

## ТРЕХМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МГД ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОСТАТКА СВЕРХНОВОЙ С ПОДВИЖНОЙ МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДОЙ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

М.В. Ермишкин<sup>1</sup>, С.Т. Суржиков<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Московский физико-технический институт (МФТИ), Россия, Долгопрудный*

<sup>2</sup> *Институт проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук,  
Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского, д.101-1*

### Аннотация

Исследуется МГД взаимодействие остатка сверхновой звезды с подвижной межзвездной средой с помощью трехмерной численной модели. Направления векторов напряженности магнитного поля и движения остатка сверхновой звезды относительно межзвездной среды взаимно перпендикулярны друг другу. Физические параметры остатка соответствуют взрыву сверхновой звезды типа Ia. Рассматриваются два значения скорости относительного движения остатка и окружающей межзвездной среды: 40 км/с и 200 км/с, что соответствует числам Маха 4 и 20 в окружающей среде. Проведено сравнение эволюции остатка сверхновой звезды в покоящейся и подвижной межзвездной среде до времен: 7600 лет, 31400 лет и 57700 лет. Результаты исследования показывают, что относительное движение остатка сверхновой звезды и межзвездной среды может быть важным фактором, определяющим неоднородности интенсивности излучения, наблюдаемые в ряде остатков сверхновых звезд.

## A THREE-DIMENSIONAL NUMERICAL STUDY OF MHD INTERACTION BETWEEN SUPERNOVA REMNANT AND MOVING INTERSTELLAR MEDIUM IN MAGNETIC FIELD

M.V. Ermishkin<sup>1</sup>, S.T. Surzhikov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Moscow Institute of Physics and Technology (MIPT), Russia, Dolgoprudny, 141700*

<sup>2</sup> *Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences (IPMech RAS), Russia, Moscow, 119526*

Magnetohydrodynamic (MHD) interaction between the supernova remnant and moving medium was studied using a three-dimensional numerical model. The vectors of the magnetic induction and relative motion of supernova remnant against interstellar medium were orthogonal to each other. The physical parameters of the supernova remnant were taken as for Type Ia supernova remnant. Two values of relative motion of the remnant and medium were considered: 40 km/s and 200 km/s, corresponding to Mach number 4 and 20 in interstellar medium. The numerical results are obtained for three time periods at the adiabatic stage evolution of a supernova remnant, at 7600, 31400 and 57700 years. Our findings suggest that the interstellar wind could be an important factor responsible for the phenomenon of asymmetry of radiation intensity observed in several supernova remnants.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большой интерес представляет наблюдение и исследование астрофизических объектов и явлений. Благодаря технологическому прогрессу в сфере систем наблюдения в последние годы открываются сотни сверхновых звезд (далее, сверхновых или СН). Общее же число известных остатков сверхновых (ОСН) составляет несколько тысяч [1]. Столь большое число формирует огромную экспериментальную базу разнообразных ОСН с возрастом от нескольких дней до нескольких миллионов лет. Это позволяет исследовать эволюцию остатка сверхновой практически от момента взрыва сверхновой до формирования остатков сверхновых: газо-пылевых туманностей, нейтронных звезд, черных дыр и т.д. [1,2].

Большинство известных ОСН имеют несимметричную картину излучения в рентгеновском, видимом, ИК и даже радио- и гамма-диапазонах электромагнитного излучения. Эта особенность чрезвычайно интересна для научного исследования. Несимметричный характер картин излучения ОСН может быть связан как с

неоднородностями окружающей межзвездной среды (далее, МЖС), так и с неоднородностями взрыва сверхновой.

Приведем некоторые примеры известных ОСН, а также современные объяснения причин неоднородностей картин интенсивности излучения, наблюдаемых в этих объектах. Так, например, в остатке СН 1006 года можно наблюдать несимметричную картину интенсивности излучения как в рентгеновском диапазоне (рис. 1), так и в видимом (рис. 2). Наиболее яркие участки на рентгеновском снимке (левая верхняя и правая нижняя части остатка СН) соответствуют высокоэнергичным электронам, разогнанным ударной волной. Возможной причиной неоднородности интенсивности излучения может служить магнитное поле МЖС, тормозящее наиболее эффективно те электроны, которые движутся перпендикулярно вектору напряженности магнитного поля. Торможение высокоэнергичных электронов в магнитном поле приводит к излучению синхротронной природы. Известно, что вклад синхротронного излучения может составлять десятки процентов от общего излучения ОСН.

Неоднородность интенсивности излучения остатка СН 1006 г. в видимом диапазоне может быть вызвана излучением частиц водорода за фронтом ударной волны, распространяющейся в МЖС с низкой плотностью (яркая полоска в правом верхнем участке рис. 2).

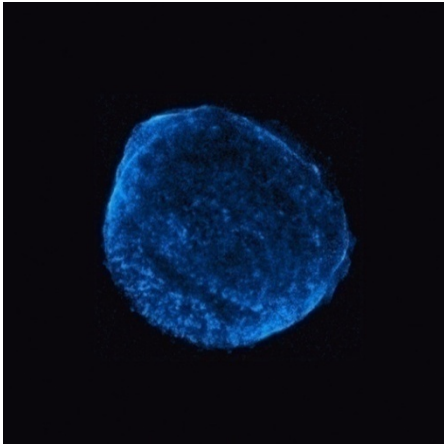


Рис. 1. Снимок (Chandra, 2008) остатка СН 1006 г. в рентгеновском диапазоне. Энергия:  $0.5 \div 3$  кэВ. Размер фото 60 св. лет. (Credit: NASA/CXC/Rutgers/G.Cassam-Chenai, J.Hughes et al.)



Рис. 2. Снимок (СТЮ, 2008) остатка СН 1006 г. в видимом диапазоне (в линиях водорода). Размер фото 60 св. лет. (Credit: Middlebury College/F.Winkler, NOAO/AURA/NSF/ СТЮ Schmidt & DSS)

Другим примером расширения остатка СН в неоднородной межзвездной среде может являться остаток СН 1604 (или СН Кеплера). Яркое пятно на изображении остатка в видимом диапазоне (рис. 3) отображает газ, нагретый (до температуры около  $10^4$  °С) ударной волной, которая движется в области межзвездной среды с повышенной плотностью. На рис. 4 следует отметить яркую дугообразную область на изображении остатка СН Кеплера в рентгеновском диапазоне. Существуют два объяснения природы столь сильного излучения в данной области. Первое предполагает движение звезды, породившей СН Кеплера, в межзвездной среде со значительным изменением плотности. Второе заключается в относительном движении звезды - предшественника СН Кеплера относительно окружающей межзвездной среды.

Следует отметить, что явление относительного движения остатка СН и окружающей МЖС может

иметь место в некоторых остатках СН типов Ib,c и II. Одной из основных особенностей таких СН является наличие околозвездной оболочки, формируемой за счет потери звездой собственного вещества в форме звездного ветра. Анализируя взаимодействие продуктов взрыва СН и околозвездной оболочки, авторы работы [3] пришли к выводу, что в ряде наблюдаемых ОСН взрыв СН должен был произойти вблизи границы околозвездной оболочки – МЖС. Такая картина возможна только в случае движения СН относительно МЖС (в противном случае взрыв СН происходил бы в центре облака, выметаемого звездным ветром). Скорость относительного движения в этой работе полагалась равной 17 км/с и 70 км/с для двух разных моделей. Значение этой же величины для большинства молодых звезд классов О и В (ОВ звезды) составляет  $\sim 100$  км/с [4]. Однако встречаются и большие значения. Так, например, в ОСН СТВ80 обнаружено движение пульсара со скоростью 500 км/с [1]. Стоит также отметить возможное движение остатка СН 1987А, исследуемое в работе [5].

