

ТРЕХМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗЛЕТА ОСТАТКОВ СВЕРХНОВОЙ ЗВЕЗДЫ

М.В. Ермишкин

*Московский физико-технический институт (государственный университет),
Россия, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9, 141700*

Аннотация

В работе рассматривается магнитогиродинамическое (МГД) взаимодействие остатков сверхновой звезды с окружающей межзвездной средой. В рамках модели идеальной магнитогиродинамики проводятся численные расчеты с помощью метода донорных ячеек. Полученные результаты сравниваются с аналитическим решением задачи о сильном взрыве и литературными данными.

A THREE-DIMENSIONAL NUMERICAL STUDY OF SUPERNOVA REMNANT EXPANSION

M.V. Ermishkin

*Moscow Institute of Physics and Technology (State University),
Russia, Dolgoprudny, 141700*

A magnetohydrodynamic (MHD) interaction between supernova remnants and interstellar medium is considered. The numerical solutions are performed in terms of the ideal magnetohydrodynamic model by use of donor cell method. The obtained results are compared with the analytical solution of the strong explosion problem and literature data.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большой научный интерес представляет изучение астрофизических явлений. Благодаря развитию современных телескопов число наблюдаемых космических объектов заметно увеличилось за последнее время. Особый интерес представляют огромные по своим масштабам космические взрывы – взрывы сверхновых звезд (далее, сверхновых). Начиная с 1996 года, резко выросло число сверхновых, открываемых в год, [1]. В настоящее время за год открывается несколько сотен сверхновых. Большой объем экспериментальных данных о сверхновых разного возраста позволяет исследовать эволюцию сверхновых, начиная от момента взрыва; формированием остатков (или оболочки) сверхновой и других характерных структур; и заканчивая разлетом остатков, образованием туманностей и т.д. [2,3].

Обычно время интенсивного излучения сверхновых составляет несколько десятков дней (для сверхновых первого типа) и около ста дней - нескольких лет (для сверхновых второго типа). Поздняя стадия эволюции сверхновой (примерно после нескольких десятков – ста лет) касается разлета сформировавшейся оболочки и её взаимодействием с окружающей средой. В работе [4] исследуется адиабатическое расширение оболочки сверхновой в покоящейся межзвездной среде. В этой постановке не учитываются процессы радиационного охлаждения [5] и теплопроводности [6]. Необходимо отметить, что эти процессы играют важную роль в рассматриваемых явлениях.

В дополнение стоит сказать, что задачи о взаимодействии оболочки сверхновой с окружающей межзвездной средой с точки зрения вычислительной физики близки к задачам, связанным с исследованием разлетающегося плазменного облака как в лабораторных условиях [7], так и в условиях ионосферы Земли [8].

Целью данной работы является исследование адиабатического расширения оболочки сверхновой в покоящейся межзвездной среде в магнитном поле. Также в работе сравниваются результаты численного моделирования с аналитическим решением задачи о сильном взрыве [9].

В рамках теории сильного взрыва можно рассчитать эволюцию всех физических параметров, зная только энергию взрыва E и параметры окружающей среды: плотность ρ_0 и показатель адиабаты γ . К моменту времени t положение фронта ударной волны R_S может быть найдено по формуле

$$R_S = \alpha(\gamma) \left((E \cdot t^2) / \rho_0 \right)^{1/5}, \quad (1)$$

где $\alpha(\gamma)$ – числовой коэффициент, зависящий от γ . Плотность частиц среды за фронтом ударной волны может ρ_1 равна

$$\rho_1 = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \cdot \rho_0 \quad (2)$$

Скорость фронта v_S равна

$$v_S = \frac{2}{5} \cdot \frac{R_S}{t} \quad (3)$$

Давление p_S и температура T_S частиц за фронтом ударной волны равны

$$p_S = \frac{2 \cdot \rho_0 \cdot v_S^2}{\gamma+1}, \quad (4)$$

$$T_S = \frac{p_S \cdot \mu}{\rho_1 \cdot R}, \quad (5)$$

где μ – молярная масса вещества среды; R – газовая постоянная ($R = 8.31$ Дж/К·моль).

