

# Ablative Heatshield Evolution Calculation by Level Set Method

Dmitry Minyushkin

Federal State Unitary Enterprise «Central Research Institute of Machine Building» (FSUE TsNIIMash), 141070, Korolev, Russia  
dmitriy.minushkin@gmail.com

## Abstract

A computational method for 3D calculation of thermal protection material is proposed. Computational method is based on Level Set Method. The way to increase effectiveness of computation the ablated heatshield is presented. Computational method is verified by compare with analytical solution. Computations are provided by free CFD package OpenFOAM.

Keywords: heatshield, ablation, Level Set Method, OpenFOAM.

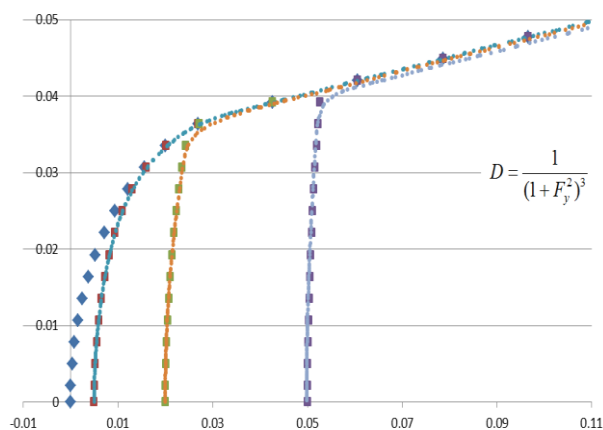


Fig.1. Comparison of results. The result of analytical solution is plotted by marker points. The LSM method result is plotted by colored small markers.

УДК 532.526.3:533.6.011.6

# Расчет эволюции уносимой теплозащиты методом поверхностей уровня

Д.Н. Минюшкин

ФГУП ЦНИИмаш, Королёв  
dmitriy.minushkin@gmail.com

## Аннотация

В статье представлен вычислительный метод расчёта трёхмерного уноса теплозащитного материала. Вычислительный метод основан на использовании метода поверхностей уровня (Level Set Method). Предложен способ повышения эффективности проведения вычислений. Проведена верификация метода через сравнение численных результатов с аналитическим решением. Расчёты проводились с помощью разработанной программы и пакета OpenFOAM.

Ключевые слова: тепловая защита, абляция, метод поверхностей уровня, Level Set Method, OpenFOAM.

## 1. Введение

Высокая энтальпия набегающего потока приводит к повышенным тепловым потокам на поверхность летательных аппаратов, движущихся в атмосфере с гиперзвуковыми скоростями, и как следствие, порождает унос теплозащитного материала. Разрушение и унос материала приводит к изменению формы объекта и, тем самым, оказывает ощутимое влияние на аэродинамику аппарата, тепловые потоки к его поверхности и внутренний прогрев.

С помощью метода поверхностей уровня (Level Set Method) решаются многие задачи о движении фронта поверхности [1]. В частности, метод применяется для расчёта движения контактных разрывов [2], используется в программном комплексе COYOTE (Sandia National Laboratories) [3] для расчёта уноса и прогрева теплозащиты.

Моделирование процесса уноса предполагает описание нескольких фундаментальных составляющих данного явления — модели разрушения материала, способа вычисления тепловых и силовых нагрузок и метода расчёта движения внешней границы теплозащитного материала [4].

В работе предложена методика численного моделирования, основанная на модифицированном методе поверхностей уровня, и проведена верификация этого метода. Сравнение результатов расчётов проводилось с аналитическим решением модельной задачи [5]. Тестовые расчёты проводились с помощью разработанного программного модуля, реализованного на платформе открытого пакета вычислительной гидродинамики OpenFOAM ([www.OpenFOAM.org](http://www.OpenFOAM.org)).

