕ СЕТКИ

Моделирование трехмерного поля течения проводилось с использованием неструктурированных тетраэдральных сеток (рис. 5). Для создания сеточных моделей применялся метод [2 – 4], основанный на использовании молекулярно-динамического моделирования. Технология построения расчетных сеток разработана в ИПМех РАН как часть вычислительного комплекса для численного моделирования аэротермодинамики интегральных компоновок гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА) произвольной конфигурации и газовой динамики силовых установок [7, 9]. Молекулярно-динамический метод, реализованный в программном коде, дает возможность рассмотреть большое число различных вариантов геометрии проточного тракта (положений дроссельной заслонки) в кратчайшие сроки. Для расчетов использовались сетки различной размерности от 0.5 до 1.5 млн тетраэдральных элементов.

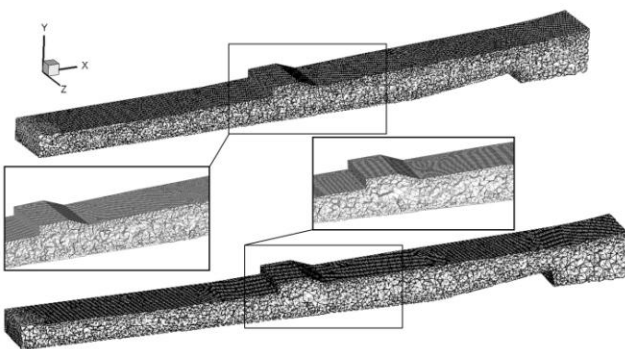


Рис. 5. Трехмерные расчетные сетки различной размерности. Структура сеток в центральном осевом сечении

5. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Вычисления выполнялись для различных положений дроссельной заслонки, исследованных в эксперименте [1], с целью создания наиболее оптимальных тепловых и аэродинамических условий для воспламе-

нения топливной смеси. Положение заслонки определялось ее высотой *h*. Моделировалось как вязкое, так и невязкое течение газа в канале. Расчеты проводились в рамках модели совершенного газа, без учета процессов горения. На рис. 6, 7 представлены некоторые результаты моделирования в виде распределений основных параметров течения в проточном тракте двухрежимного ГПВРД для трех наиболее показательных случаев. На рисунках слева приведены поля чисел Маха, продольной скорости, давлений и температур в центральном осевом сечении. Справа представлены линейные распределения соответствующих параметров вдоль средней линии, верхней и нижней стенок канала (распределения чисел Маха и продольной скорости на стенках канала соответствуют невязкому течению). Следует отметить, что при использовании недостаточно точных для разрешения тонкого пограничного слоя сеточных моделей (рис. 5), учет вязких эффектов практически не влияет на точность решения, при этом значительно возрастают вычислительные затраты. Поэтому, для большого числа расчетов применение модели невязкого газа, удовлетворительно описывающей результаты опытных испытаний в пределах точности эксперимента, в данном случае является оправданным (результаты сравнения с экспериментом [1] будут представлены ниже).

В первом случае заслонка полностью опущена (*h* = 0). Из рисунков видно, что в ядре потока наблюдается сверхзвуковой режим течения на протяжении всего тракта, скорость течения очень высока, а статические давления и температуры относительно низкие. Небольшие дозвуковые области формируются только в углах полости.

Два других случая (*h* = 25.908 мм и *h* = 31.750 мм) иллюстрируют влияние степени перекрытия сечения канала на структуру течения. Поднятие заслонки на высоту *h* = 25.908 мм приводит к уменьшению скорости и возрастанию давления и температуры, но течение в ядре потока над полостью остается сверхзвуковым. Когда высота заслонки достигает *h* = 31.750 мм, характер течения существенно меняется – происходит “запирание” потока.