Необходимо сказать, что все вышеприведенные формулы верны для случая, когда давление за фронтом ударной волны во много раз больше давления в окружающей среде.

2. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Исследуемая область космического пространства представляет собой куб с ребром 60 парсек (1 парсек = 1 пс = 3.086×10^{18} см). Рассматривается однородная неподвижная среда [4], состоящая из частиц водорода ($\gamma = 1.67$; $\mu = 1$ г/моль) с концентрацией n_0 (1 см^{-3}) температурой T_0 (8000 К). Магнитное поле B_0 ($3.57 \mu\text{G}$) однородно и направлено вдоль оси X . Сверхновая представляет собой сферическое облако радиуса 2 пс, находящееся в центре куба ($x = y = z = 30$ пс); с внутренней энергии e^{int} (10^{51} эрг) и концентрацией частиц n_1 в 4 раза большей по сравнению с окружающей средой (рис. 1).

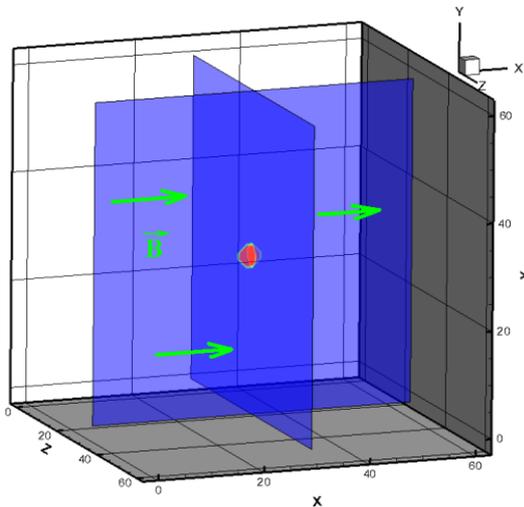


Рис. 1. Начальное ($t=0$) распределение магнитного поля B (зелёные стрелки). Красный и синий цвет соответствуют значениям плотности среды сверхновой и межзвездной среды соответственно

Исходя из этих данных, оценим характерные значения давления p_0 , плотности ρ_0 , скорости звука c_0 в межзвездной среде, массы M и температуры T_{SN} сверхновой. Будем считать, что концентрация и давление частиц водорода в сверхновой распределены равномерно (более точные распределения могут быть получены в результате решения задачи о сильном взрыве [9]). Тогда: $p_0 = 1.1 \times 10^{-12}$ эрг/см³, $\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$ г/см³, $c_0 = 10$ км/с, $M \sim 6.6 \times 10^{33}$ г ($M \sim 3.3 M_{Sun}$, что соответствует сверхновым первого типа), $T_{SN} = 1.23 \times 10^9$ К.

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Движение плазмы может быть рассмотрено в рамках теории магнитной гидродинамики (МГД). В данной работе используется трёхмерная нестационарная одножидкостная идеальная МГД-модель плазмы [10, 11]. В данной модели не учитываются диссипативные эффекты: диффузия, теплопроводность, вязкость, джоулевы потери. Кроме того, плазма обладает беско-

нечной проводимостью. Для описания поведения плазмы используется следующая система уравнений (в декартовой системе координат) [11,12]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \text{div} \left[\rho \vec{V} \vec{V} + p_* I - \frac{\vec{B} \vec{B}}{4\pi} \right] = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \text{div} \left[(e + p_*) \cdot \vec{V} - \frac{\vec{B} \cdot (\vec{V} \cdot \vec{B})}{4\pi} \right] = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot} [\vec{V} \times \vec{B}], \quad (9)$$

где t – время; ρ – плотность среды; V – скорость; B – напряженность магнитного поля; $p_* = p + B^2/8\pi$ – сумма гидродинамического и магнитного давлений; $e = e^{\text{int}} + \rho V^2/2 + B^2/8\pi$ – сумма внутренней энергии, кинетической энергии и энергии магнитного поля. Плазма рассматривается как идеальный газ с уравнением состояния:

$$e^{\text{int}} = \frac{p}{\rho \cdot (\gamma - 1)}, \quad (10)$$

где γ – показатель адиабаты Пуассона. Система уравнений (6)–(9) решается в декартовой системе координат. Компоненты скорости и магнитного поля: $V = [u, v, w]$; $B = [B_x, B_y, B_z]$. I – единичный тензор размерности 3·3.