## 2. Метод поверхностей уровня (Level Set Method)

Рассматривается задача о движении поверхности  $\Gamma(x,y,z,t) = 0$  во времени. При этом в каждый момент времени на ней задано поле нормальных скоростей  $D_n = D(x,y,z,t)$ . В данной работе для решения этой задачи используется метод поверхностей уровня [1]. Для простоты, изложение проведём для двумерного случая. Обобщение на трёхмерные задачи следует непосредственно из нижеизложенного.

Введём функцию  $\varphi(x,y,t)$  такую, что нулевой уровень функции  $\varphi$  определяет поверхность  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \{(x, y) \in M : \varphi(x, y, t) = 0\}$$

где  $M$  – расчётная область, геометрия которой позволяет включить в себя исследуемую границу в любой момент времени расчёта.

Основная идея метода поверхностей уровня заключается в том, чтобы отслеживать перенос функции  $\varphi(x,y,t)$  по времени в поле скоростей. Оно задаётся следующим образом: на самой границе скорость  $V = D_n \mathbf{n}_\Gamma$  ( $\mathbf{n}_\Gamma$  – вектор нормали к поверхности  $\Gamma$ ), а в её окрестности модуль поля скоростей  $\mathbf{V}$  является достаточно гладким и близким по модулю к скорости движения границы  $D_n$ . Функция  $\varphi(x,y,t)$  удовлетворяет следующему уравнению переноса в каждой точке пространства:

$$\varphi_t + \mathbf{V} \cdot \nabla \varphi = 0 \tag{3}$$

В начальный момент времени знакопеременная функция  $\varphi$  задаётся как расстояние от данной точки  $(x,y)$  до границы: положительное, если точка находится вне тела и отрицательное, если точка находится внутри тела.

$$\varphi(x, y, 0) = \begin{cases} +d, (x, y) \in \Omega_{\text{внеш}} \\ 0, (x, y) \in \Gamma \\ -d, (x, y) \in \Omega_{\text{внут}} \end{cases}, \tag{1}$$

где  $d$  – расстояние от границы до точки  $(x,y)$ .

На границе для  $\varphi(x,y,t)$  ставится условие  $\partial \varphi / \partial n = -1$ .

Для примера, на рис 1. показана граница  $\Gamma$  в форме квадрата на плоскости XY.

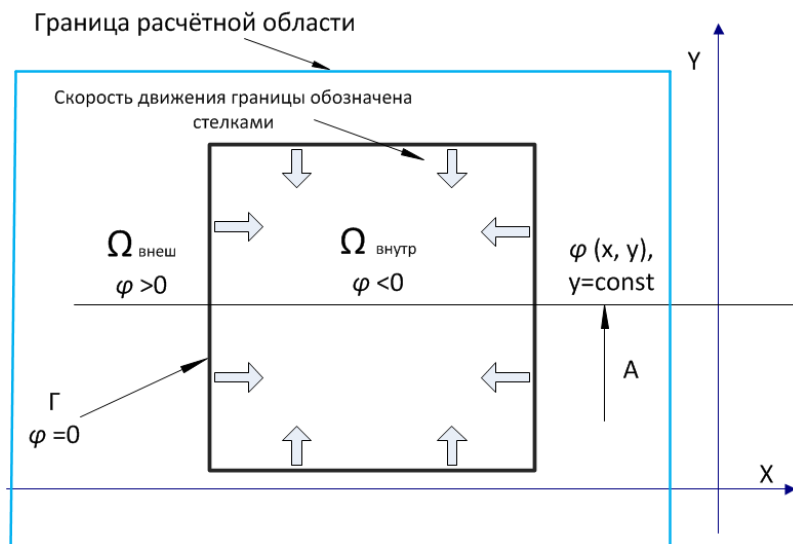


Рис.1. Схематическое изображение границы  $\Gamma$  в форме квадрата на плоскости с движущимися внутрь гранями

Поле скоростей необходимо задать во всей расчётной области, а не только на поверхности  $\Gamma$ . Для иллюстрации, на рис. 2 показаны значения знакопеременной функции  $\varphi(x,y,0)$  расстояния и поля скорости движения границы вдоль оси A (сечение  $y = const$  на рис.1).