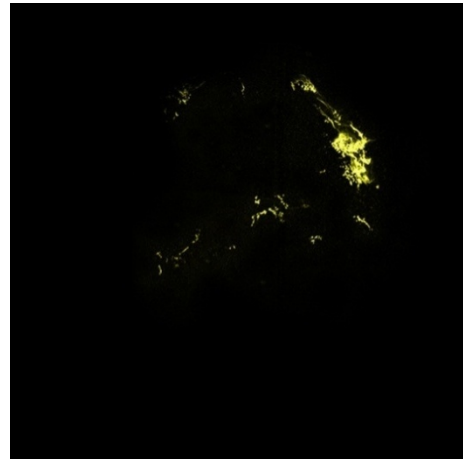


Рис. 3. Снимок (Hubble, 2003) остатка СН Кеплера (1604 г.) в видимом диапазоне. Температура нагретого газа составляет  $10\,000$  °С. Размер изображения составляет  $19 \div 33$  св. лет. (Credit: NASA/ESA/JHU/R.Sankrit & W.Blair)

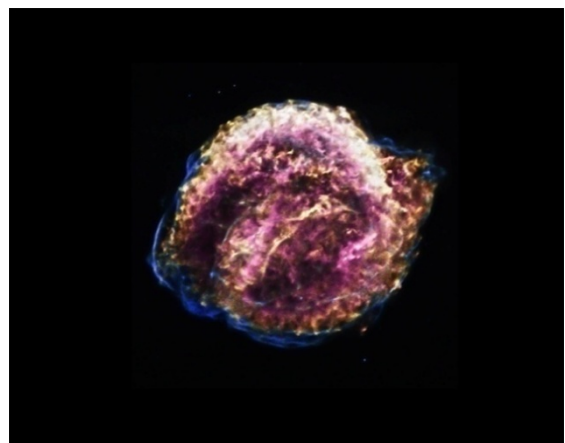


Рис. 4. Снимок (Chandra, 2012) остатка СН Кеплера (1604 г.) в рентгеновском диапазоне. Энергия:  $0.7 \div 0.9$  кэВ (красный цвет),  $1.6 \div 2.1$  кэВ (оранжевый),  $2.7 \div 3.4$  кэВ (зеленый),  $4 \div 6$  кэВ (синий). Размер изображения составляет  $19 \div 33$  св. лет. (Credit: NASA/CXC/SAO/D.Patnaude)

Проявлением взаимодействия остатка СН с подвижной МЖС возможно также является ОСН 0509-67.5. Относительное движение остатка и окружающей среды вполне может объяснить наблюдаемую асимметрию картины интенсивности излучения ОСН 0509-67.5. На рис. 5 представлена картина излучения этого остатка в рентгеновском диапазоне. Можно отметить наличие яркого пятна в левом верхнем участке ОСН. На рис. 6 показана картина излучения в видимом диапазоне, на которой можно заметить яркую тонкую полосу в нижнем правом участке остатка (в отличие от более размытого левого верхнего участка).

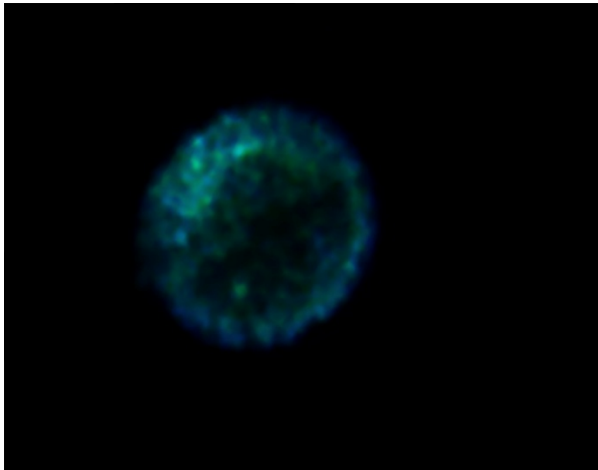


Рис. 5. Снимок (Chandra, 2007) ОСН 0509-67.5 в рентгеновском диапазоне. Цвета соответствуют энергиям: зеленый –  $0.2\div 1.5$  кэВ; синий –  $1.5\div 7$  кэВ. Размер фото 58 св. лет. (Credit: NASA/CXC/SAO/J.Hughes et al.)

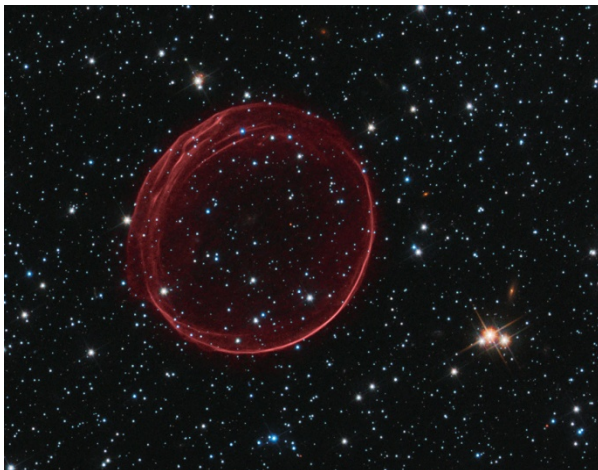


Рис. 6. Снимок (Hubble, 2006) ОСН 0509-67.5 в видимом диапазоне (в линиях водорода). Размер фото 58 св. лет. (Credit: NASA/ESA/Hubble Heritage Team (STScI/AURA))

Не исключено, что подобное распределение интенсивности излучения остатка может быть следствием разлета ОСН в МЖС с неравномерным распределением плотности. Отметим также области менее интенсивного излучения в левом нижнем и правом верхнем участках остатка, что возможно является следствием наличия однородного магнитного поля МЖС. Разницу в интенсивности излучения можно объяснить тем, что синхротронное излучение электронов, движущихся в направлении вдоль магнитного поля слабее, чем тех

электронов, что движутся перпендикулярно ему. Отметим, что возраст ОСН 0509-67.5 составляет  $400\pm 50$  лет [6], что меньше времен эволюции остатков, исследуемых в нашей работе.

Помимо неоднородной плотности МЖС, магнитного поля МЖС и относительного движения ОСН и МЖС на расширение оболочки ОСН могут влиять и другие важные факторы. Среди них можно отметить турбулентность МЖС и различные типы неустойчивостей, наблюдаемые, например, в Крабовидной туманности. Примером неоднородности начального взрыва СН могут служить джеты в ОСН Кассиопея А. Известно, что ОСН типов II и Ib,c содержат нейтронные звезды или черные дыры. Сильное магнитное и гравитационное поле таких объектов также может существенно влиять на расширение окружающей их оболочки ОСН.

Первые попытки теоретического исследования остатков СН были сделаны в  $60^x-70^x$  годах. Было показано, что эволюция ОСН в однородной МЖС может быть разделена на несколько стадий: стадию свободного расширения, адиабатическую стадию и стадию радиационного охлаждения [7]. Эволюция ОСН на адиабатической стадии может быть предсказана с помощью аналитического решения для задачи о сильном точечном взрыве [8], известное также как решение Седова. В работе [9] решение Седова используется в качестве отправной точки для исследования эволюции ОСН в однородной среде. В качестве основных результатов этой работы можно выделить полученные оценки потерь энергии на излучение в диапазоне частот от  $10^{12}$  до  $10^{19}$  Гц, что соответствует высокоэнергичному ИК, видимому и рентгеновскому диапазонам электромагнитного излучения. Исследование проводилось с помощью сферически-симметричного гидродинамического кода с простым добавлением магнитного поля. Также в работе рассматривались два варианта задания распределения магнитного поля в МЖС. Было показано, что в ряде известных ОСН, взятых из работы [10], магнитное поле направлено по касательной к оболочке остатка. Влияние теплопроводности на эволюцию ОСН было рассмотрено в работе [11]. Было показано, что тепловой фронт может распространяться быстрее, чем фронт ударной волны в течение нескольких тысяч лет. В этой работе также проводилось сравнение результатов моделирования и аналитического решения для этой фазы эволюции. Из сравнительно недавних исследований, затрагивающих вопросы радиационного охлаждения и теплопроводности в ОСН можно отметить работы [12–14].

Как упоминалось выше неоднородность картины интенсивности излучения ОСН может быть связана с расширением оболочки ОСН в МЖС с переменной плотностью. Влияние градиента плотности МЖС на разлет ОСН проводилось, например, в работе [15]. Подобная картина изменения плотности МЖС обычно встречается в областях рядом с плоскостью галактики. Особое внимание уделено эволюции ударной волны в среде с экспоненциально изменяющейся плотностью. Показано, что вещество ОСН частично покидает галактику. Остальное же вещество может участвовать в формировании горячего гало галактики. Взаимодействие ОСН с плотными облаками в МЖС было рассмот-

рено в работах [16,17]. Отметим, что в работе [17] используется трехмерная модель для исследования взаимодействия ОСН и с плотным облаком в МЖС. В более ранних работах использовались только одно- и двухмерные модели.

Неустойчивости Релея–Тэйлора на границе контактного разрыва между газом ОСН за фронтом обратной ударной волны и газом МЖС за фронтом внешней ударной волны исследовались в работе [18]. Было показано, что рост так называемых "пальцев", являющихся результатом неустойчивостей Релея–Тэйлора, может быть уменьшен неустойчивостями Кельвина-Гельмгольца, либо лобовым давлением потока вещества, движущегося к поверхности контактного разрыва.

Следствием турбулентности МЖС может быть формирование областей с повышенным магнитным полем внутри оболочки ОСН [19]. Это приводит к более сильному синхротронному излучению в этих областях, т.е. к неоднородной интенсивности излучения ОСН. Отметим, что проблемы описания турбулентности межзвездной среды во многом схожи с аналогичными задачами для сверхзвуковых струйных течений [20]. Рассмотренные типы неоднородностей не полностью охватывают все возможные варианты, однако, они наиболее распространенные. Среди различных обзоров ОСН, отметим работу [21], в которой приводится анализ примерно 70 ОСН, имеющих форму, отличную от сферической.