Начальные условия выбираются в соответствии с физической постановкой задачи (табл.1):

Таблица 1

Начальные условия

Физическая величина	Область пространства	
	Межзвездная среда	Сверхновая
плотность: ρ / ρ_0 ($\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$ г/см ³)	1	4
давление: p / p_0 ($p_0 = 1.1 \times 10^{-12}$ эрг/см ³)	1	$6.16 \cdot 10^5$
скорость: $V = [u, v, w]$	[0; 0; 0]	[0; 0; 0]
Магнитное поле: $B = [B_x, B_y, B_z]$	[3.57 μG , 0,0]	[3.57 μG , 0,0]

На всех гранях куба задаются неотражающие граничные условия:

$$\frac{df}{dn} \Big|_S = 0, \quad f = [\rho; p; \rho u; \rho v; \rho w; e; B_x; B_y; B_z]^T \quad (11)$$

где n – вектор нормали к границе расчетной области.

Численное решение системы уравнений (6)–(9) проводится с помощью метода донорных ячеек [13]. Этот метод является методом первого - второго порядка по пространству (первый порядок на гладких решениях; второй – на разрывах) и первого порядка по времени.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Численное решение системы уравнений (6)–(9) проводилось к моментам времени $T_{end} = 7600, 31400$ и 57700 лет. Характерная скорость движения в межзвёздной среде $u_0 = (\rho_0 / \rho_0)^{0.5} = 7.74$ км/с.

На рис. 2 представлено двумерное распределение плотности (в плоскости XY при $z = 30$ пс) в момент времени $t = 57700$ лет.

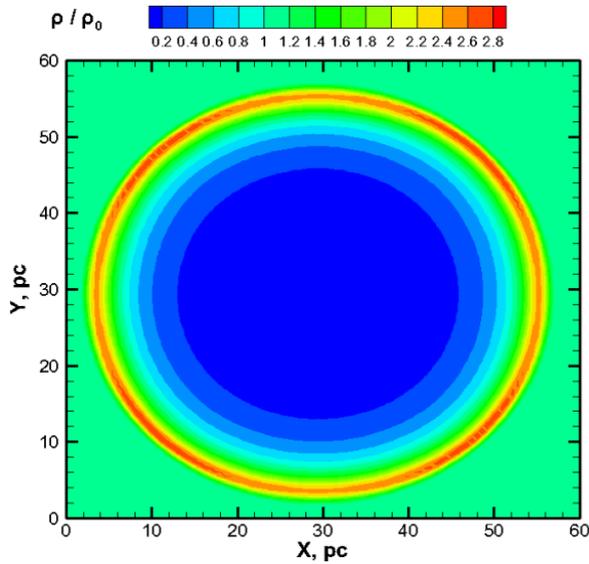


Рис. 2. Распределение плотности ρ в плоскости XY ($z = 30$ пс) при $t = 57700$ лет. ($\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$ г/см³)

По максимуму плотности (красный цвет) можно определить положение ударной волны, распространяющейся в межзвездной среде. Фронт данной ударной волны имеет форму сферы с центром в середине исследуемой области, что соответствует начальному местоположению сверхновой.

На рисунках рис. 3–5 представлены изменение во времени одномерных распределений плотности плазмы ρ , гидродинамического давления p , магнитного давления p^H и компоненты скорости u .

