

РАСЧЕТ ГИПЕРЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩЕГО ГАЗА В ГПВРД МЕТОДОМ КОНЕЧНОГО ОБЪЕМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СХЕМЫ AUSM

Д.В. Котов, С.Т. Суржиков

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук,
Москва, 119526, проспект Вернадского 101-1*

Аннотация

В работе проводится исследование течения в гиперзвуковом прямоточном воздушно-реактивном двигателе (ГПВРД) в двумерной геометрии. Для решения уравнений Навье–Стокса на треугольной неструктурированной сетке применяется метод конечного объема. При вычислении потоков на границах ячеек используется решение задачи распада разрыва по схеме AUSM. Проводится сравнение этого подхода с решением задачи о распаде разрыва методом Годунова. Приводятся результаты расчета горения водородовоздушной смеси в двигателе.

CALCULATION OF HYPERSONIC FLOW OF REACTING GAS IN SRCAMJET COMBUSTOR BY FINITE VOLUME METHOD USING AUSM

The work studies a two-dimensional hypersonic flow in scramjet combustor. The calculation scheme for solving Navier–Stokes equations on triangular unstructured grids is based on Godunov finite volume method. When calculating the flow on the cells border the Riemann problem is solved using AUSM scheme. This approach is compared with standard algorithm for solving Riemann problem. The calculation results of hydrogen-air mixture burning in scramjet combustor are presented.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время разработка численных методов газодинамических расчетов в областях сложной формы имеет большое практическое и научное значение. При этих расчетах очень важную роль играет выбор расчетной сетки. В то время как в областях простой формы можно обойтись одноблочной структурированной сеткой, в сложных областях приходится строить многоблочные сетки, для чего необходимо разбить область на простые подобласти, построить в них одноблочные сетки и сопрячь их друг с другом. Автоматически выполнить этот процесс для действительно любой геометрии на сегодняшний день практически не возможно. Одним из методов решения этой проблемы является использование неструктурированных сеток.

Для решения задачи методом конечного объема можно использовать схему Годунова [1], которая обладает хорошей физической обусловленностью и не требующую введения искусственной вязкости. В этой схеме используется автомодельное решение задачи распада разрыва (задачи Римана). Для точного решения задачи Римана требуется довольно трудоемкая итерационная процедура [2]. Однако на данный момент предложено множество методов приближенного решения задачи Римана, что делает метод Годунова достаточно эффективным для решения задачи на неструктурированных сетках. В данной работе для решения задачи Римана используется схема AUSM [3]. Ниже будет представлено сравнение этого подхода со стандартной итерационной процедурой расчета распада разрыва.

В работе [4] подробно описана расчетная схема для случая совершенного однокомпонентного газа. В ней же на примере тестовых задач проводится сравнение с расчетами других авторов. Данная работа является

продолжением [4], поэтому основное внимание здесь будет уделено специфике расчетов многокомпонентной смеси и применению данной расчетной схемы к конкретной задаче горения водородовоздушной смеси в гиперзвуковом прямоточном воздушно-реактивном двигателе (ГПВРД), основные параметры которого взяты из [5].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

2.1. Система уравнений

Рассматриваемая двумерная задача течения вязкого многокомпонентного газа описывается уравнениями Навье–Стокса, имеющими вид:

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \text{div} \mathbf{F} = \text{div} \mathbf{G} + \mathbf{w}_{chem}, \quad (1)$$

$$\mathbf{w} = (\rho \quad \rho Y_k \quad \rho u \quad \rho v \quad e)^T,$$

$$\mathbf{w}_{chem} = \left(0 \quad m_k W_k \quad 0 \quad 0 \quad -\sum_{k=1}^{N_s} h_k m_k W_k \right)^T,$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho Y_k u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e+p) \end{pmatrix} \mathbf{i} + \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho Y_k v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ v(e+p) \end{pmatrix} \mathbf{j},$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho D_k (\partial Y_k / \partial x) \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{yx} - q_x \end{pmatrix} \mathbf{i} + \begin{pmatrix} 0 \\ \rho D_k (\partial Y_k / \partial y) \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} - q_y \end{pmatrix} \mathbf{j},$$