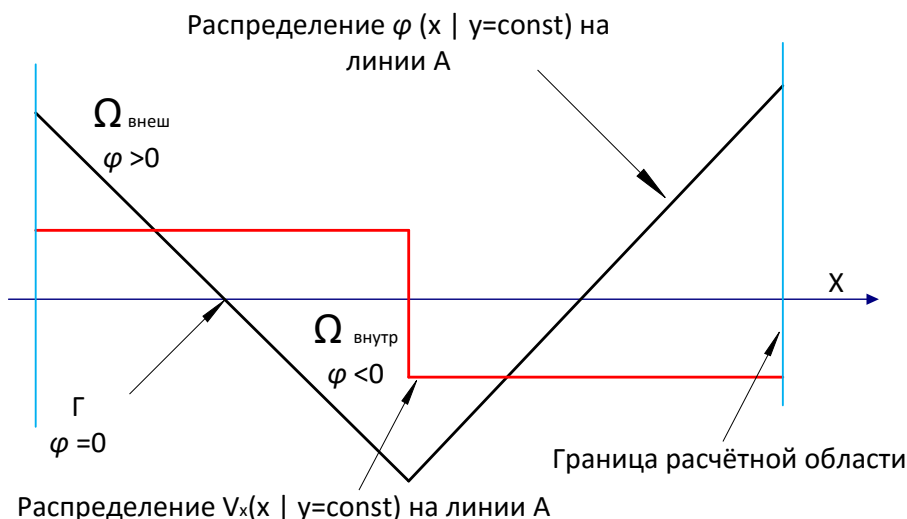


Рис.2. Распределение значений знакопеременной функции расстояния  $\varphi(x,y,0)$  и поля проекции скорости  $\mathbf{V}(x,y,0)$  на ось X вдоль оси A из рис. 1

Способы задания полей  $\varphi(x,y,t)$  и  $\mathbf{V}(x,y,t)$  могут быть различные, некоторые из них приведены в [1,2].

В нашем случае  $D_n$  линейная скорость уноса теплозащиты, которая определяется из условия баланса массы и энергии на границе [3].

#### 4. Модификация метода поверхностей уровня

Процесс разрушения теплозащиты имеет некоторые особенности:

1. Скорость разрушения всегда направлена внутрь тела по нормали,
2. В процессе эволюции поверхности могут возникать особые, угловые точки.

Для аккуратного представления поверхности в метод поверхностей уровня необходимо использовать очень подробные сетки с большим количеством узлов. Это требует значительных вычислительных ресурсов. Для повышения производительности расчётов первая особенность позволяет сократить расчётную область: достаточно рассмотреть окрестность внутри тела размером несколько больше перемещения поверхности за один временной шаг. Это требует изменения в построении знакопеременной функции расстояния  $\varphi(x,y,0)$  и уравнение (1) принимает вид:

$$\varphi(x, y, 0) = \begin{cases} 0, (x, y) \in \Gamma \\ -d, (x, y) \in \Omega_{\text{внут}} \\ |d| > D_{\text{max}} \Delta t \end{cases}, \quad (4)$$

где  $D_{\text{max}}$  – максимальная скорость уноса,  $\Delta t$  – шаг по времени.

Для корректного решения уравнения (3) при расчёте в окрестности необходимо задать граничные условия для  $\varphi(x,y,t)$ . В [1] показано, что для знакопеременной функции расстояния градиент в окрестности по модулю равен 1, скорость движения всегда направлена внутрь тела, поэтому граничные условия для внутренней и внешней границы расчётной области будут: для границы  $\partial\varphi/\partial n = -1$ , для внутренней границы расчётной области  $\partial\varphi/\partial n = 1$ . На рис. 3 и 4 отражены значения функции  $\varphi(x,y,0)$  и  $\mathbf{V}(x,y,0)$  на примере двумерной границы в виде квадрата.