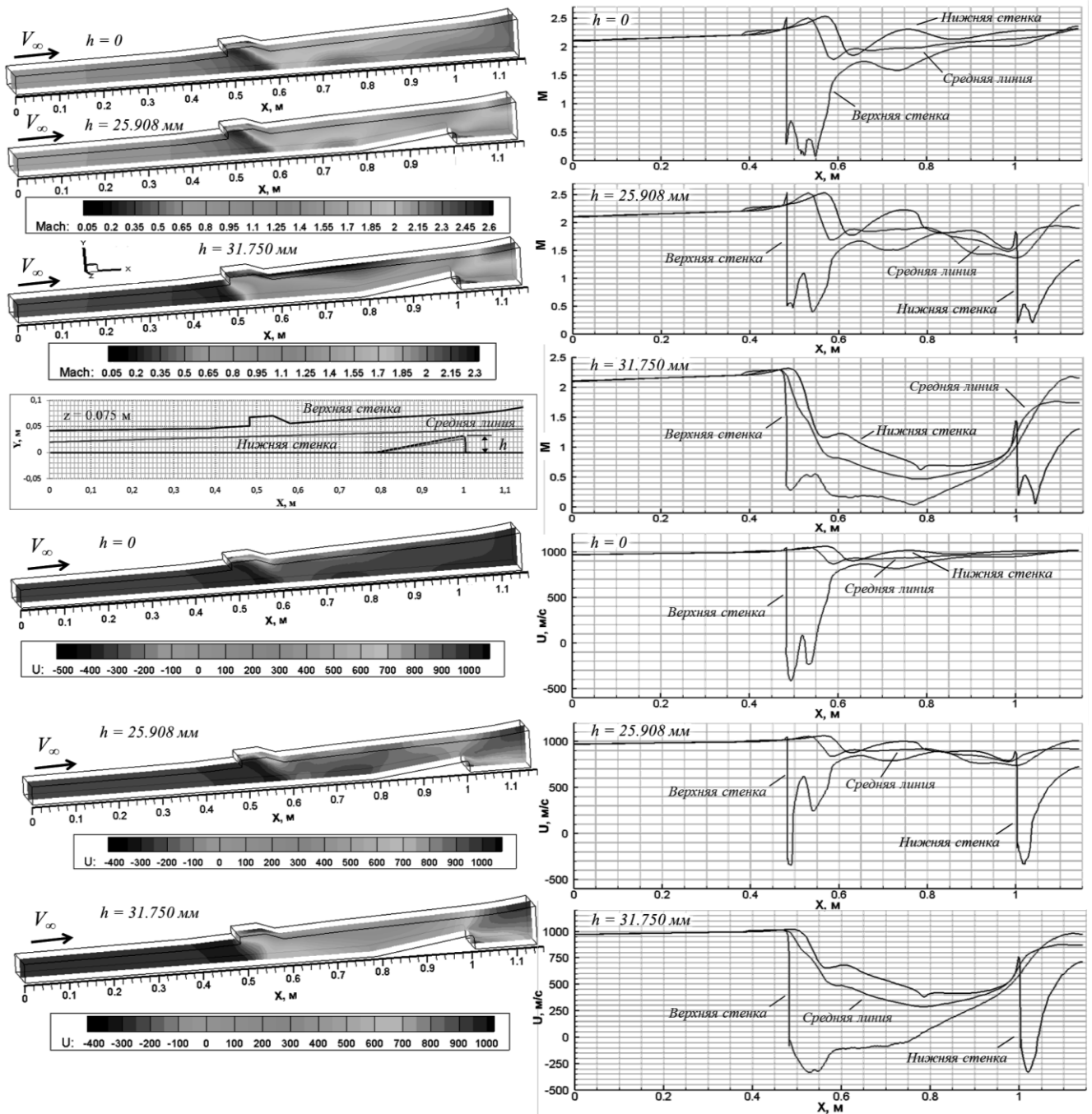


Рис. 6. Поля чисел Маха и продольной скорости (слева), а также линейные распределения соответствующих параметров вдоль средней линии, по длине верхней и нижней стенки (справа) в центральном осевом сечении для различных положений дросселя

Течение в ядре потока становится дозвуковым. Обширная устойчивая область дозвукового течения образуется над каверной и далее вниз по потоку до края дроссельной заслонки (рис. 6, 7). При этом статические давления и температуры возрастают, что создает оптимальные тепловые и аэродинамические условия для воспламенения топливной смеси.