Прежде чем перейти к описанию используемой модели напомним основные моменты, касающиеся эволюции типичного ОСН [22]. Будем рассматривать ОСН сферической формы, что является упрощением ввиду возможного наличия неустойчивостей и неоднородностей МЖС, равно как и начального взрыва СН. Однако, если считать, что МЖС однородна, а начальный взрыв СН был сферически симметричным, то этот подход довольно хорошо описывает эволюцию ОСН. Также не будем принимать во внимание магнитное поле МЖС. В начале эволюции (на стадии свободного расширения) плотность и давление внутри ОСН гораздо выше, чем в МЖС. Вследствие этого ОСН будет распространяться свободно. Скорость фронта ударной волны практически  $v_S$  постоянна, а радиус оболочки ОСН  $R_S$  растет линейно по времени:

$$v_S = \text{const}; \quad R_S = v_S \cdot t \quad (1)$$

Стадия свободного расширения заканчивается, когда масса выметенного газа МЖС становится примерно равной массе  $M_{in}$  взорвавшейся СН:

$$M_{in} = \frac{4\pi R_S^3}{3} \cdot \rho_0 \quad (2)$$

где  $\rho_0$  – это плотность в МЖС. Если положить  $\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$  г/см<sup>3</sup>,  $M_{in} = 6.6 \times 10^{33}$  г (что в 3.3 раза больше массы Солнца), получим  $R_S = 2.8$  пк. Такой размер ОСН соответствует примерно 420 годам с момента взрыва. С этого времени начинается стадия адиабатического расширения. Скорость ударной волны падает. Кроме того на данной стадии появляются две ударные волны, распространяющиеся в противо-

положных направлениях. Внешняя (прямая) ударная волна нагревает газ МЖС, окружающей ОСН, и движется от центра остатка. Обратная (возвратная) ударная волна движется к центру остатка и нагревает вещество выброса СН. Нагретые вещество выброса СН и вещество МЖС разделяет поверхность контактного разрыва. Несмотря на высокую температуру, потери на излучение относительно малы на этой стадии, и полная энергия ОСН сохраняется. Согласно аналитическому решению Седова радиус внешней ударной волны  $R_S$ , плотность  $\rho_S$ , скорость  $v_S$ , давление  $p_S$  и температура  $T_S$  за фронтом внешней ударной волны описываются следующими формулами:

$$R_S = \alpha(\gamma) \cdot \left( \frac{E \cdot t^2}{\rho_0} \right)^{1/5}, \quad (3)$$

$$\rho_S = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \cdot \rho_0, \quad (4)$$

$$v_S = \frac{4}{5 \cdot (\gamma + 1)} \cdot \frac{R_S}{t}, \quad (5)$$

$$p_S = \frac{\rho_0 \cdot v_S^2 \cdot (\gamma + 1)}{2}, \quad (6)$$

$$T_S = \frac{p_S \cdot \mu}{\rho_1 \cdot R_0}, \quad (7)$$

где  $\mu$  – молярная масса газа в МЖС;  $R_0$  – универсальная газовая постоянная ( $R_0 = 8.31 \times 10^7$  эрг/К·моль). Коэффициент  $\alpha(\gamma)$  зависит только от показателя адиабаты  $\gamma$ . Для  $\gamma = 1.67$ ,  $\alpha(\gamma) = 0.87$  [8].

Следует подчеркнуть, что решение Седова справедливо пока давление внутри ОСН много больше давления в окружающей МЖС. Данное условие хорошо выполняется на адиабатической стадии. Когда температура внутри ОСН падает ниже, чем  $(5-6) \times 10^5$  К [1], потери на излучение становятся существенными. В результате радиационного охлаждения падает давление внутри ОСН, и оно уже не может поддерживать движение внешней ударной волны. Движение внешней ударной волны в это время поддерживается импульсом газа внутри остатка, движущегося наружу. Ударная волна на этой стадии может рассматриваться как изотермическая. Движение вещества вблизи центра ОСН практически отсутствует. Вещество МЖС, которое пересекает фронт ударной волны остается вблизи фронта, формируя плотную тонкую оболочку. Из-за подобной картины эту стадию часто называют "стадией снегоочистителя". Характерный размер ОСН на данной стадии составляет  $20 \div 60$  пк, а возраст варьируется от нескольких тысяч лет до нескольких миллионов. Спустя  $\sim 10^4 \div 10^6$  лет давление внутри ОСН становится сравнимым с давлением в МЖС, что приводит к остановке расширения остатка. Столь большой разброс значений времен разлета и размера остатка связан в основном с разнообразием значений параметров межзвездной среды. Аккуратное рассмотрение структуры, эволюции и процессов охлаждения в остатках большого возраста представлено в работе [23].



Целью работы является исследование магнитно-гидродинамического (МГД) взаимодействия остатка СН с подвижной МЖС. Ключевыми факторами, рассматриваемыми в модели, являются магнитное поле в МЖС и относительное движение ОСН и МЖС. Взаимная ориентация векторов напряженности магнитного поля и скорости относительного движения могут быть отличными для разных ОСН. Поэтому необходимо использовать трехмерную МГД модель. В данной работе стадия свободного расширения ОСН не исследовалась по двум причинам: большинство известных ОСН находятся на адиабатической стадии; вклад МЖС в динамику расширения оболочки ОСН незначителен на стадии свободного разлета. Нашим стремлением было промоделировать некоторые неоднородности картин излучения наблюдаемых ОСН, используя МГД модель и типичные параметры взрыва СН и МЖС. Отметим также, что стадия радиационно-охлаждения не рассматривается в данной работе.

## 2. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Вычислительную область представляет собой куб с ребром 60 пк (1 пк =  $3.086 \times 10^{18}$  см). Однородная МЖС состоит из частиц водорода с концентрацией  $1 \text{ см}^{-3}$  и температурой 8000 К, что соответствует начальным условиям, рассмотренным в работе [19]. Однородное магнитное поле ( $3.57 \times 10^{-6}$  Гс) направлено вдоль оси  $X$  (рис. 7). Остаток СН представляет собой сферическое облако радиуса 2 пк, расположенное в центре области ( $X=0$  пк,  $Y=0$  пк,  $Z=0$  пк). Концентрация частиц водорода в ОСН в четыре раза выше, чем в окружающей среде. Мы использовали типичное значение энергии взрыва для СН типа Ia:  $10^{51}$  эрг.

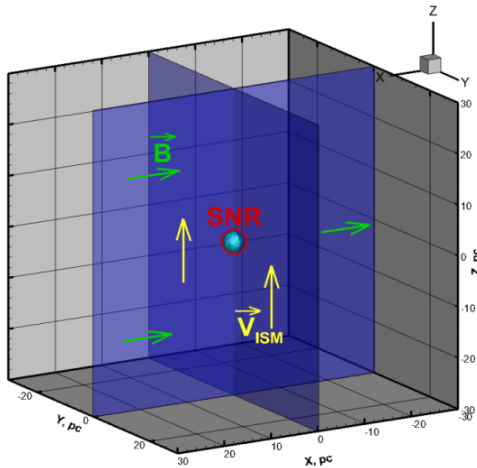


Рис. 7. Магнитное поле  $B$  в МЖС и скорость относительного движения ОСН и МЖС  $V_{ISM}$

В качестве начальных условий используется модель неподвижной плазмы [19]. Это означает, что кинетическая энергия плазмы остатка СН равна нулю, а энергия в остатке сосредоточена полностью в тепловой энергии. Считается также, что распределения плотности и давления плазмы внутри ОСН равномерные. На основе этих данных можно оценить значения давления  $p_0$ , плотности  $\rho_0$  и скорости звука  $c_0$  в МЖС, а также давления  $p_{SNR}$ , температуры  $T_{SNR}$  плазмы внутри ОСН и полную массу остатка  $M_{SNR}$ . Если считать давление и

концентрацию частиц в МЖС также равномерными, то получаем:  $p_0 = 1.1 \times 10^{-12}$  эрг/см<sup>3</sup>,  $\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$  г/см<sup>3</sup>,  $c_0 = 10$  км/с,  $M_{SNR} \sim 6.6 \times 10^{33}$  г (что в 3.3 раза больше массы Солнца),  $p_{SNR} = 6.8 \times 10^{-7}$  эрг/см<sup>3</sup>,  $T_{SNR} = 1.23 \times 10^9$  К.

В работе рассматривались два различных варианта взаимодействия оболочки ОСН с движущейся МЖС. В первом скорость относительного движения ОСН и МЖС  $V_{ISM}$  составляла 40 км/с, во втором — 200 км/с. Данные значения соответствуют числам Маха 4 и 20 в МЖС. Скорость относительного движения остатка СН и МЖС изменяется от  $\sim 17$  км/с до  $\sim 100$  км/с согласно работам [3,5]. Наиболее интересный вариант МГД взаимодействия остатка СН с подвижной МЖС наблюдается, когда вектор напряженности магнитного поля и вектор относительного движения взаимно перпендикулярны друг другу. В работе вектор скорости движения МЖС направлен вдоль оси  $Y$ . Подчеркнем, что в этом случае необходимо использовать полностью трехмерную модель. В случае, когда оба вектора сонаправленные, можно ограничиться и квази-двухмерной моделью.