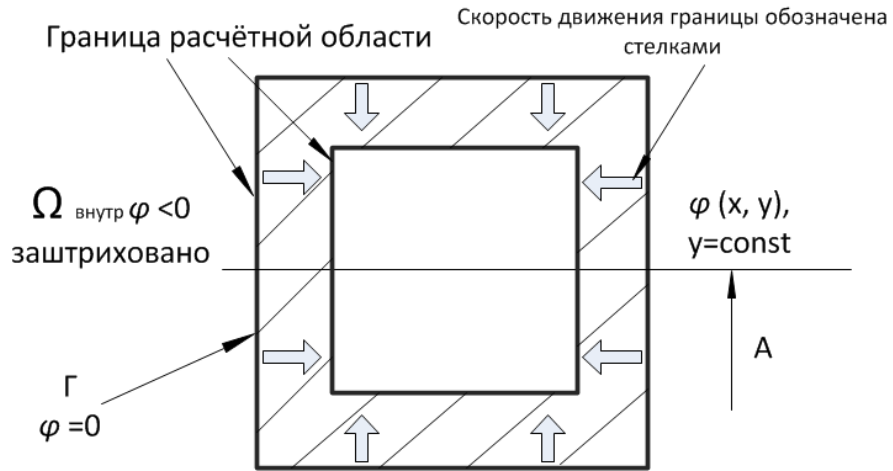


Рис.3. Схематическое изображение границы в форме квадрата на плоскости с движущимися внутрь границами с изменённой расчётной областью

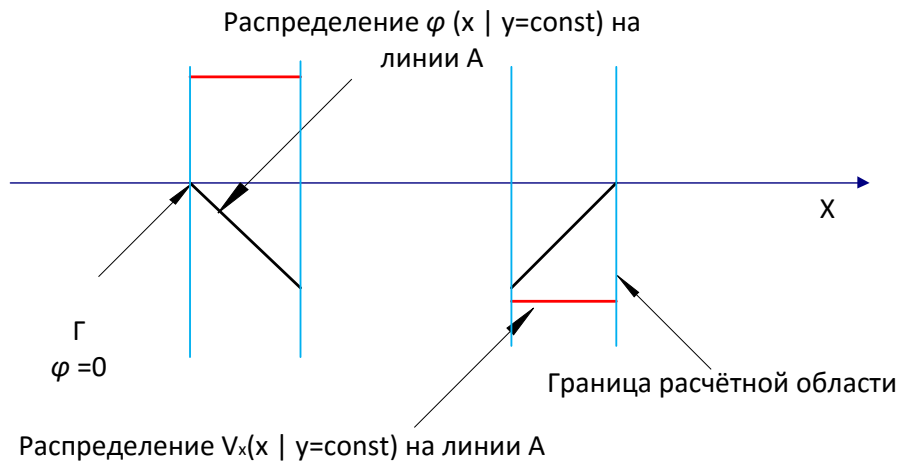


Рис.4. Распределение значений знакопеременной функции расстояния  $\varphi(x, y, 0)$  и поля проекции скорости  $\mathbf{V}(x, y, 0)$  на ось X вдоль оси A из рис. 3. Чёрной линией обозначено значение  $\varphi(x, y, 0)$ , красной – проекция скорости  $\mathbf{V}(x, y, 0)$ , синей – граница расчётной области

Для аккуратного расчёта движения поверхности в окрестности угловых точек в рамках данной работы предлагается перестраивать сетку на каждом шаге интегрирования. Алгоритм построения должен давать возможность строить ячейки хорошего качества на углах и рёбрах поверхности. Таким образом мы избавляемся от необходимости заранее отдельно учитывать возможные особенности при появляющихся изломах поверхности.

Принципиальная схема расчёта представлена на рис. 5.