Используемая расчетная методика позволяет моделировать нестационарные процессы в проточном тракте ГПВРД. На рис. 8 представлено развитие процесса запираания потока в канале ГПВРД до 0.01 секунды (по истечении этого времени параметры практически перестают изменяться). На рисунке слева показаны поля чисел Маха в различные моменты времени. Линейные распределения температуры и давления по длине

верхней стенки в центральном осевом сечении в каждый рассматриваемый момент помещены на соответствующие графические области справа.

Результаты численного моделирования аэротермодинами двухрежимного ГПВРД (рис. 9, слева) сравнивались с данными лабораторных испытаний [1] для серии “холодных” пусков (без горения) по распределениям давлений на верхней стенке для различных положений дроссельной заслонки (рис. 9, справа). В ходе численного моделирования получен стационарный режим с образованием обширной зоны дозвукового течения в ядре потока при высоте заслонки $h = 31.750$ мм (рис. 9, слева), что соответствует перекрытию канала на 43%.

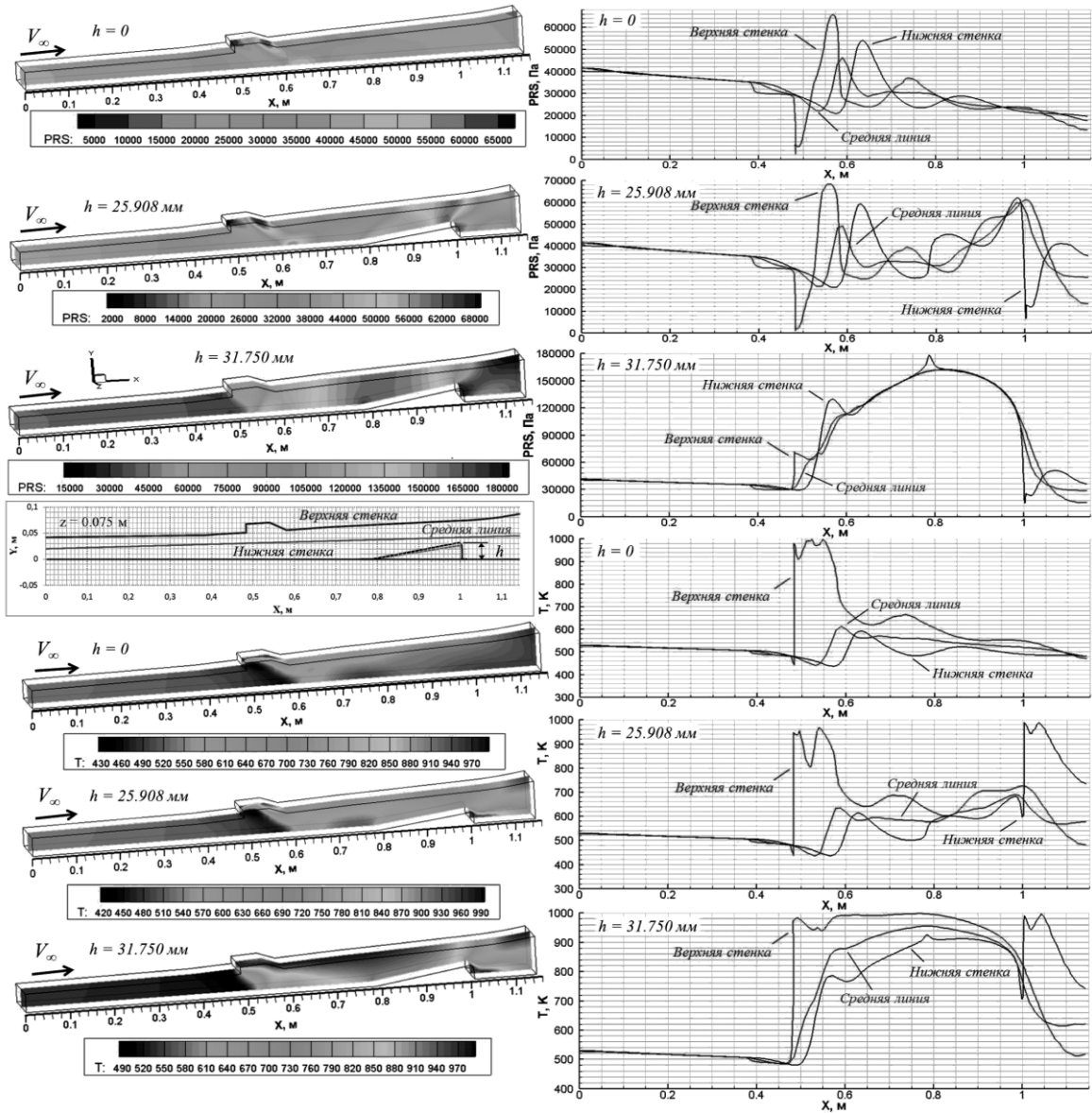


Рис. 7. Поля давлений и температур (слева), а также линейные распределения соответствующих параметров вдоль средней линии, по длине верхней и нижней стенки (справа) в центральном осевом сечении для различных положений дросселя

