

Unsteady Flow in Dual-Bell Nozzle with Movement of Extendible Section from Initial to Working Position

V. Emelyanov¹, K. Volkov¹, M. Yakovchuk¹

¹*Baltic State Technical University,
St Petersburg, 190005, Russia
dsci@mail.ru*

Abstract

The use of extendible nozzles in propulsion systems is one of potential way to increase the nozzle expansion ratio and the specific thrust. Numerical simulation of the supersonic turbulent flow of a viscous compressible gas in a dual-bell nozzle is considered. The displacement of the extendible section of the nozzle from the initial to the working position is taken into account. Numerical calculations are based on the Reynolds-averaged Navier–Stokes equations and equations of SST turbulence model, and sliding meshes. Unsteady structure of the flow formed when the nozzle is restored to service, and the topological features of the flow and relationships between flow quantities are studies. A variation of the force applied to the nozzle walls when the reactive jet flows out is discussed.

Keywords: solid rocket nozzle, dual-bell nozzle, thrust.

УДК 532.542.2

Нестационарное течение в двухконтурном сопле с учетом перемещения его выдвигной секции из сложенного в рабочее положение

К.Н. Волков¹, В.Н. Емельянов¹, М.С. Яковчук¹

¹*Балтийский государственный технический университет,
Россия, Санкт-Петербург, 190005, 1-я Красноармейская ул., 1
dsci@mail.ru*

Аннотация

Применение раздвижных сопел в двигательных установках является одним из способов увеличения геометрической степени расширения сопла и удельного импульса тяги. Рассматривается численное моделирование сверхзвукового турбулентного течения вязкого сжимаемого газа в двухконтурном сопле с учетом перемещения раздвижной части сопла из исходного в рабочее положение. Для численных расчетов используются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса, замкнутые при помощи уравнений SST-модели турбулентности, и подвижные сеточные структуры. Изучается нестационарная структура потока, формирующегося при приведении сопла в рабочее положение, а также исследуются топологические особенности потока и взаимосвязи между параметрами течения. Обсуждается изменение силы, приложенной к стенкам сопла, при истечении реактивной струи из сопла.

Ключевые слова: двигатель, раздвижное сопло, сила тяги, численное моделирование.

1. Введение

При создании перспективных ракетных двигателей важной задачей является повышение энергетических характеристик двигательной установки, в частности, удельного импульса тяги. Максимум удельного импульса тяги достигается при расширении продуктов сгорания топлива до давления окружающей среды. Широкое применение находят сопла неизменяемой геометрии с небольшой степенью расширения, что приводит к ограничениям удельного импульса и массы полезного груза. Увеличение степени расширения сопла позволяет получить заметный прирост удельного импульса тяги.

На практике применяются различные технические решения по увеличению степени расширения сопла. В условиях габаритных ограничений, накладываемых на продольный и поперечный размер изделия, геометрическая степень расширения сопла повышается за счет использования конструктивных схем сопел с переменной степенью расширения [1]: с жесткими выдвигаемыми насадками, гибкими раструбами, лепестковыми раструбами.

В современных конструкциях применяются раздвижные (телескопические) сопла с жесткими выдвигаемыми насадками (extendible nozzle) [2]. В сложенном (исходном) положении выдвигаемые насадки размещаются у заднего днища двигателя, а в выдвинутом (рабочем) положении они образуют с неподвижной частью сопла единый газодинамический тракт для продуктов сгорания (рис. 1). Их выдвижение из сложенного положения в рабочее начинается по команде системы управления либо до запуска двигателя (холодная раздвижка), либо после его запуска (горячая раздвижка). Применение раздвижных сопел является эффективным способом повышения энергетических характеристик двигателей [3, 4]. В некоторых случаях используется более одной выдвигной секции [5, 6].

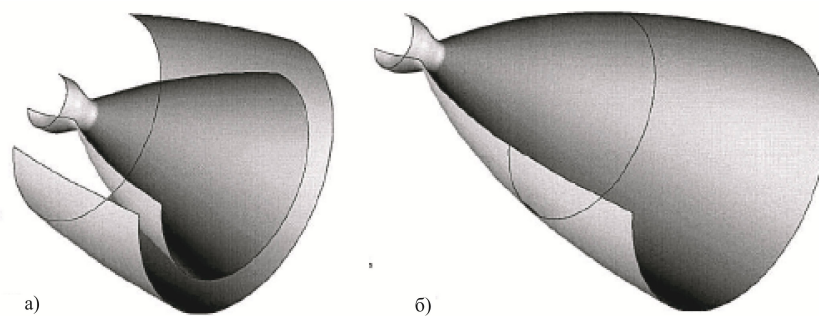


Рис. 1. Исходное (а) и рабочее (б) положение сопловой части двигателя

Увеличение геометрической степени расширения сопла приводит к перерасширенному режиму течения внутри сопла, когда на большей части контура статическое давление оказывается меньше давления в окружающей среде (на этой части контура реализуется отрицательный вклад в тягу сопла), и отрыву потока от стенки с образованием ударных волн и области возвратного течения [7–9]. Для сопловых блоков с большой геометрической степенью расширения появляется возможность возникновения динамических высокочастотных боковых нагрузок при возрастании давления в камере сгорания на этапе запуска двигателя. Боковые силы обусловлены тем, что на некоторых режимах течения реализуется отрыв пограничного слоя, имеющий существенно нестационарный и трехмерный характер [10].