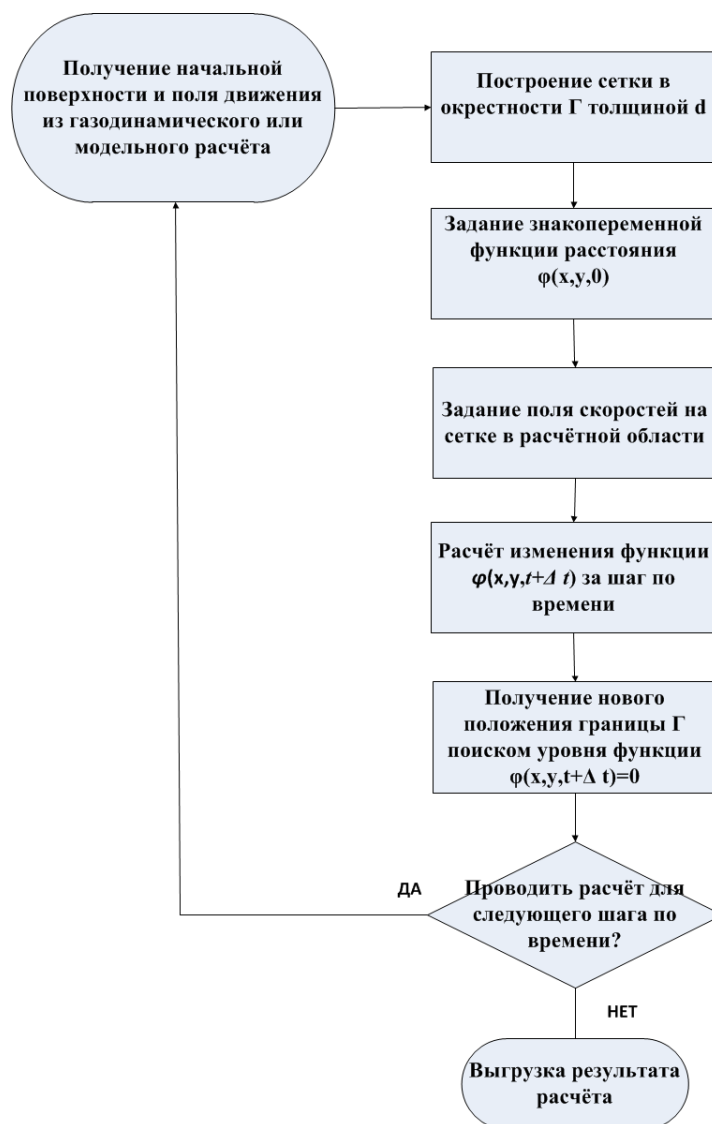


Рис.5. Принципиальная схема расчёта с использованием модификации метода поверхностей уровня для задач расчёта уноса теплозащиты

1. Получение формы исходной поверхности  $\Gamma(x,y,z,0)=0$  и поля нормальных скоростей  $D_n=D(x,y,z,0)$ . Для расчёта движения границы теплозащиты поверхность и скорость её движения являются исходными данными. Источником данных может быть расчёт внешнего обтекания, расчёт скорости уноса из баланса массы и энергии на границе, или, как в данной постановке, модельная зависимость скорости уноса от положения поверхности теплозащиты.
2. Построение расчётной сетки в окрестности  $\Gamma(x,y,z,0)=0$  толщиной  $d$  в соответствии с (4).
3. Задание знакопеременной функции расстояния  $\varphi(x,y,0)$  в соответствии с (4).
4. Задание поля скоростей в расчётной области. Типичная расчётная сетка показана на рис 7.
5. Расчёт изменения функции  $\varphi(x,y,t+\Delta t)$  за шаг по времени в соответствии с (3).
6. Определение нового положения границы  $\Gamma(x,y,z,t+\Delta t)=0$  путём нахождения уровня  $\varphi(x,y,t+\Delta t)=0$ . Алгоритм поиска может быть различным.
7. Проведение расчёта на следующем шаге по времени.

## 5. Верификация расчёта изменения уносимой теплозащиты, реализованного с помощью пакета программ OpenFOAM

Рассмотрим верификацию метода для расчёта уноса трёхмерных обгарных форм с возникающими особыми точками. Для реализации общего алгоритма использовался пакет OpenFOAM.