где \mathbf{w} – столбец консервативных переменных; \mathbf{F} – вектор конвективного потока; \mathbf{G} – вектор вязкого потока; ρ – плотность; p – давление; u, v – компоненты вектора скорости; e – полная энергия в единице объема; Y_k, m_k, h_k, W_k, D_k – соответственно массовая доля, молярная масса, энтальпия образования, скорость образования и коэффициент диффузии k -го компонента; τ – тензор вязких напряжений; q – тепловой поток.

Данная система замыкается уравнением состояния совершенного газа:

$$p = (\gamma - 1)U = (\gamma - 1)[e - 0.5\rho(u^2 + v^2)].$$

Здесь U – внутренняя энергия в единице объема; $\gamma = c_p/c_v$; c_p, c_v – удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме соответственно.

Тензор вязких напряжений записывается в виде:

$$\tau = \mu \begin{pmatrix} \frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \end{pmatrix},$$

где μ – коэффициент вязкости, вычисляемый по формуле Сазерленда:

$$\mu = 1.458 \times 10^{-6} T^{1.5} \frac{1}{110.4 + T} \left(\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} \right).$$

Тепловой поток задается соотношением:

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T,$$

где T – температура; λ – коэффициент теплопроводности, определяемый по коэффициенту вязкости через число Прандтля:

$$\lambda = \mu \frac{\gamma R_M}{0.72(\gamma - 1)} \left(\frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{К}} \right).$$

2.2. Химические реакции

В качестве модели горения водородовоздушной смеси выбрана следующая система реакций:

1. $\text{H}_2 + \text{M} = \text{H} + \text{H} + \text{M}$
2. $\text{O}_2 + \text{M} = \text{O} + \text{O} + \text{M}$
3. $\text{H}_2\text{O} + \text{M} = \text{OH} + \text{H} + \text{M}$
4. $\text{OH} + \text{M} = \text{O} + \text{H} + \text{M}$
5. $\text{H}_2\text{O} + \text{O} = \text{OH} + \text{OH}$
6. $\text{H}_2\text{O} + \text{H} = \text{OH} + \text{H}_2$
7. $\text{O}_2 + \text{H} = \text{OH} + \text{O}$
8. $\text{H}_2 + \text{O} = \text{OH} + \text{H}$

Данная схема является редукцией модели, состоящей из 25 реакций и описанной в [7]. Константы указанных реакций также брались из [7]. Там же обсуждается влияние выбора кинетической модели на процесс горения смеси.

2.3. Параметры набегающего потока

Предполагается, что аппарат летит со скоростью, соответствующей числу Маха $M_0 = 14$ в разреженной атмосфере, но на вход в двигатель попадает поток, сжатый и разогретый системой ударных волн (рис.1).

Параметры этого потока представлены в табл. 1. Выбор этих параметров основан на данных статьи [7].

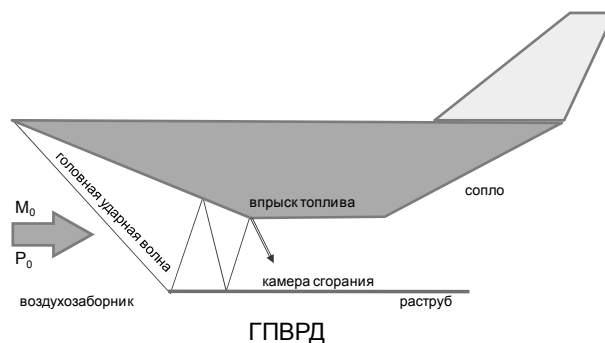


Рис. 1. Схема гиперзвукового летательного аппарата

Таблица 1. Параметры потока на входе в ГПВРД

Число Маха на входе	5.21
Скорость на входе	4272 м/с
Давление на входе	2 атм
Температура на входе	1500 К
Температура стенки	1100 К
Число Маха при впрыске	0.46
Скорость при впрыске	600 м/с
Давление при впрыске	10 атм
Температура при впрыске	300 К
Угол впрыска	1.5°