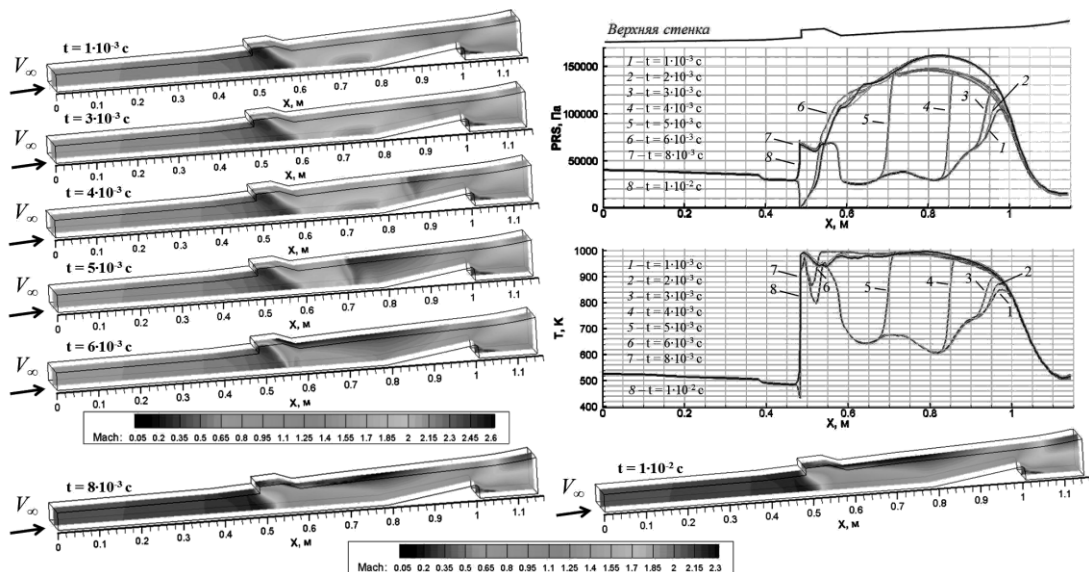


Рис. 8. Временная развёртка процесса запирания потока в канале двухрежимного ГПВРД. Дроссельная заслонка поднята на высоту $h = 31.750$ мм. Поля чисел Маха в различные моменты времени (слева), а также соответствующие линейные распределения давлений и температур (справа) по длине верхней стенки в центральном осевом сечении

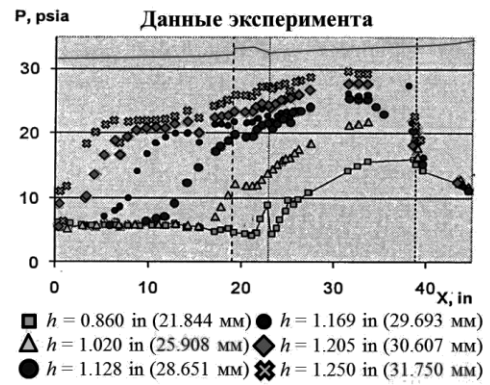


Рис. 9. Сравнение с данными лабораторных испытаний [1] для серии “холодных” пусков по распределениям давлений на верхней стенке для двух положений дроссельной заслонки: $h = 25.908$ мм и $h = 31.750$ мм

В экспериментах [1] аналогичный процесс наблюдался при $h = 25.908$ мм, (соответствует перекрытию сечения на 35%). Экспериментальные значения давлений на верхней стенке для рассматриваемого режима отмечены треугольниками (рис. 9, справа). При дальнейшем поднятии дроссельной заслонки (до $h = 31.750$ мм) область дозвукового течения распространяется вверх по потоку. Расхождение в положении заслонки можно частично объяснить погрешностью измерений параметров входящего потока в эксперименте.