В процессе изменения формы под действием тепловых потоков возникают особые угловые точки, подробно исследованные в работе [6]. В работе [5] предложено аналитическое решение модельной задачи по расчёту изменения двумерной формы.

Зависимость скорости уноса предполагает возникновение угловых точек в процессе расчёта. Поэтому, для подтверждения пригодности метода поверхностей уровня при моделировании уноса теплозащиты рассмотрим модельную задачу из [5] об изменении формы уносимого тела. Для моделирования изменения формы характерного для ламинарного режима теплообмена модельная скорость уноса предложена в следующем виде:

$$D = \frac{1}{(1 + F_y^2)^3}$$

$D$  – скорость уноса поверхности,  $F_y$  – тангенс угла наклона поверхности к оси  $X$ .

Численный расчёт уноса производился в трёхмерной постановке. Начальная форма представляет собой затупленный по сфере конус (рис.6). Сечение пространственной сетки в начальный момент представлена на рис. 7.

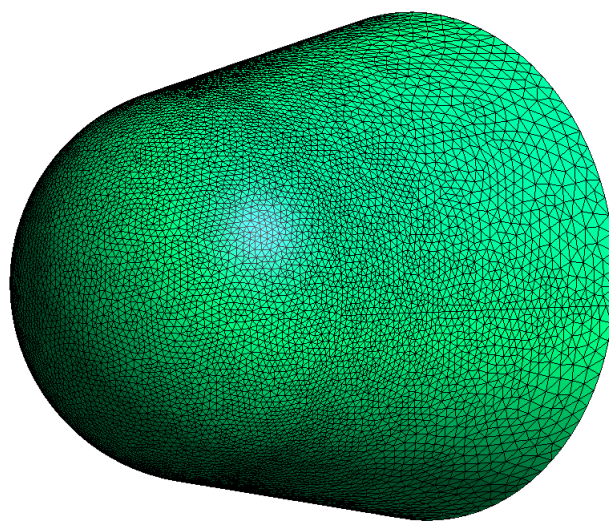


Рис.6. Начальная форма затупленного по сфере конуса для проведения расчёта

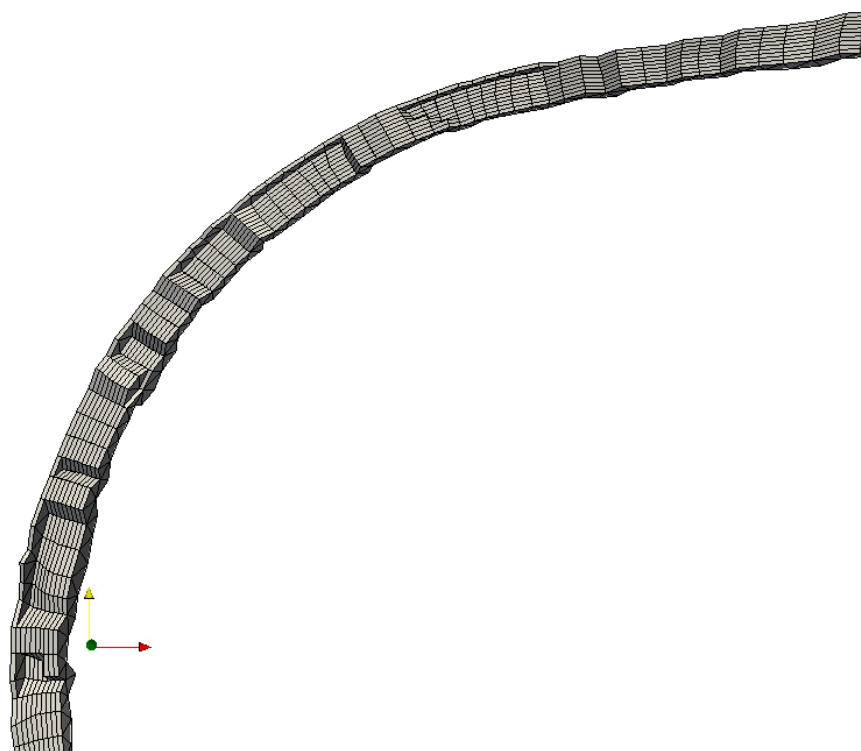


Рис.7. Сечение расчётной сетки, построенной в окрестности начальной формы затупленного по сфере конуса

На рис. 8 показано распределение нормальной скорости для начальной формы поверхности, на рис. 9 – в процессе расчёта.