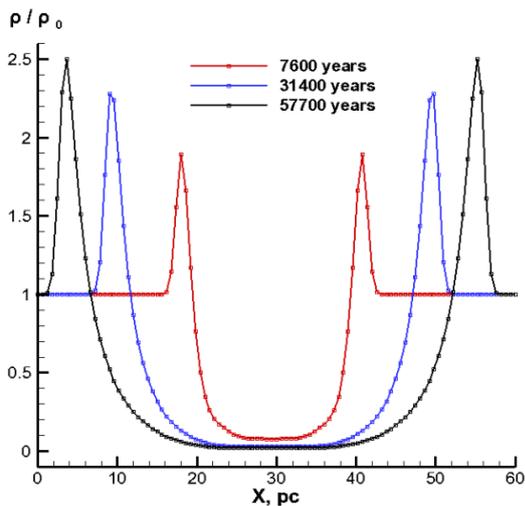


Рис. 3. Распределение плотности ρ вдоль оси X ($y = z = 30$ пс) для разных моментов времени T_{end} (7600, 31400, 57700 лет). ($\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$ г/см³)

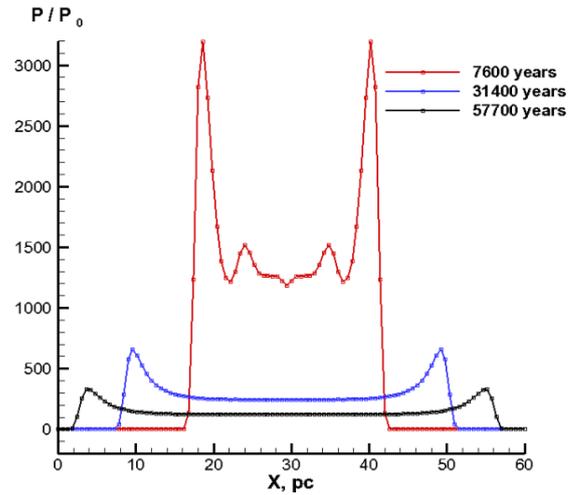


Рис. 4. Распределение гидродинамического давления p вдоль оси X ($y = z = 30$ пс) для разных моментов времени T_{end} (7600, 31400, 57700 лет). ($\rho_0 = 1.1 \times 10^{-12}$ эрг/см³)

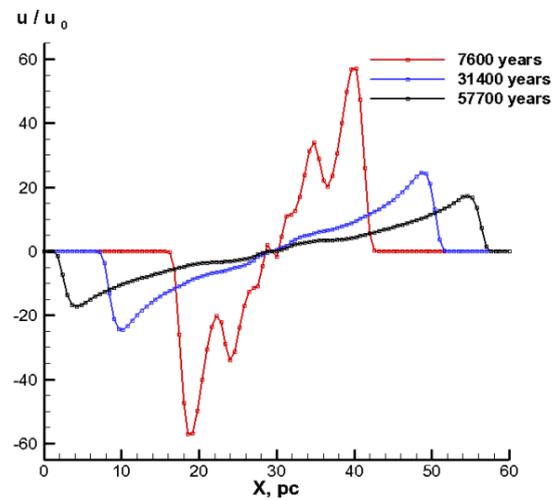


Рис. 5. Распределение компоненты скорости u вдоль оси X ($y = z = 30$ пс) для разных моментов времени T_{end} (7600, 31400, 57700 лет). ($u_0 = 7.74$ км/с)

Разные цвета кривых соответствуют разным моментам времени T_{end} . Графики скорости и гидродинамического давления демонстрируют ослабление ударной волны с течением времени.

Эта закономерность согласуется с теорией сильного взрыва (см. (3) и (4)). Согласно этой теории отношение плотностей за фронтом волны и перед ним равно ρ_1/ρ_0 предельному значению (2). В нашем случае $\gamma = 1.67$ и $\rho_1/\rho_0 = 4$. Отличие этого значения от наблюдаемого на рисунках может быть объяснено следующим. В начальный момент разлета параметры расширяющегося плазменного облака сверхновой настолько велики, что взаимодействием сверхновой с окружающей средой можно пренебречь. По прошествии определенного времени, когда масса межзвездного вещества, вытесненная расширяющимся облаком остатков сверхновой, становится сравнимой с первоначальной массой сверхновой, начинает происходить торможение этого облака окружающей средой [8]. В нашем случае данное явление происходит спустя примерно 300–400 лет. Радиус облака (он же радиус

гидродинамического торможения) в это момент времени составляет примерно 3.4 пс. Таким образом, практически сразу окружающая межзвездная среда оказывает влияние на эволюцию оболочки сверхновой.