Приведенные на рисунке данные говорят о высокой чувствительности структуры течения к изменению положения дроссельной заслонки h . Из представленных сведений можно отметить удовлетворительное качественное и количественное соответствие расчетных и экспериментальных данных (все размеры для удобства сравнения переведены в дюймы, а давление – в фунты на квадратный дюйм).

6. ВЛИЯНИЕ ВПРЫСКА ХОЛОДНОГО ГАЗА СО СТенок ПОЛОСТИ НА КАРТИНУ ТЕЧЕНИЯ

В настоящей работе также проведено исследование влияния впрыска холодного газа со стенок полости на пространственную картину течения в камере сгорания при различных положениях дроссельной заслонки и условиях впрыска.

Холодный газ впрыскивался со стенки полости через пять равнорасположенных форсунок, диаметром 2 мм, против потока, параллельно дну каверны (рис. 10).

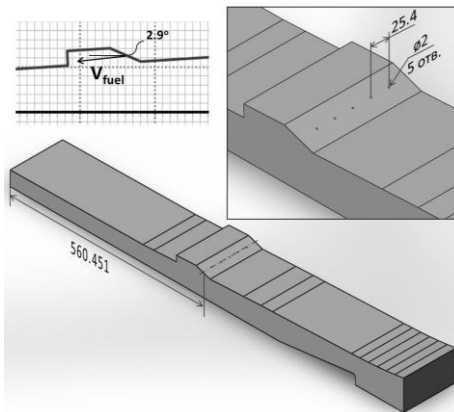


Рис. 10. Геометрическая модель проточной части двигательной установки с топливными форсунками

Фрагмент расчетной сетки размерностью порядка 1.5 млн. тетраэдральных элементов, которая использовалась для моделирования, представлен на рис. 11.

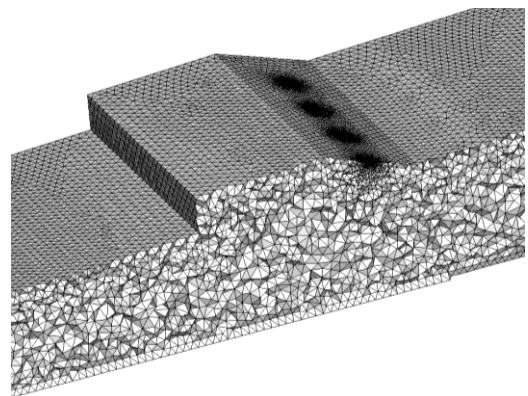


Рис. 11. Фрагмент трехмерной расчетной сетки для моделирования течения в камере сгорания при впрыске холодного газа со стенки каверны

Параметры потока на входе в проточный тракт не изменялись (см. табл. 1). Условия впрыска представлены в таблице 2.

Результаты численного моделирования течения в канале ГПВРД с заслонкой, поднятой на высоту $h = 25.908$ мм, приводятся на рис. 12. Здесь представлены поля чисел Маха, продольной скорости, давлений и температур, а также распределения основных параметров потока вдоль средней линии, верхней и нижней стенок проточного тракта в сечении $z = 0.065$ м (рис. 12).

Таблица 2

Условия впрыска

Общая площадь сечения форсунок	$5 \times 3.14 \times 10^{-6} \text{ м}^2$
Скорость впрыска топлива	1000 м/с
Давление	300 кПа
Температура	400 К

Главный эффект при впрыске холодного газа это образование обширной зоны дозвукового течения, что не наблюдалось в отсутствии впрыска для того же положения заслонки.