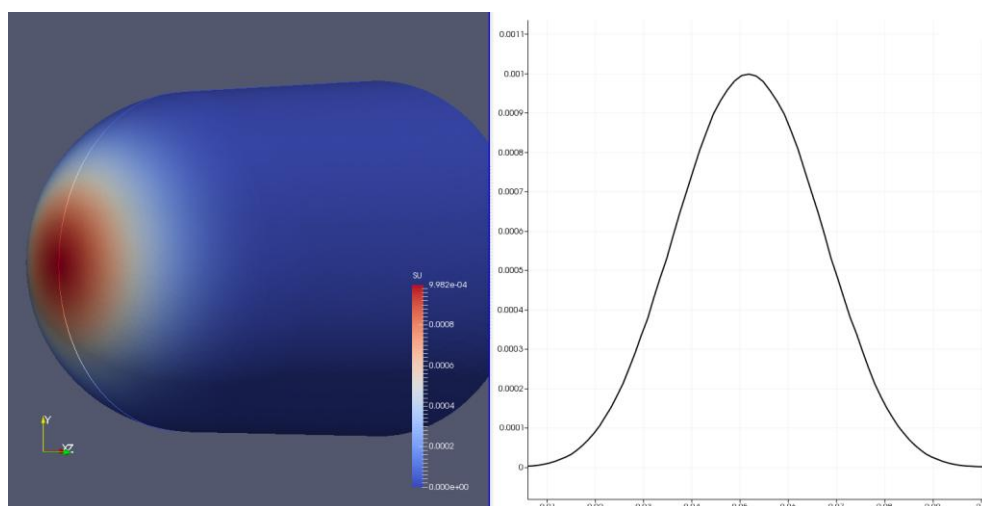


Рис.8. Распределение скорости перемещения на поверхности и в плоскости симметрии для начальной формы  $t = 0$



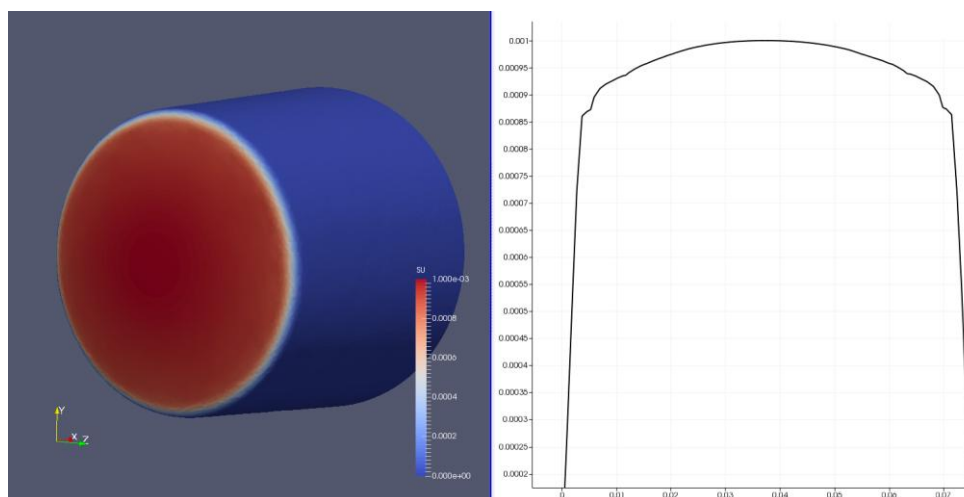


Рис.9. Распределение скорости перемещения на поверхности и в плоскости симметрии для начальной формы  $t = 25$

На рис. 10 приведено сравнение результатов расчёта с аналитическим решением. Крупными маркерами обозначено аналитическое решение, расчёт на основе метода поверхностей уровня показан мелкими маркерами. Видно удовлетворительное совпадение, что позволяет сделать вывод о пригодности модифицированного метода для расчёта изменения формы с образованием ребёр в трёхмерной постановке.