Отметим также, что характерные скорости расширения оболочки ОСН составляют около  $10^4$  км/с спустя  $\sim 100$  лет с момента взрыва,  $1000$  км/с спустя  $\sim 10^4$  лет и десятки км/с спустя  $10^5$ – $10^6$  лет. Скорость хаотичного движения МЖС составляет  $\sim 10$  км/с. Таким образом, спустя несколько сотен тысяч - миллионов лет остаток СН уже сложно отличить от окружающей среды.

## 3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Движение плазмы может быть рассмотрено в рамках теории магнитной гидродинамики (МГД). В данной работе используется трёхмерная нестационарная идеальная МГД модель плазмы [24–28]. В данной модели не учитываются диссипативные эффекты: диффузия, теплопроводность, вязкость, джоулевы потери. Кроме того, плазма обладает бесконечной проводимостью. Для описания поведения плазмы используется следующая система уравнений [24–28]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \text{div} \left[ \rho \vec{V} \vec{V} + p_* I - \frac{\vec{B} \vec{B}}{4\pi} \right] = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \text{div} \left[ (e + p_*) \cdot \vec{V} - \frac{\vec{B} \cdot (\vec{V} \cdot \vec{B})}{4\pi} \right] = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot} [\vec{V} \times \vec{B}], \quad (11)$$

где  $t$  – время;  $\rho$  – плотность среды;  $\vec{V}$  – скорость;  $\vec{B}$  – напряженность магнитного поля;  $p_* = p + B^2/8\pi$  – сумма гидродинамического и магнитного давлений,  $e = \rho \varepsilon + \rho V^2/2 + B^2/8\pi$  – сумма плотностей внутренней энергии, кинетической энергии и энергии магнитного поля. Плазма рассматривается как идеальный газ с показателем адиабаты  $\gamma = 1.67$  и уравнением состояния  $\varepsilon = \varepsilon(p, \rho)$ :

$$\varepsilon = \frac{p}{\rho \cdot (\gamma - 1)} \quad (12)$$

Система уравнений (8)–(12) решается в декартовой системе координат. Соответственно векторы скорости и магнитного поля имеют три компоненты вдоль каждой из осей:  $\vec{V} = [u, v, w]$ ,  $\vec{B} = [B_x, B_y, B_z]$ .  $I$  – единичный тензор размерности  $3 \times 3$ .

Начальные условия представлены в таблице 1 (индекс "0" соответствует значениям физических величин в МЖС). Компонента скорости  $v$  вдоль оси  $Y$  равна либо нулю, если окружающая среда неподвижна относительно ОСН, либо  $V_{ISM}$  – в противоположном случае. На всех гранях расчетной области задаются неотражающие граничные условия:

$$\left. \frac{df}{d\vec{n}} \right|_S = 0, f = [\rho; p; \rho u; \rho v; \rho w; e; B_x; B_y; B_z]^T, \quad (13)$$

где  $\vec{n}$  – вектор нормали к границе расчетной области  $S$ . Компонента скорости  $v$  вдоль равна либо  $V_{ISM}$ , либо нулю на нижней грани расчетной области ( $Y = -30$  пк) в зависимости от того есть ли относительное движение остатка и среды или нет. Численное решение системы уравнений (8)–(12) проводится с помощью метода донорных ячеек [29]. Этот метод является методом первого - второго порядка по пространству (первый порядок на гладких решениях; второй - на разрывах) и первого порядка по времени.

Таблица 1

Начальные условия

Физическая величина	Область пространства	
	Межзвёздная среда	Остаток сверхновой
плотность: $\rho / \rho_0$ ( $\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$ г/см <sup>3</sup> )	1	4
давление: $p / p_0$ ( $p_0 = 1.1 \times 10^{-12}$ эрг/см <sup>3</sup> )	1	$6.16 \cdot 10^5$
скорость: $V = [u, v, w]$	[0; 0 или $V_{ISM}$ ; 0]	[0; 0; 0]
Магнитное поле: $B = [B_x, B_y, B_z]$	[3.57 $\mu$ G, 0, 0]	[3.57 $\mu$ G, 0, 0]

Возможность использования МГД модели для описания рассматриваемых явлений серьезно обсуждается в настоящее время в астрофизической литературе. Одним из возможных аргументом, используемым нами для верификации такой модели, является сравнение результатов, полученных с помощью МГД модели и модели "частиц в ячейках" (particle in cell, PIC) для задачи о разлете плазменного облака в разреженную окружающую среду с магнитным полем [26,27]. Было показано, что МГД модель описывает крупномасштабные течения в окружающей среде в хорошем согласии с кинетической моделью. Похожие аргументы были использованы в работах по исследованию взаимодействия солнечного ветра с ионосферой Земли [30], процессов в солнечной короне [31–34], а также в ряде экспериментальных работ [35–43].

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Перед тем, как рассмотреть влияние относительно движения ОСН и МЖС на эволюцию ОСН представим сравнение результатов численного моделирования с результатами, полученными на основе начальных условий из работы [19], а также аналитическим решением Седова [8]. Отметим, что решение Седова может быть использовано в рассматриваемой постановке задачи, поскольку тепловое давление намного больше магнитного. Сравнивались значения физических параметров за фронтом внешней ударной волны, распространяющейся в однородную неподвижную МЖС (табл. 2). Время расширения ОСН составляло 57700 лет (к этому моменту ударная волна достигала границ расчетной области). Величины, полученные путем численного моделирования, близки к величинам, полученным на основе аналитического решения. Максимальная ошибка составляет менее 30% для результатов, полученных на расчетной сетке с  $101^3$  узлов. Также были проведены расчеты на более мелкой сетке с числом узлов  $501^3$ . Ошибка расчетных данных на такой сетке была около 12%.

Таблица 2

Сравнение численных результатов с аналитическим решением

Физическая величина	Сетка $101^3$	Сетка $257^3$	Сетка $501^3$	Решение Седова [8]
Расстояние от центра, пк ( $x = y = z = 0$ пк)	27	26.5	26.4	26.9
Плотность: $\rho / \rho_0$ ( $\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$ г/см <sup>3</sup> )	2.9	3.04	3.17	4
Тепловое давление: $p / p_0$ ( $p_0 = 1.1 \times 10^{-12}$ эрг/см <sup>3</sup> )	336	337	341	378
Модуль скорости $V$ , км/с	135.8	135.2	134.7	137
Модуль магнитного поля $B$ , $\cdot 10^6$ Гс	9.14	9.77	10.27	11.8 (Balsara et al. [19], сетка $256^3$ )
Температура $T$ , $10^6$ К	0.92	0.88	0.84	0.76

Далее приведем результаты исследования влияния относительного движения ОСН и МЖС на эволюцию ОСН. Численное решение системы уравнений (8)–(12) проводилось к моментам времени  $T_{end} = 7600, 31400$  и  $57700$  лет. Данные времена соответствуют адиабатической стадии эволюции ОСН. Характерная скорость движения в межзвёздной среде  $v_0 = (p_0 / \rho_0)^{0.5} = 8.13$  км/с. Все расчеты проводились на сетке с числом узлов  $201^3$ . В начале рассмотрим вариант движения МЖС относительно ОСН со скоростью  $V_{ISM} = 40$  км/с.

На рис. 8–11 представлены одномерные распределения следующих физических величин вдоль осей  $X$  ( $Y = Z = 0$ ) и  $Y$  ( $X = Z = 0$ ): плотности  $\rho$ , теплового дав-

ления  $\rho$ , магнитного давления  $p^H$ , компоненты скорости  $u$  и  $v$  вдоль осей  $X$  и  $Y$ , соответственно. Значения плотности плазмы  $\rho$  и теплового и магнитного давлений на графиках приводятся в единицах плотности  $\rho_0$  и давления  $p_0$  в МЖС:  $\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$  г/см<sup>3</sup>,  $p_0 = 1.1 \times 10^{-12}$  эрг/см<sup>3</sup>. Компоненты скорости приводятся в км/с. Сплошными кривыми показаны распределения вдоль оси  $Y$ ; пунктирными – вдоль оси  $X$ . В начале, отметим общие черты характерные для эволюции остатка СН в целом, а затем более подробно рассмотрим влияние относительно движения остатка СН и МЖС.