2.4. Исходная геометрия двигателя

Геометрия расчетной области изображена на рис. 2. Основные размеры и конфигурация двигателя взяты из [5]. Двигатель имеет плоскую форму, полная длина двигателя составляет 140 см, толщина 17.7 см, длина камеры сгорания 100 см. Такая длина необходима, чтобы достаточная доля водорода успевала сгорать до выхода из камеры.

Расчетная сетка представлена на рис. 3. Число ячеек этой сетки составляет 43710. Сгущение ячеек произведено в области пограничного слоя и в области ударных волн на входе в камеру сгорания. Данная расчетная сетка является достаточно грубой для точного определения потоков и служит для получения промежуточных результатов, которые могут потом быть уточнены на более подробной сетке.

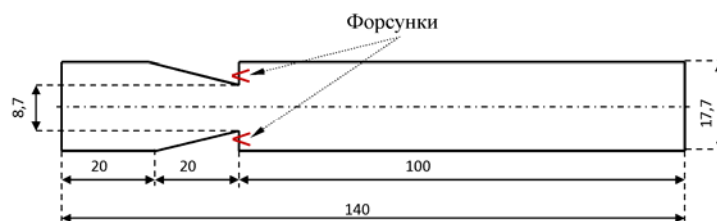


Рис. 2. Геометрия ГПВРД

3. ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА

3.1. Расчет химических реакций

Для расчета реакций в смеси, состоящей из N частиц, на каждом шаге по времени для каждой ячейки интегрируется система из $N+1$ уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial Y_k}{\partial t} = W_k + F_k \\ \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{c_v} \sum_{k=1}^{N_{sp}} H_k W_k + F_T \end{cases} \quad (2)$$

Здесь F_k – правая часть, обусловленная уравнением переноса (конвекция и диффузия); T – температура в ячейке; H_k – энтальпия образования k -го компонента.

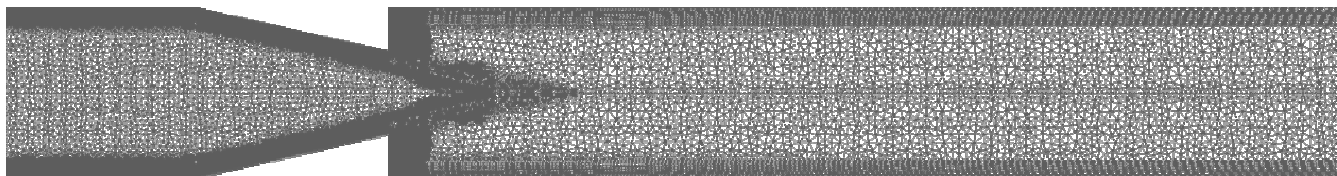


Рис. 3. Расчетная сетка

Интегрирование происходит по времени $t = 0 \dots \tau$, где τ – временной шаг интегрирования уравнений Навье–Стокса. При этом в процессе интегрирования учитывается изменение температуры и соответствующее изменение констант скорости реакций. После того, как интегрирование системы уравнений завершено, по температуре определяется новое значение энергии в ячейке:

$$e = \rho(c_v T + V^2/2).$$

Система уравнений (1) является жесткой, поэтому для её интегрирования применяется специальный пакет ODEPACK, использующий метод Гира пятого порядка [6].

3.2. Использование схемы AUSM для решения задачи Римана

Для ускорения расчета параметров распада разрыва использовалась схема AUSM [3]. Для оценки эффективности этого алгоритма сравнение с «точным» решением, полученным с помощью итерационной процедуры Годунова, производилось на отдельной тестовой задаче (течение в канале с выпуклостью), в которой не учитывались диссипативные слагаемые.