Присутствие магнитного поля приводит к возникновению магнитогиродинамических волн, распространяющихся вдоль направления магнитного поля (альфвеновские волны) и перпендикулярно ему (магнитозвуковые волны) [14]. Известно, что движение плазмы во многом определяется как раз эволюцией магнитозвуковых волн [15]. Взаимодействуя с окружающей средой, магнитозвуковые волны приводят к повышению магнитного давления в направлении, перпендикулярном направлению магнитного поля (рис. 6).

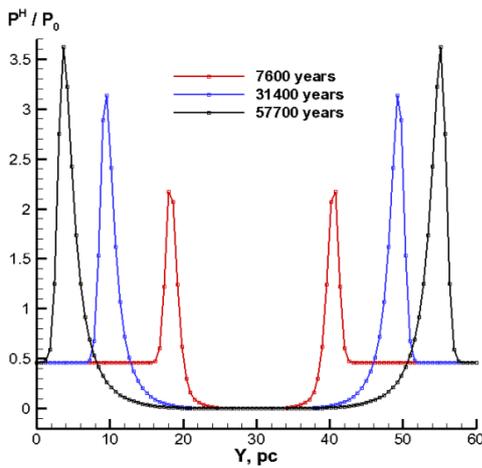


Рис. 6. Распределение магнитного давления p^H вдоль оси Y ($x=z=30$ пс) для разных моментов времени T_{end} (7600, 31400, 57700 лет). ($p_0=1.1 \times 10^{-12}$ эрг/см³)

В направлении вдоль магнитного поля (рис. 7) можно наблюдать область вытеснения магнитного поля (так называемую магнитную каверну).

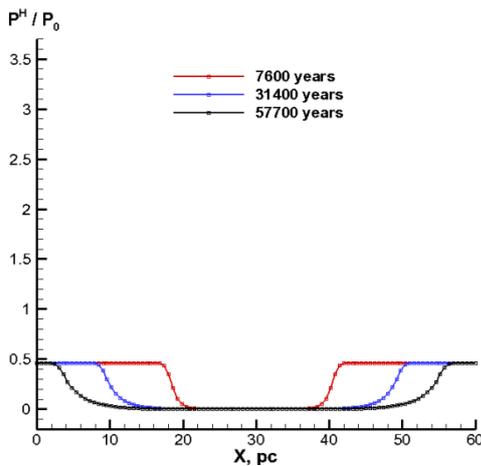


Рис. 7. Распределение магнитного давления p^H вдоль оси X ($y=z=30$ пс) для разных моментов времени T_{end} (7600, 31400, 57700 лет). ($p_0=1.1 \times 10^{-12}$ эрг/см³)

Также необходимо отметить, что в теории сильного взрыва вопросы, связанные с наличием магнитного поля в окружающей среде, не рассматриваются.

Максимальное значение магнитного давления всего лишь в 6 раз больше гидродинамического давления в окружающей среде p_0 . А гидродинамическое давление за фронтом ударной волны p_s больше p_0 в сотни раз. Поэтому приближение теории сильного взрыва к рассматриваемой задаче вполне применимо. В связи с этим интересно сопоставить результаты численного решения с аналитическим решением задачи о сильном взрыве. Результаты этого сравнения, а также результаты работы [4] представлены в табл. 2.