Магнитное поле МЖС не влияет на движение среды вдоль оси  $X$  (магнитное поле направлено вдоль оси  $X$ ). Таким образом, распределения всех физических параметров симметричны относительно плоскости  $YZ$ , проходящей через центр исследуемой области ( $X=Y=Z=0$ ). Максимум вблизи  $X=\pm 7$  пк на рис. 9 в момент времени 7600 лет является результатом торможения расширяющейся центральной части ОСН обратной ударной волной, движущейся к центру ОСН. Впоследствии обратная ударная волна достигает центра остатка, давление вблизи центра выравнивается, а движение вещества практически исчезает. Следует отметить, что спустя примерно 500 лет масса выметенного вещества МЖС становится больше массы продуктов взрыва. Примерно через 1000 лет формируется тонкая сферическая оболочка, в которой содержится основная масса ОСН. Центральная часть ОСН становится сильно разреженной.

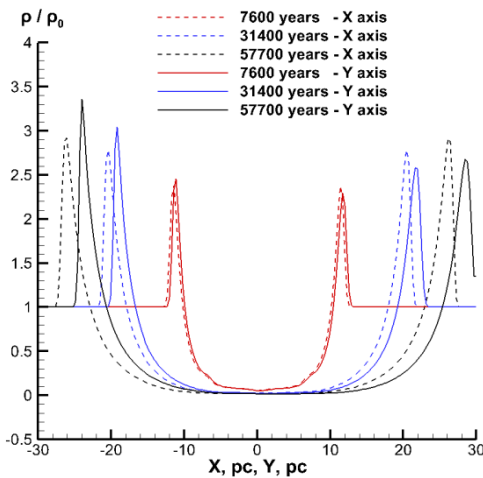


Рис. 8. Распределение плотности  $\rho$  вдоль осей  $X$  и  $Y$  к моментам времени  $t = 7600, 31400$  и  $57700$  лет;  $\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$  г/см<sup>3</sup>,  $V_{ISM} = 40$  км/с

Заметное влияние относительного движения ОСН и МЖС проявляется только спустя несколько тысяч лет. В области  $Y \sim -24$  пк, где поток расширяющегося вещества остатка движется навстречу потоку МЖС, наблюдается рост плотности  $\rho/\rho_0 \sim 3.28$ , теплового давления  $p/p_0 \sim 370$ , магнитного давления  $p^H/p_0 \sim 5.8$  и падение скорости расширения вследствие торможения  $v=121$  км/с. Отметим, что аналогичные значения при разлете в покоящуюся МЖС составляют:  $\rho/\rho_0 \sim 2.67$ ,  $p/p_0 \sim 270$ ,  $p^H/p_0 \sim 3.6$  и  $v=121$  км/с. Противоположная картина наблюдается в области  $Y \sim 29$  пк, где потоки вещества ОСН и МЖС движутся в одинаковых направлениях.

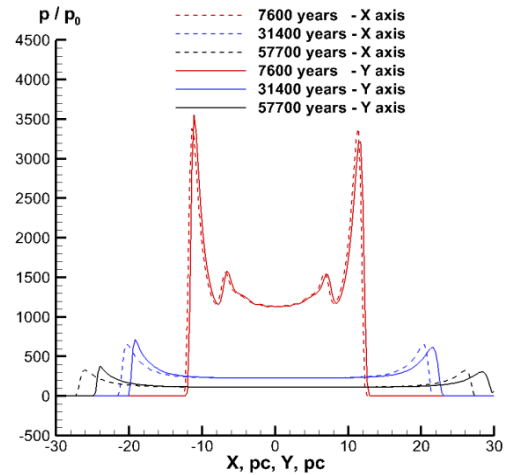


Рис. 9. Распределение теплового давления  $p$  вдоль осей  $X$  и  $Y$  к моментам времени  $t = 7600, 31400$  и  $57700$  лет;  $\rho_0 = 1.104 \times 10^{-12}$  эрг/см<sup>3</sup>,  $V_{ISM} = 40$  км/с

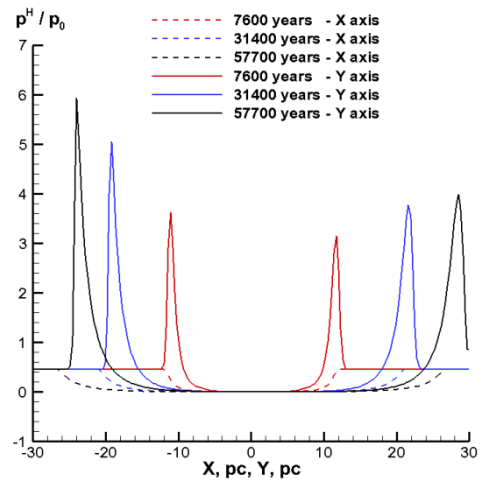


Рис. 10. Распределение магнитного давления  $p^H$  вдоль осей  $X$  и  $Y$  к моментам времени  $t = 7600, 31400$  и  $57700$  лет;  $\rho_0 = 1.104 \times 10^{-12}$  эрг/см<sup>3</sup>,  $V_{ISM} = 40$  км/с

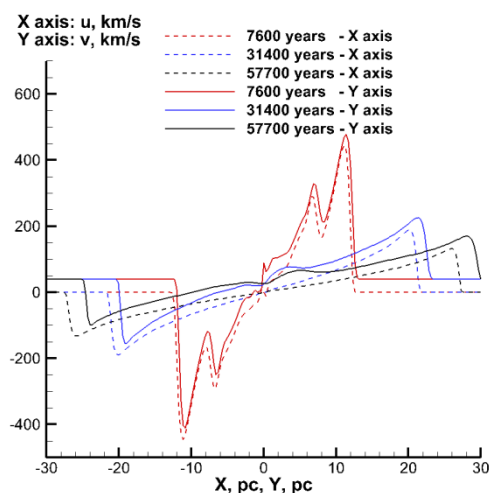


Рис. 11. Распределение компонент скорости  $u$  и  $v$  вдоль осей  $X$  и  $Y$  к моментам времени  $t = 7600, 31400$  и  $57700$  лет;  $\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$  г/см<sup>3</sup>,  $V_{ISM} = 40$  км/с

На рис. 12–16 показаны двумерные распределения физических параметров в плоскости  $YZ$  ( $X = 0$ ) к моменту времени 57700 лет. На левых половинах рисунков показаны результаты расчета расширения остатка

в неподвижной МЖС; на правых – в движущейся МЖС. На рис. 15, проследивая направление линий тока, можно увидеть, что вещество МЖС, движущееся навстречу остатку, не проникает внутрь оболочки остатка, а обтекает его. При этом расширение оболочки ОСН тормозится. В противоположной области, оболочка ОСН ускоряется потоком МЖС. Торможение вещества должно приводить к его нагреву, однако, на рис. 16 заметных различий в распределениях температуры плазмы обнаружено не было. Возможно, нагрев плазмы ОСН имеет место на более поздних стадиях расширения остатка.

При увеличении скорости относительного движения остатка и МЖС до значения  $V_{ISM}=200$  км/с рассматриваемая картина меняется следующим образом. В области торможения вещества остатка потоком набегающей МЖС ( $Y \sim -15$  пк) значения плотности  $\rho/\rho_0 \sim 2.65$ , теплового давления  $p/p_0 \sim 280$ , магнитного давления  $p^H/p_0 \sim 4.4$ , и скорости  $v = 65$  км/с становятся меньше, чем в случае расширения в покоящейся среде.

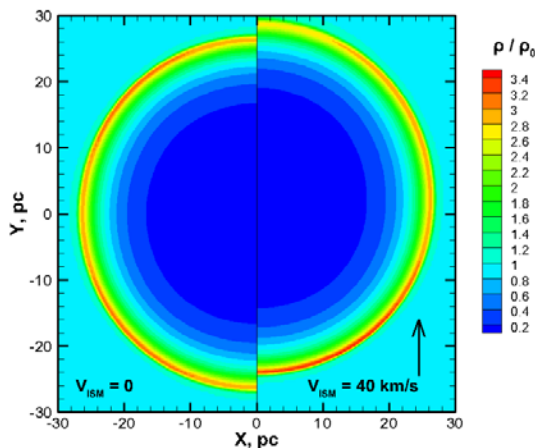


Рис. 12. Распределение плотности  $\rho$  в плоскости  $XY$  ( $Z=0$ ) к моменту времени  $t=57700$  лет;  $\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$  г/см<sup>3</sup>,  $V_{ISM}=40$  км/с

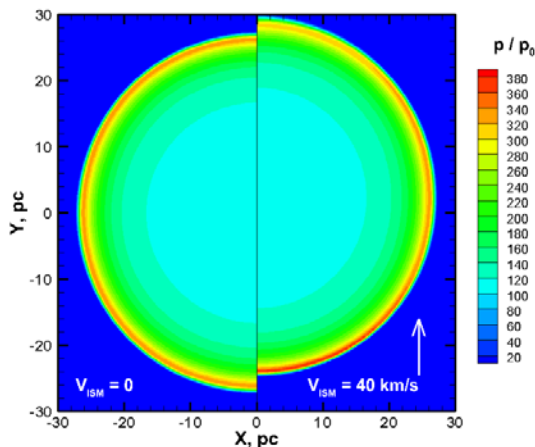


Рис. 13. Распределение теплового давления  $p$  в плоскости  $XY$  ( $Z=0$ ) к моменту времени  $t=57700$  лет;  $p_0 = 1.104 \times 10^{-12}$  эрг/см<sup>3</sup>,  $V_{ISM}=40$  км/с

Причина такого резкого изменения значений физических величин объясняется проникновением вещества МЖС внутрь оболочки остатка СН (рис. 17). Другим следствием более быстрого движения МЖС явля-

ется сплюснутая форма остатка. В случае, когда  $V_{ISM}=40$  км/с, форма близка к сферической, а в случае  $V_{ISM}=200$  км/с она скорее напоминает каплю.