Исследование двумерных отрывных течений в соплах Лавалья проводится в работах [7, 8] на основе численного решения уравнений Навье–Стокса и уравнений k – ε модели турбулентности. Численная модель позволяет с удовлетворительной степенью точности получить положение точки отрыва и уровень восстанавливаемого давления в зоне рециркуляционно-возвратного потока после точки отрыва. Ударно-волновые структуры, возникающие после отрыва, в качественном отношении согласуются с данными физического эксперимента [11]. Установлено явление газодинамического гистерезиса по положению точки отрыва и ударно-волновой структуре струи для этапов понижения и повышения давления в окружающем пространстве.

Метод учета возможных перекосов и несимметричности течения в телескопических и разрезных управляющих соплах, основанный на решении трехмерных уравнений газовой динамики методом крупных частиц, предлагается в работе [12]. Проведены расчеты течения газа в телескопическом сопловом блоке, имеющем один раздвижной насадок, и выявлены изменения относительной боковой силы и потерь осевой составляющей силы тяги в зависимости от угла перекоса соплового блока. Наличие незначительных перекосов (порядка 3–5°) в раздвижном сопловом блоке приводит к потерям осевой силы тяги в пределах 1%.

Структура потока и положение точки отрыва потока в раздвижном сопле изучаются в работах [13, 14] при помощи средств численного моделирования и данных физического эксперимента. В работе [15] проводится сравнение приращения удельного импульса тяги, которое обеспечивает выдвигающая часть сопла различной формы. Влияние геометрической степени расширения сопла, которая изменяется от 5.3 до 22, на распределение давления на стенке раздвижного сопла и отрыв потока изучается в работе [16]. В работе [17] обсуждается форма раздвижной части сопла, обеспечивающая безотрывное течение по соплу при его раздвижении. Точность различных моделей турбулентности (ламинарное течение, модель Болдуина–Ломакса, модель k – ε , модель Спалларта–Аллмареса) применительно к моделированию течения в раздвижном сопле при различных степенях расширения потока (отношение давлений варьируется от 30 до 97) сравнивается в работе [18]. Расчеты проводятся как в стационарной, так и в нестационарной постановке, что позволяет воспроизвести изменение зоны отрыва потока во времени.

Данные физического эксперимента, приведенные в работе [19], показывают, что переход к отрывному течению при малых степенях расширения сопла сопровождается колебаниями зоны отрывного течения (течение теряет осевую симметрию) и удельного импульса тяги. В работе [20] рассматривается функционирование раздвижного сопла при наличии внешних колебаний давления, а в работе [21] обсуждается гистерезис по типу отрыва при увеличении и уменьшении перепада давления. Результаты параметрических исследований, проведенных в работе [22], показывают, что свойства газа оказывают достаточно слабое влияние на распределение давления вдоль стенки сопла. Характеристики потока с достаточной степенью точности рассчитываются при помощи модели холодного газа.

Для повышения степени расширения используются сопла с некруглыми сечениями на срезе, которые обеспечивают плотную компоновку в общий блок в пределах располагаемого миделя ракеты. Этому условию отвечают сопла, имеющие на срезе форму кольцевого сектора со скругленными углами. В работе [23] предлагается метод профилирования многосопловых блока с некруглыми соплами, и проводится оценка потерь удельного импульса тяги в нем для двухфазных продуктов сгорания.

Одной из задач проектирования двигателей с раздвижным соплом является определение скорости выдвижения соплового насадка. Достаточно большие скорости выдвижения сопла приводят к возникновению ударных волн, мешающих нормальному функционированию двигательной установки. При малой скорости выдвижения вытекающий со среза сопла газ попадает в пространство (зазор) между днищем двигателя и сопловым насадком, что приводит к снижению удельного импульса.

Появление мощных расчетно-вычислительных комплексов делает возможным решение нестационарных задач внутрикамерной газовой динамики и газовой динамики сопловых течений. В то время как стационарные и нестационарные течения и процессы, протекающие в классических сопловых блоках и сопловых блоках с нетривиальной геометрией, изучены достаточно полно, перемещение выдвижной секции раздвижного сопла оказывает существенное влияние на отрыв потока и формирование зоны возвратно-циркуляционного течения. В результате этого, появляются дополнительные силы, действующие на сопловой блок, и зависящие от текущего положения выдвижной секции.

В данной работе исследуется динамика изменения силы, приложенной к стенкам выдвижной секции сопла при ее перемещении из исходного (сложенного) положения в рабочее. Моделируется течение газа внутри сопла с последующим истечением реактивной струи в окружающее пространство.

2. Геометрическая модель

Геометрическая модель построена на основе чертежа сопловой части двигателя 11Д58М, приведенного в работе [24]. Исходное и рабочее положение сопловой части двигательной установки показывает рис. 2 (длины приводятся в миллиметрах).