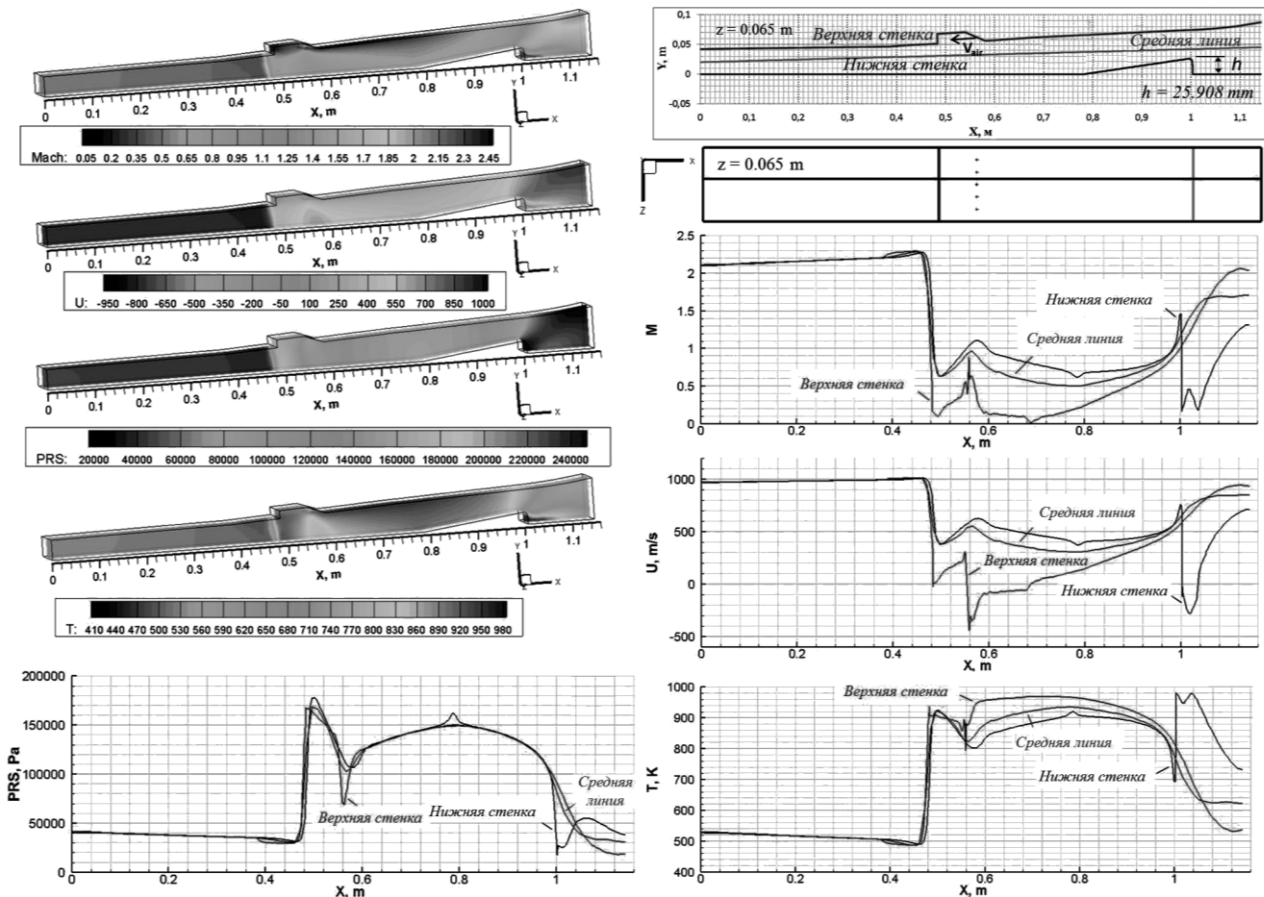


Рис. 12. Распределения основных параметров потока в сечении $z = 0.065 \text{ м}$ при впрыске холодного газа для $h = 25.908 \text{ мм}$: поля давлений, чисел Маха, продольной скорости и температур (слева); линейные распределения соответствующих параметров вдоль средней линии, по длине верхней и нижней стенки (справа)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено параметрическое численное моделирование пространственного течения и теплофизических процессов в камере сгорания двухрежимного ГПВРД с использованием метода расщепления по физическим процессам на неструктурированных сетках. Выполнены расчеты для различных положений дроссельной заслонки, с целью создания наиболее оптимальных тепловых и аэродинамических условий для воспламенения топливной смеси. Изучено влияние степени перекрытия сечения канала на структуру течения. Получены и исследованы различные стационарные и нестационарные режимы течения. Для каждого из рассмотренных режимов определены значения основных параметров потока в канале ГПВРД, получены тепловые характеристики стенок камеры сгорания и распределение давлений в проточном тракте.