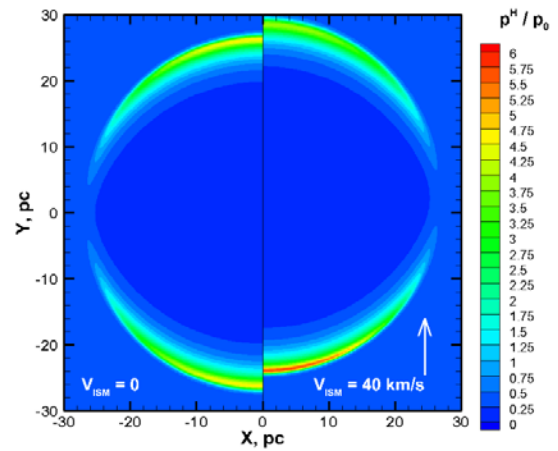


Рис. 14. Распределение магнитного давления  $p^H$  в плоскости  $XY$  ( $Z=0$ ) к моменту времени  $t=57700$  лет;  $p_0 = 1.104 \times 10^{-12}$  эрг/см<sup>3</sup>,  $V_{ISM}=40$  км/с

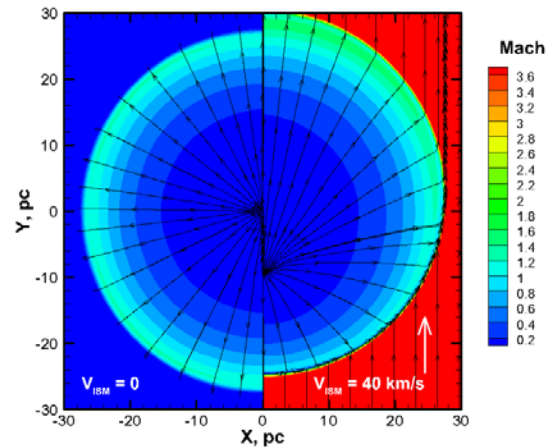


Рис. 15. Распределение чисел Маха ( $Mach$ ) в плоскости  $XY$  ( $Z=0$ ) к моменту времени  $t=57700$  лет;  $V_{ISM}=40$  км/с

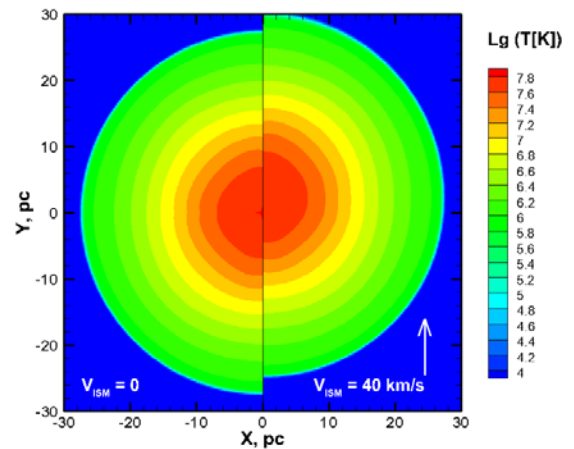


Рис. 16. Распределение температуры  $T$  [K] (в логарифмическом масштабе) в плоскости  $XY$  ( $Z=0$ ) к моменту времени  $t=57700$  лет;  $p_0 = 1.104 \times 10^{-12}$  эрг/см<sup>3</sup>,  $V_{ISM}=40$  км/с

Анализ сравнительно ранних стадий эволюции ОСН был приведен в разделе «Введение». На рис. 18 и рис. 20 показаны остатки большого возраста: G299.9-



2.9 и OCH 0103-72.6, соответственно. G299.9-2.9 находится в Млечном Пути на расстоянии примерно 16 000 св. лет от Земли. Считают, что этот остаток относится к типу Ia, т.е. он является результатом взрыва СН типа Ia). Возраст G299.9-2.9 составляет 4 500 лет.

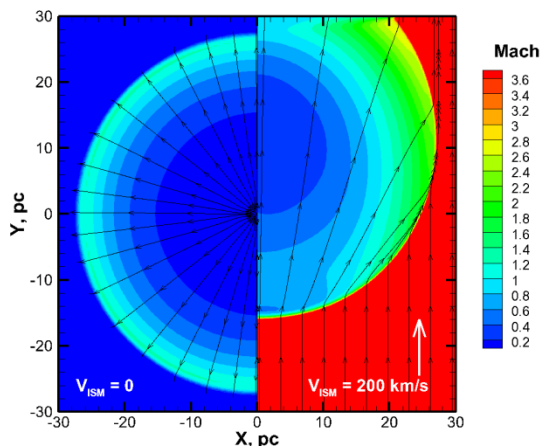


Рис. 17. Распределение чисел Маха (*Mach*) в плоскости *XY* (*Z* = 0) к моменту времени *t* = 57700 лет; *V*<sub>ISM</sub> = 200 км/с

Следует отметить, что этот остаток старше большинства OCH, являющихся результатом подобных взрывов. Слабое рентгеновское излучение внутренних областей OCH (рис. 18) соответствует относительно большому содержанию железа и кремния, что свойственно остаткам СН типа Ia. Внешняя оболочка остатка имеет по крайней мере двойную структуру (две полу-оболочки). Подобная картина обычно наблюдается при расширении OCH в неоднородно среде. Энергия взрыва СН, породившей G299.9-2.9, оценивается в  $1.6 \times 10^{50}$  эрг [44]. Радиус оболочки OCH изменяется от 7 до 9 пк для каждой полу-оболочки. Плотность частиц водорода в МЖС составляет  $0.1 \text{ см}^{-3}$ , где радиус равен 7 пк, и  $0.3 \text{ см}^{-3}$ , где он составляет 9 пк. Возраст OCH 0103-72.6 составляет около 18 000 лет [45].

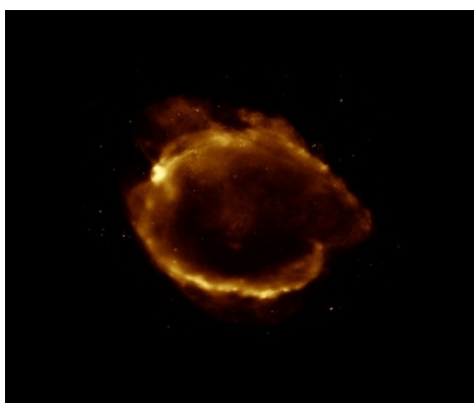


Рис. 18. Снимок (Chandra, 2010) OCH G299.2-2.9 в рентгеновском диапазоне. Размер фото 114 св. лет (35 пк). Размер OCH 10÷13 пк. (Credit: NASA/CXC/U.Texas at Arlington/S.Park et al, ROSAT)

Сравнение результатов численного моделирования расширения OCH до времен 4 500 лет (рис. 19) и 18 000 лет (рис. 21) (энергия взрыва СН:  $10^{51}$  эрг; плотность в

МЖС:  $1.67 \times 10^{-24} \text{ г/см}^3$ ) с экспериментальными данными наблюдений показывает следующие особенности:

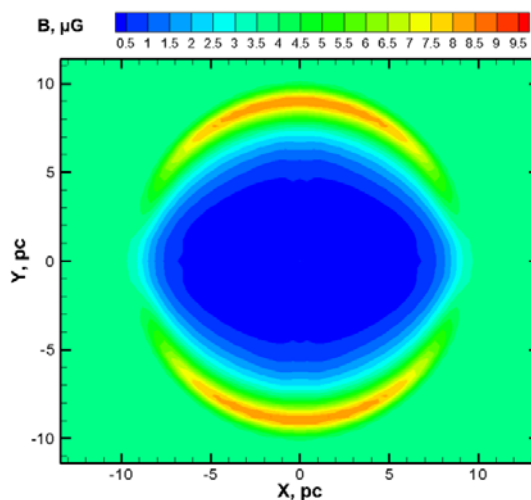


Рис. 19. Распределение магнитного поля *B* (в  $10^{-6}$  Гс) в плоскости *XY* (*Z* = 0) к моменту времени *t* = 57700 лет; магнитное поле в окружающей среде  $3.57 \cdot 10^{-6}$  Гс. Размеры расчетной области такие же, как на рис. 18. Размер OCH 17 пк.