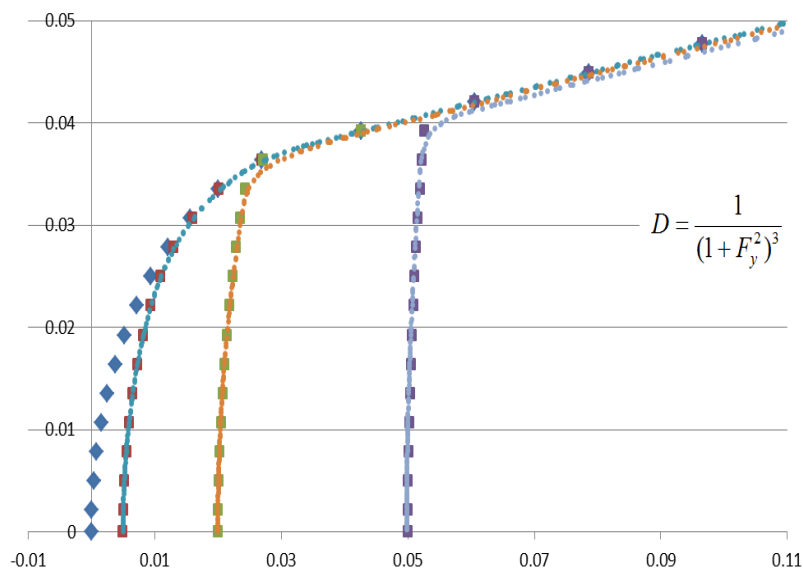


Рис.10. Сравнение результатов расчёта изменения формы на основе метода поверхностей уровня с аналитическим решением

Стоит указать вычислительную трудоёмкость одного шага по времени. Использовалась поверхностная сетка состоящая из 25 000 ячеек, пространственная - из 250 000 ячеек. На таких сетках шаг по времени делается в течении 30с с использованием одного ядра процессора Intel(R) Core(TM) i7-3820 CPU, 3.60GHz. Построение расчётной сетки при этом занимает около 40с на GeForce GTX TITAN.

## 6. Заключение

В методе поверхностей уровня необходимо повышать размерность задачи – для слежения за изменением двумерной поверхности нужно задавать значение знакопеременной функции расстояния и решать уравнение переноса в трёхмерной расчётной области. Это приводит к высоким затратам вычислительных ресурсов.

Важным преимуществом является возможность сквозного расчёта движения поверхностей сложной формы: с изломами и неодносвязанной топологией. Это позволяет использовать метод для расчёта движения уносимой теплозащиты.

## Литература

1. Osher, S., Fedkiw., R., Level Set Methods and Dynamic Implicit Surface, Applied Mathematical Sciences, vol. 153, 2003.
2. Y. V. Nevmerzhitskiy and S. E. Yakush, Numerical modelling of shock waves and detonation in complex geometries, arXiv:1212.2838 [physics.comp-ph].
3. David K. Gartling, Roy E. Hogan, and Micheal W. Glass, COYOTE - A Finite Element Computer Program for Nonlinear Heat Conduction Problems Part I - Theoretical Background, SANDIA REPORT SAND2009-4926 Unlimited Release, 2010
4. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б., Тепловая защита, «Энергия», Москва, 1976.
5. Коняев В.Г. Аналитическое исследование изменения формы аблирующих тел при их движении в атмосфере со сверхзвуковыми скоростями, Учёные записки ЦАГИ, 1974, №6.
6. Лунёв В.В. Некоторые свойства и решения уравнения абляции, МЖГ, 1977, №3.

Статья поступила в редакцию 9 марта 2017 г.