В результате сравнение показало, что скорость расчета при использовании AUSM вырастает в более чем два раза по сравнению с алгоритмом Годунова.

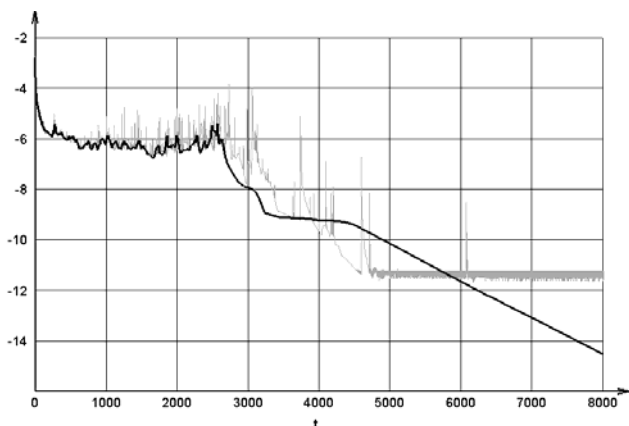


Рис. 4. График невязки при решении задачи Римана: черный – AUSM, серый – алгоритм Годунова

Графики невязки для обоих алгоритмов показаны на рис. 4. Здесь метод Годунова выходит на констан-

ту вследствие ограничения по точности, до которой сходится итерационная процедура. На графике хорошо видно, что AUSM дает более гладкую невязку.

В качестве сравнения решений на рис. 5 представлены профили давлений на стенки, полученные двумя алгоритмами.

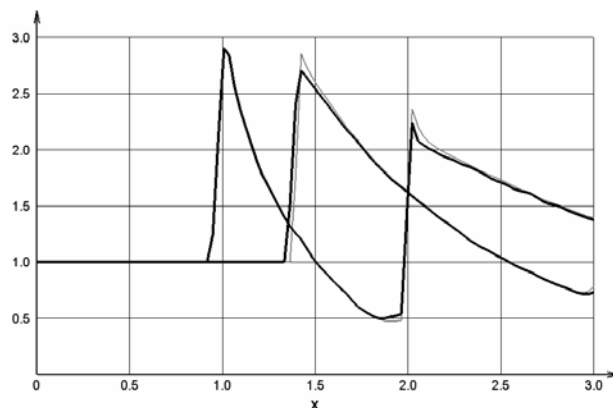


Рис. 5. Давление на стенках: черный – AUSM, серый – алгоритм Годунова

Отличия между схемами хорошо заметны только вблизи критических точек. Также из рисунка видно, что схема Годунова дает немного более гладкое решение. Однако в целом решения, полученные двумя алгоритмами, совпадают с достаточно хорошей точностью. Это позволяет считать схему AUSM вполне приемлемой для данной задачи.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчеты велись с использованием параметров, указанных в табл. 1. При этом для оценки влияния химических реакций на общую картину течения и оценки их энерговклада расчет проводился также и в режиме, где химические реакции не учитывались, т.е. в этом случае в системе (1) полагалось $W_k = 0$.

Результаты расчетов представлены на рис. 6–9. На рис. 6 показана картина течения на входе в камеру сгорания. Видна вихревая структура течения вблизи с зонами впрыска топлива.

Рис. 7 демонстрирует тепловыделение в результате химических реакций. В правой части камеры, где идет интенсивное горение водородовоздушной смеси, температура увеличивается, а в районе пересечения ударных волн на входе в камеру, где начинаются процессы диссоциации – уменьшается.