1) Наблюдается качественное согласие между численными результатами и данными наблюдений.

2) На рис. 20 ясно проявляется структура течения около оболочки OCH в красном цвете. Эта структура может быть отождествлена с фронтом внешней ударной волны. Синий и зеленый цвета отображают нагретую плазму во внутренних областях остатка. Отличие формы оболочки OCH от сферической может быть результатом расширения остатка в неоднородной МЖС. Оранжевый цвет на рис. 18, скорее всего, отображает газ, нагретый внешней ударной волной. Сплюснутая форма остатка и картины интенсивности рентгеновского излучения может быть вызвано магнитным полем МЖС.

3) На рис. 19 показано распределение магнитного поля, которое может коррелировать с интенсивностью излучения. Вопрос аккуратного предсказания интенсивности излучения мы намерены исследовать в следующей нашей работе. Согласно численным результатам, радиус оболочки OCH составляет 8.7 пк в момент времени 4 500 лет и 12.7 пк в момент времени 18 000 лет. Реальные значения составляют 10-13 пк для остатка G299.9-2.9 (возраст: 4 500 лет) и 23 пк для OCH 0103-72.6 (возраст: 18 000 лет). Отличие численных значений от наблюдаемых может означать, что значение плотности МЖС, используемое в расчетах, было меньше/больше, чем они действительно есть. Так, например, для OCH G299.9-2.9 численный размер больше наблюдаемого. Таким образом, плотность МЖС возможно меньше, чем  $1.67 \times 10^{-24} \text{ г/см}^3$  (это значение использовалось при вычислениях). Данное предположение согласуется с данными из работы [44], где плотность частиц водорода в МЖС составляла  $(1.67 \div 6.68) \times 10^{-23} \text{ г/см}^3$ . Конечно, величина энергии взрыва СН также может отличаться от стандартного значения  $10^{51}$  эрг.

Величины плотности МЖС и энергии взрыва являются важными факторами, определяющими эволю-

цию ОСН. Однако существует и много других факторов, не менее значимых. Одним из них является отсутствие однородности МЖС, равно как и начального взрыва СН. Сферическая форма оболочки ОСН (как на рис. 21) является результатом расширения остатка в однородной МЖС. Однако наблюдаемая форма оболочки ОСН 0103-72.6 содержит много неоднородностей, особенно в верхней части (рис. 20). Кроме того ОСН 0103-72.6 относят к типу Ib,c или II. Такие остатки являются результатом взрыва массивных звезд, одной из основных черт которых является формирование оболочки околосредного вещества.

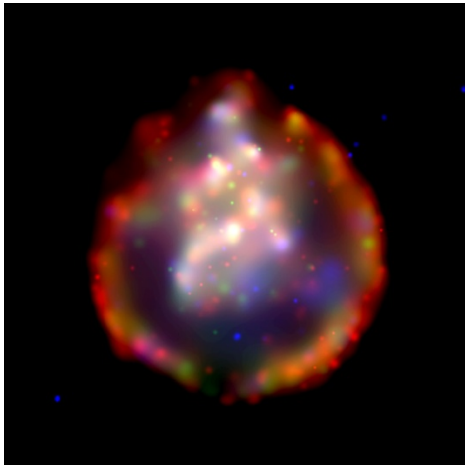


Рис. 20. Снимок (Chandra, 2002) ОСН 0103-72.6 в рентгеновском диапазоне. Энергия: 0.35-0.75 кэВ (красный цвет), 0.75-0.99 кэВ (зеленый), 0.99-3.0 кэВ (синий). Размер фото 226 св. лет (65 пк). Размер ОСН 23 пк. (Credit: NASA/CXC/PSU/S.Park et al.)

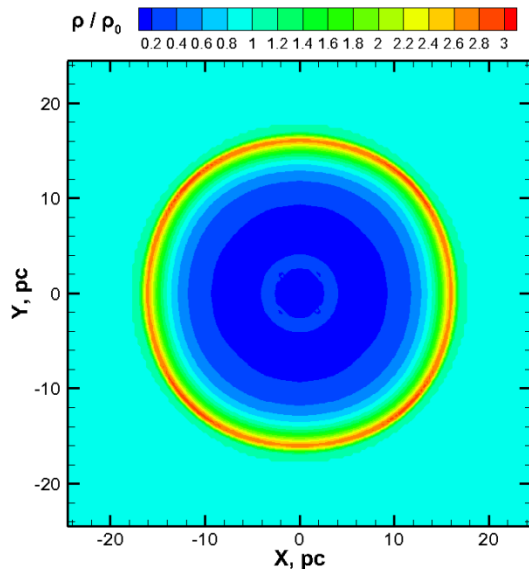


Рис. 21. Распределение плотности  $\rho$  в плоскости  $XY$  ( $Z=0$ ) к моменту времени  $t=18000$  лет;  $\rho_0=1.67 \times 10^{-24}$  г/см<sup>3</sup> – плотность МЖС. Размеры расчетной области такие же, как на рис. 20. Размер ОСН 26 пк

Эта оболочка может оказывать сильное влияние на расширение ОСН на ранних стадиях. Также, обычно после взрывов массивных СН образуются нейтронные

звезды или черные дыры. Эти объекты также могут сильно влиять на эволюцию ОСН.

Тем не менее, полученные численные результаты находятся в хорошем качественном согласии с данными наблюдений и литературными данными, представленными в работе. Это также указывает на возможность исследования различных физических эффектов, используя модель, рассмотренную в работе.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Удовлетворительное согласие результатов моделирования с литературными данными позволяет сделать вывод, что рассмотренная математическая модель может вполне неплохо описывать исследуемые процессы взаимодействия остатка сверхновой и межзвездной среды.

Численные результаты демонстрируют, что значительные неоднородности распределений физических параметров: плотности, теплового и магнитного давлений в остатке сверхновой могут быть следствием относительного движения остатка и окружающей среды. Следует заметить, что тепловое и магнитное давление определяют интенсивность синхротронного излучения. Таким образом, асимметрия синхротронного излучения, например, в радио- или рентгеновском диапазоне может быть результатом разлета остатка сверхновой в подвижной межзвездной среде. Поскольку неоднородность начального взрыва сверхновой и другие неоднородности межзвездной среды (неоднородность плотности, турбулентность) не были рассмотрены в данной работе, необходимо продолжить исследование различных типов неоднородностей совместно с движением межзвездной среды относительно остатка сверхновой.

### СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- СН – сверхновая (сверхновая звезда);
- ОСН – остаток сверхновой;
- МЖС – межзвездная среда;
- МГД – магнитная гидродинамика;
- PIC – метод "частиц в ячейках" (particle in cell)
- $X, Y, Z$  – оси в декартовой системе координат
- $t$  – время, с
- $f$  – столбец консервативных переменных;
- $\vec{n}$  – вектор нормали к границе расчетной области
- $\rho$  – плотность, г/см<sup>3</sup>;
- $\vec{V}$  – вектор скорости, см/с;
- $u, v, w$  – проекции вектора скорости  $\vec{V}$  на оси  $X, Y, Z$ , см/с;
- $\vec{B}$  – вектор индукции магнитного поля, Гс;
- $B_x, B_y, B_z$  – проекции вектора индукции магнитного поля  $\vec{B}$  на оси  $X, Y, Z$ , Гс;
- $p$  – (тепловое, гидродинамическое) давление, эрг/см<sup>3</sup>;
- $p^H$  – магнитное давление, эрг/см<sup>3</sup>;
- $p^*$  – сумма магнитного и гидродинамического давлений, эрг/см<sup>3</sup>;
- $e$  – плотность полной энергии, эрг/г;
- $\epsilon$  – внутренняя энергия, эрг;
- $I$  – единичный тензор размерности  $3 \times 3$ ;
- $\gamma$  – показатель адиабаты;
- $\mu$  – молярная масса, г/моль;
- $R_0$  – универсальная газовая постоянная,  $R_0 = 8.31 \times 10^7$  эрг/К·моль;

$P_{SNR}$	– давление внутри остатка сверхновой в начальных условиях, эрг/см <sup>3</sup> ;
$T_{SNR}$	– температура внутри остатка сверхновой в начальных условиях, К;
$M_{SNR}$	– масса остатка сверхновой в начальных условиях, г;
$p_0$	– давление в межзвездной среде, эрг/см <sup>3</sup> ;
$\rho_0$	– плотность межзвездной среды, г/см <sup>3</sup> ;
$c_0$	– скорость звука в межзвездной среде, см/с;
$v_0$	– характерная скорость движения межзвездной среды, $v_0 = (p_0/\rho_0)^{0.5}$ , см/с;
$V_{ISM}$	– скорость движения остатка сверхновой относительно межзвездной среды, см/с;
$M_{in}$	– масса сверхновой (в момент вспышки), г;
$R_S$	– радиус внешней ударной волны, см;
$v_S$	– скорость за фронтом внешней ударной волны, см/с;
$p_S$	– давление за фронтом внешней ударной волны, эрг/см <sup>3</sup> ;
$\rho_S$	– плотность за фронтом внешней ударной волны, г/см <sup>3</sup> ;
$T_S$	– температура за фронтом внешней ударной волны, К;
$\alpha(\gamma)$	– безразмерный коэффициент в формуле (3);
пк	– парсек, 1 ПК = 3.26 св. года = $3.086 \times 10^{18}$ см;