Таблица 2

Параметры ударной волны

Физическая величина	Сетка 101 ³	Сетка 256 ³	Сетка 501 ³	[4]	Задача о сильном взрыве
Расстояние от центра, пс ($x=y=z=30$ пс)	25.5	25.9	26	25.5	25.5
Плотность: ρ / ρ_0 ($\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$ г/см ³)	2.9	3.4	3.6	3.3	4
Давление: p / p_0 ($p_0 = 1.1 \times 10^{-12}$ эрг/см ³)	374	376	383	470	374
Модуль скорости V , км/с	139	156	187	174	173
Модуль магнитного поля B , μ G	10.9	12.5	13	11.8	–
Температура T , 10^6 К	1.06	0.93	0.86	0.42	0.66

В данной работе были проведены расчеты на сетках с числом узлов 101³, 256³ и 501³; в [4] расчеты проводились на сетке с 256³ узлами. Параметр $\alpha(\gamma)$ в (1) вычисляется исходя из того, что $R_s = 25.5$ пс; $\rho_0 = 1.67 \times 10^{-24}$ г/см³; $E = 10^{51}$ эрг и $t = 57700$ лет.

В целом неплохое совпадение результатов численного решения и литературных данных позволяет сделать вывод о том, что данная модель позволяет с определенной точностью описывать процессы разлета остатков сверхновых звезд и их взаимодействием с окружающей межзвездной средой. Стоит сказать, что правильное с точки зрения физики исследование подобных явлений требует учета ряда важных процессов (радиационное охлаждение, излучение, взаимодействие с межзвездным ветром и т.д.). С другой стороны, существующие погрешности и неопределенности в астрономических данных, получаемых экспериментальным путем, поднимают вопрос о целесообразности рассмотрения "тонких" эффектов применительно к данным задачам.

Автор выражает благодарность С.Т. Суржикову и И.А. Крюкову за плодотворные обсуждения и помощь при выполнении данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. <http://cfa-www.harvard.edu/iau/cbat.html>
2. Woosley S. E., Heger A., Weaver T. A. The evolution and explosion of massive stars. // Rev. Mod. Phys., Vol. 74, No. 4, October 2002.

3. Dyson J.E., Williams D.A. The physics of the interstellar medium. IOP Publishing Ltd., 1997.
4. Balsara D., Benjamin R.A. and Cox D.P. The evolution of adiabatic supernova remnants in a turbulent magnetized medium // The Astrophysical Journal, 2001, Vol. 563, P. 800-805.
5. Tilley D.A., Balsara D.S., Howk J.C. Simulations of Mixed Morphology Supernova Remnants with Anisotropic Thermal Conduction // arXiv:astro-ph/0604474v1 21 Apr 2006.
6. Shelton R.L. Simulations of Supernova Remnants in Diffuse Media. II. Three Remnants and Their X-Ray Emission. // arXiv:astro-ph/9904392v2 30 Apr 1999.
7. Суржиков С.Т. Трехмерное численное моделирование МГД - взаимодействия лазерной плазмы с движущейся ионизированной средой в магнитном поле // ТВТ, 1995, Т. 33, № 4, с. 519 - 531.
8. Гуськов К.Г., Райзер Ю.П., Суржиков С.Т. “3-х мерная вычислительная МГД - модель разлета плазмы в неоднородной ионизированной среде с магнитным полем”, Матем. моделирование, 1992, Т. 4, № 7, с. 49–66 .
9. Седов Л.И. Распространение сильных взрывных волн // ПММ, т.Х, вып.2 (1946), 241-250.
10. Суржиков С.Т. Физическая механика газовых разрядов. М.: Изд. МГТУ, 2006, 640с.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. - М.: Наука, 2001, 607 с.
12. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. - М.: Физматлит, 2001, 608 с.
13. Роч П. Вычислительная гидродинамика. - М.: Мир, 1980, 660 с.
14. Chen F.F. Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion, Plenum Press, New York 1984.
15. Wu S.T., Dryer M., Nakawada Y., Han S.M. Magnetohydrodynamics of atmospheric transients. II. Two-dimensional numerical results for a model solar corona // The Astrophys. J., Vol.219, No.1, pp. 324–335, 1978.