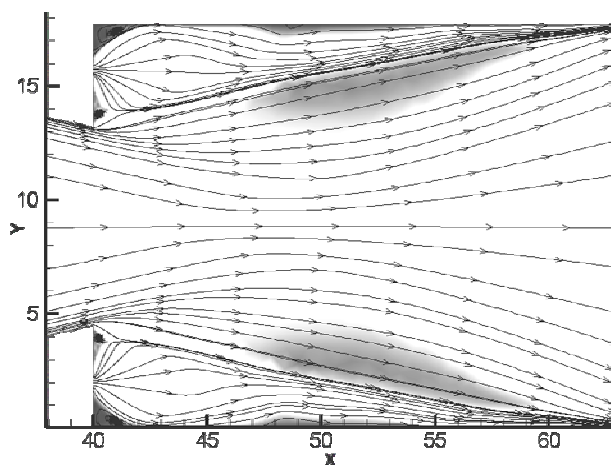


Рис. 6. Линии токов на входе в камеру сгорания

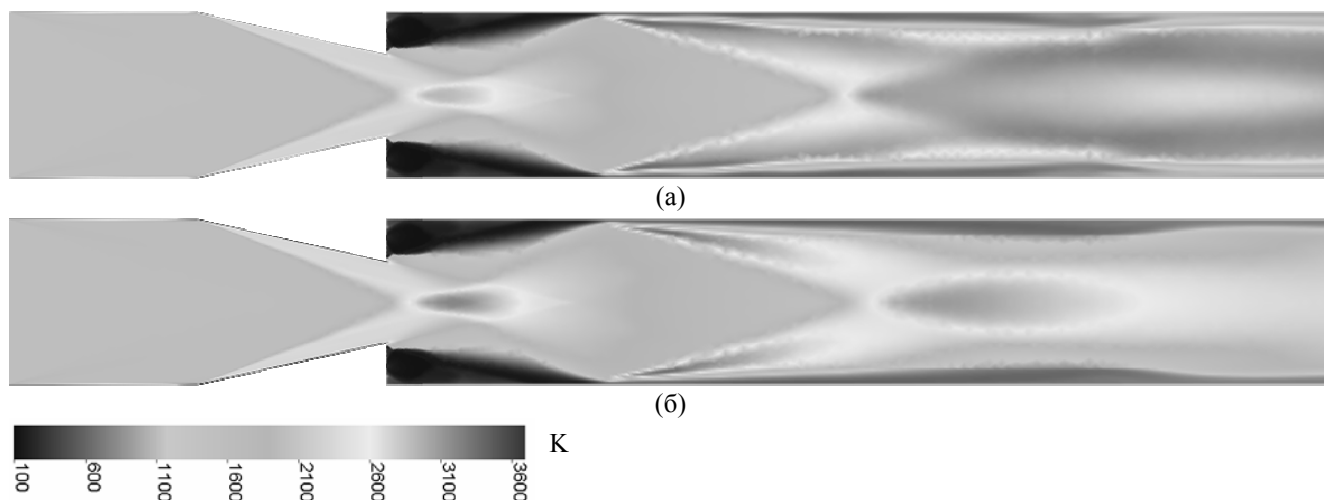


Рис. 7. Распределение температуры в двигателе: а – с учетом химических реакций, б – без химических реакций