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Лозинская Т.А. Взрывы звезд и звездный ветер в галактиках. Изд.2, стереотип. М.: "Либроком", 2013, 216 с.
- Sakhibov F. Kh, Smirnov M. A. Two types of supernova remnants // Soviet Astronomy Letters, Vol. 8, 1982, Pp. 150–153.
- Brighenti F., D'Ercole A. Evolution of supernova remnants generated by moving massive stars // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 270, 1994, Pp. 65–74.
- Wang L., Dyson J. E., Kahn F. D. The nature of the Napoleon's Hat nebula of SN 1987A // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 261, 1993, Pp. 391–395.
- Rozyczka M., Tenorio-Tagle G., Franco, J., Bodenheimer P. On the evolution of supernova remnants. III: Off-centred supernova explosions in pre-existing wind-driven bubbles // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 261, No. 3, 1993, Pp. 674–680.
- Badenes C., Hughes J.P., Cassam-Chenaï G., Bravo E. The Persistence of Memory, or How the X-Ray Spectrum of SNR 0509–67.5 Reveals the Brightness of Its Parent Type Ia Supernova // The Astrophysical Journal, Vol. 680, No.2, 2008, Pp. 1149–1157.
- Shklovsky J. S. Supernovae. Interscience Monographs and Texts in Physics and Astronomy, London: Wiley, 1968.
- Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. Изд. 8-е, М.: Наука, 1977, 440с.
- Chevalier R.A. The Evolution of Supernova Remnants. Spherically Symmetric Models // The Astrophysical Journal, Vol. 188, 1974, Pp. 501–516.
- Woltjer L. Supernova remnants // Annual Review of Astronomy and Astrophysics, Vol. 10, 1972, p. 129.
- Chevalier R.A. The evolution of supernova remnants. III- Thermal waves // The Astrophysical Journal, Vol. 198, 1975, Pp. 355–359.
- Tilley D.A., Balsara D.S., Howk J.C. Simulations of mixed-morphology supernova remnants with anisotropic thermal conduction // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 371, No. 3, 2006, Pp. 1106–1112.
- Shelton R.L. Simulations of Supernova Remnants in Diffuse Media. II. Three Remnants and Their X-Ray Emission // The Astrophysical Journal, Vol. 521, No. 1, 1999, p. 217.
- Decourchelle A., Ellison D.C., Ballet J. Thermal X-ray emission and cosmic-ray production in young supernova remnants // The Astrophysical Journal Letters, Vol. 543, No. 1, 2000, L57.
- Chevalier R.A., Gardner J. The Evolution of Supernova Remnants. II. Models of an Explosion in a Plane-Stratified Medium // The Astrophysical Journal, Vol. 192, 1974, Pp. 457–464.
- Draine B. T., Woods D. T. Supernova remnants in dense clouds. I-Blast-wave dynamics and X-ray irradiation // The Astrophysical Journal, Vol. 383, 1991, Pp. 621–638.
- Stone J.M., Norman M.L. The three-dimensional interaction of a supernova remnant with an interstellar cloud // The Astrophysical Journal, Vol. 390, 1992, L17-19.
- Chevalier R.A., Blondin J.M., Emmering R.T. Hydrodynamic instabilities in supernova remnants-Self-similar driven waves // The Astrophysical Journal, Vol. 392, 1992, Pp. 118–130.
- Balsara D., Benjamin R.A., Cox D.P. The evolution of adiabatic supernova remnants in a turbulent, magnetized medium // The Astrophysical Journal, Vol. 563, No. 2, 2001, p. 800.
- Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Моделирование турбулентности в сверхзвуковых струйных течениях // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2010. Том 9. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-01-12-023.pdf>
- Kesteven M.J., Caswell J.L. Barrel-shaped supernova remnants // Astronomy and Astrophysics, Vol. 183, No. 1, 1987, Pp. 118–128.
- Spitzer L. Physical Processes in the Interstellar Medium. Wiley, New York, 1978.
- Cox D.P. Cooling and evolution of a supernova remnant // The Astrophysical Journal, Vol. 178, 1972, Pp. 159–168.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. - М.: Наука, 2001, 607с.
- Суржиков С.Т. Физическая механика газовых разрядов. М.: Изд. МГТУ, 2006, 640с.
- Raizer Yu. P., Surzhikov S. T. High altitude explosions and their magnetohydrodynamic description // AIAA Journal, Vol. 33, No. 3, 1995, pp. 479-485.
- Raizer Yu.P., Surzhikov S.T. Magnetohydrodynamic Description of Collisionless Plasma Expansion in Upper Atmosphere // AIAA Journal, Vol. 33, No. 3, 1995, Pp. 486–490.
- Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. - М.: Физматлит, 2001, 608с.
- Роуч П. Вычислительная гидродинамика. - М.: Мир, 1980, 660 с.
- Pogorelov N.V., Semenov A.Y. Solar wind interaction with the magnetized interstellar medium. Shock-capturing modeling // Astron. Astrophys, Vol. 321, 1997, Pp. 330–337.
- Surzhikov S. T. Interaction of Plasma Plume of a Plasma Pulsed Thruster with Incident Flow of Rarefied Magnetized Plasma // Matematicheskoe Modelirovanie, Vol. 21, No.1, 2009, Pp. 12–24.
- Nakawada Y., Wu S.T., Han S.M. Magnetohydrodynamics of atmospheric transients. I. Basic results of two-dimensional plane analyses // The Astrophysical Journal, Vol.219, No.1, 1978, Pp. 314–323.
- Wu S.T., Dryer M., Nakawada Y., Han S.M. Magnetohydrodynamics of atmospheric transients. II. Two-dimensional numerical results for a model solar corona // The Astrophysical Journal, Vol.219, No.1, Pp. 324–335.
- Wu S.T., Wang A.H. Numerical simulation of extended corona // Advances in Space Research, Vol. 11, No. 1, 1991, Pp. 187–195.
- Wu S.T., Han S.M., Dryer M. Two-dimensional, time-dependent MHD description of interplanetary disturbances: Simulation of high speed solar wind interactions // Planetary and Space Science, Vol. 27, No. 3, 1979, Pp. 255–264.
- Gatsonis N.A., Hastings D.E. Evolution of the plasma environment induced around spacecraft by gas releases: Three-dimensional modeling // Journal of Geophysical Research: Space Physics Vol. 97, No. A10, 1992, Pp. 14989–15005.

37. Gastonis N.A., Tsuda K., Erlandson R.E. 3D Multi-Fluid Modeling of Aluminum Plasma Jets in the Ionosphere // *AIAA Journal*, Vol. 91, 1997, p. 2428.
38. Erlandson R.E. et al. The APEX North Star experiment: observations of high-speed plasma jets injected perpendicular to the magnetic field // *Advances in Space Research*, Vol. 29, No. 9, 2002, Pp. 1317–1326.
39. Gastonis N.A., DeMagistris M., Erlandson R.E. Three-Dimensional Magnetohydrodynamic Modeling of Plasma Jets in the North Star Space Experiment // *Journal of spacecraft and rockets*, Vol. 41, No. 4, 2004, Pp. 509–520.
40. Surzhikov S.T. Three-Dimensional Numerical Simulation of MHD-Interaction between a Lazer Plasma and Moving Ionized Medium in Magnetic Field // *High Temperature*, Vol. 33, No.4, 1995, Pp. 514–526.
41. Глушко Г.С., Крюков И.А. Распространение пламени в условиях орбитальной станции // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2011. Том 11. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2011-02-01-007.pdf>
42. Кузенов В.В. Использование регулярных адаптивных сеток для анализа импульсных сверхзвуковых струй плазмы // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2008. Том 7. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-016.pdf>
43. Суржилов С.Т. Перспективы многоуровневого подхода к задачам компьютерной аэрофизики // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2008. Том 7. <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-002.pdf>
44. Park S., Slane P.O., Hughes J.P., Mori K., Burrows D.N., Garmire G.P. Chandra X-Ray Study of Galactic Supernova Remnant G299. 2–2.9 // *The Astrophysical Journal*, Vol. 665, No. 2, 2007, Pp. 1173–1181.
45. Park S., Hughes J.P., Burrows D.N., Slane P.O., Nousek J.A., Garmire G.P. 0103–72.6: A New Oxygen-rich Supernova Remnant in the Small Magellanic Cloud // *The Astrophysical Journal Letters*, Vol. 598, No. 2, 2003, L95-L98.