Проведено исследование влияния впрыска холодного газа со стенок полости на пространственную картину течения в камере сгорания при различных положениях дроссельной заслонки и условиях впрыска.

Изучены возможности разработанной трехмерной аэротермодинамической модели двухрежимного ГПВРД при описании результатов лабораторных испытаний [1] для серии “холодных” пусков (без горения) и отмечено удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных.

Работа выполнена в Лаборатории радиационной газовой динамики ИПМех РАН в рамках Программы фундаментальных исследований Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления (ОЭММПУ) РАН «Аэротермомеханика и навигация гиперзвуковых летательных аппаратов» (руководитель проекта академик Д.М.Климов), а также в рамках грантов РФФИ №№ 07-01-0133, 10-01-00544, 13-01-00537, 13-08-12033-ОФИм, 11-08-12072-ОФИм, гранта Президента РФ № МК-5324.2014.1 для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук и программы сотрудничества ИПМех РАН и ВНИИА им. Н.Л.Духова.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю, чл.-корр. РАН, проф. С.Т. Суржикову за идеи, положенные в основу данной работы.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- ГПВРД– гиперзвуковой прямоточный воздушно-реактивный двигатель;
- ГЛА – гиперзвуковой летательный аппарат;
- w – столбец консервативных переменных;
- ρ – плотность;
- u, v, w – компоненты вектора скорости;
- E – удельная полная энергия газа;
- p – давление;
- $\mathbf{F}^x, \mathbf{F}^y, \mathbf{F}^z$ – проекции вектора конвективного потока;
- $\mathbf{G}^x, \mathbf{G}^y, \mathbf{G}^z$ – проекции вектора вязкого потока;

- $\tau_{\alpha\beta}$ – компоненты тензора вязких напряжений
($\alpha = x, y, z$; $\beta = x, y, z$);
- q_x, q_y, q_z – компоненты вектора теплового потока;
- V_i – объем i -го тетраэдра;
- S_i^j – площадь поверхности j -й грани i -го элемента;
- $n_{i,j}^\alpha$ – x, y или z -я составляющая единичной нормали
 j -й грани i -го элемента;
- in – дюймы, 1 in = 25.4 мм;
- psi – фунт на квадратный дюйм, 1 psi = 6894.76 Па

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Donohue J.M. Dual-Mode Scramjet Flameholding Operability Measurements // AIAA paper 2013-0698, 2013, 26 р.
2. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. Построение пространственных неструктурированных сеток для задач аэротермодинамики методом молекулярной динамики // Доклады Академии наук. 2011. Т. 439. №1. С. 42–47.
3. Zheleznyakova A.L., Surzhikov S.T. Molecular dynamic-based unstructured grid generation method for aerodynamic application // Computer Physics Communication. 2013. Vol.184, Pp.2711–2727.
4. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. Построение двумерных неструктурированных сеток методом молекулярной динамики // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, 2011. Т.11. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2011-02-01-031.pdf>
5. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. – М.: Наука, 1982. – 391 с.
6. Марчук Г.И. Методы расщепления. – М.: Наука, 1988. – 263 с.
7. Железнякова А.Л. Метод расщепления по физическим процессам для решения задач гиперзвуковой аэродинамики на неструктурированных сетках // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2013. Т. 15. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2013-04-29-010.pdf>
8. Liou M.S., Steffen C. A New Flux Splitting Scheme – J. Comput. Phys., Vol. 107, 23-39, 1993.
9. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. Численное моделирование гиперзвукового обтекания модели летательного аппарата X-43 // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2011. Т.11. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2011-02-01-030.pdf>