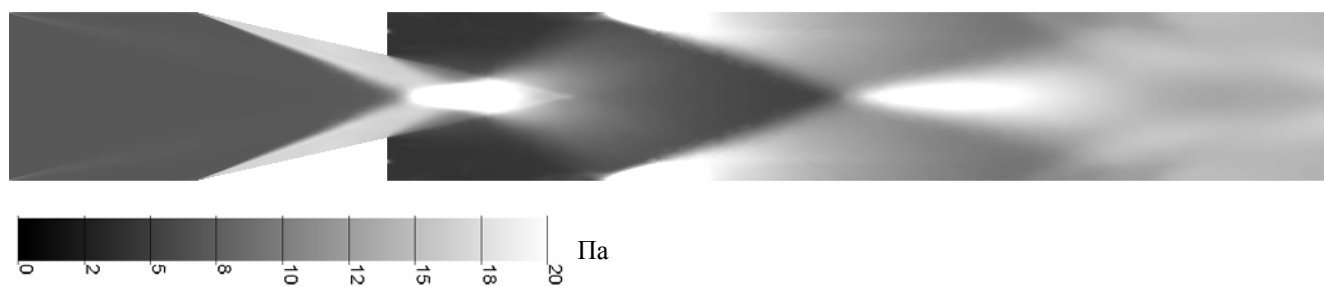


Рис. 8. Распределение давления в двигателе

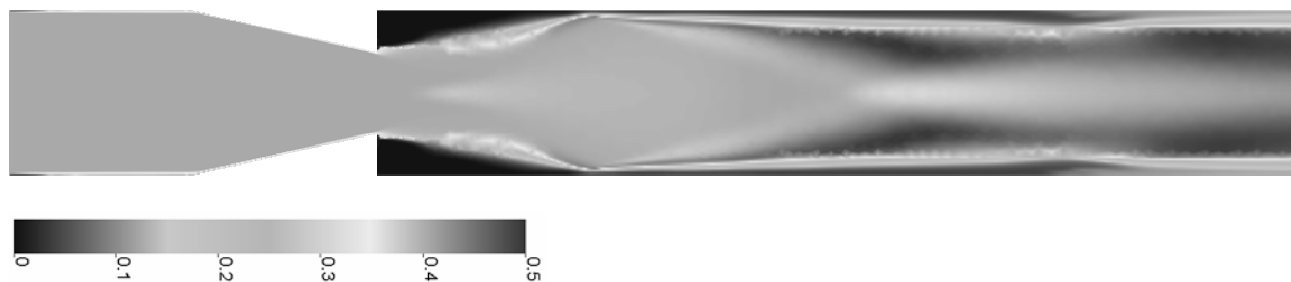


Рис. 9. Распределение концентрации H_2O в двигателе

Отметим, однако, что в большей степени наличие химических реакций приводит к повышению давления, а не температуры. На рис. 8. заметно существ-

венное повышение давления на выходе из камеры сгорания – в среднем на 2 атм по сравнению с вариантом без химических реакций.

На рис. 9 хорошо видно образование паров воды в правой части камеры. Повышение концентрации воды составляет в этом участке порядка 20 %, что говорит об удовлетворительной степени протекания реакции внутри камеры сгорания.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках разработанного кода проведено сравнение результатов решения тестовой задачи, полученных при решении задачи Римана методом Годунова и AUSM. Сравнение показало преимущества AUSM в высокой скорости и гладкости невязки в ущерб незначительным отклонениям от «точного» решения.

Проведен тестовый расчет течения водородовоздушной смеси в ГПВРД. Результаты расчетов показали стабильность численной схемы и адекватность построенной численной модели.

Дальнейшее развитие вычислительной модели предполагает учет переноса излучения в диффузионном приближении и вычисление радиационных потоков к стенкам двигателя.

Авторы благодарят В.В. Кузенова и И.А. Крюкова за оказанную помощь при разработке расчетного кода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений гидродинамики // Матем. сб., 47(89):3 (1959), 271–306.
2. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., Наука, 1976.
3. Liou M.-S., Steffen C.A New Flux Splitting Scheme // J. Comput. Phys., Vol. 107, 23-39, 1993.
4. Котов Д.В., Суржиков С.Т. Двумерный расчет течений вязкого газа на неструктурированных сетках // Труды школы-семинара “Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем”, ИПМех РАН, 2-3 декабря 2008 г, Москва.
5. Nelson H.F. Radiative Heating in Scramjet Combustors. // J. of Thermophysics and Heat Transfer, Vol. 11, No 1, p. 59, 1997.
6. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990.
7. Evans, John S.; Schexnayder, Charles J., Jr. Influence of Chemical Kinetics and Unmixedness on Burning in Supersonic Hydrogen Flames // AIAA Journal, vol. 18, issue 2, pp. 188–193.