Сопло в расширяющейся сверхзвуковой части имеет колоколообразную форму. Горловина сопла определяется двумя окружностями радиусом $1.5r^*$ для дозвуковой зоны и радиусом $0.4r^*$ для сверхзвуковой зоны, где r^* – радиус критического сечения.

Радиус выходного сечения сопла в исходном положении равняется 1.099 м, а в рабочем положении – 1.404 м. Геометрическая степень расширения равняется 7.85 в исходном положении сопла и 10.03 – в его рабочем положении. Размер критического сечения сопла составляет 0.084 м. Длина сверхзвуковой части сопла в рабочем положении – 1.205 м. При этом длина раздвижной секции сопла – 0.645 м.

Расчеты проводятся в области, имеющей размер $30L \times 10L$, где L – длина сопла в его рабочем положении. Для сокращения времени счета задача считается осесимметричной. Расчетная область состоит из двух блоков (рис. 3), один из которых используется для моделирования течения в сопле, а другой позволяет учесть истечение реактивной струи в окружающее пространство. Использование протяженной расчетной области объясняется жела-

нием построить более общую модель, позволяющую воспроизвести структуру течения не только в сопле и непосредственно за его срезом, но и в реактивной струе.

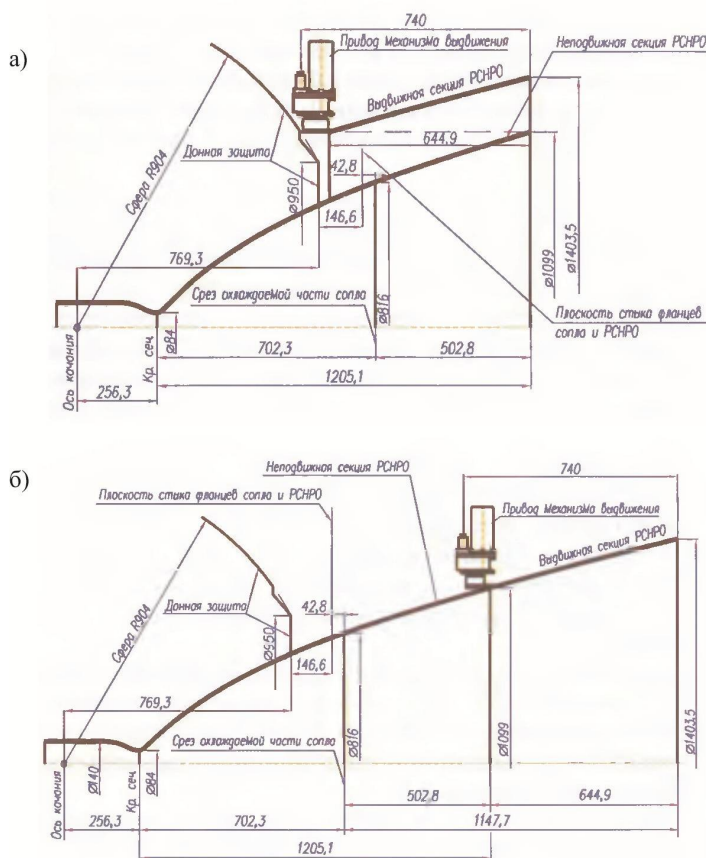


Рис. 2. Исходное (а) и рабочее (б) положения сопловой части двигателя [24]

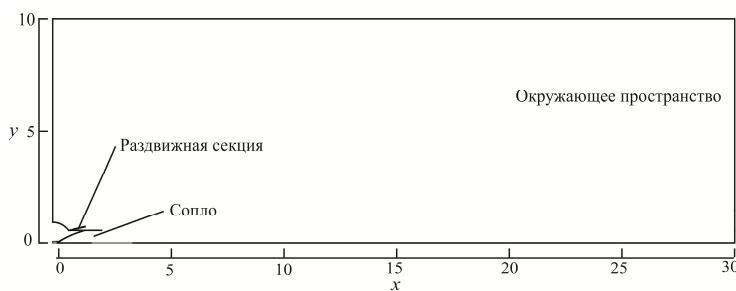


Рис. 3. Расчетная область (сопло находится в сложенном положении)

3. Расчетные сетки

Для построения блочно-структурированной сетки применяется разбиение физического объема на ряд непересекающихся блоков, в каждом из которых разрешение сетки подбирается исходя из газодинамических особенностей течения. Фрагмент расчетной сетки, включая особенности сеточной структуры около раздвижной секции сопла, показывает рис. 4 (сопло находится в сложенном положении). Количество узлов по высоте сопла составляет 30 узлов, а количество узлов по длине сопла – 220. При этом в сверхзвуковой части сопла размещается 156 узлов, а в его дозвуковой части – 64 узла. Структура реактивной струи, истекающей из сопла, воспроизводится при помощи блока, содержащего 340 узлов в горизонтальном направлении. Размер ячеек сетки при удалении от среза сопла увеличивается по закону геометрической прогрессии (задается коэффициентом роста длины ячейки, равный 1.01).

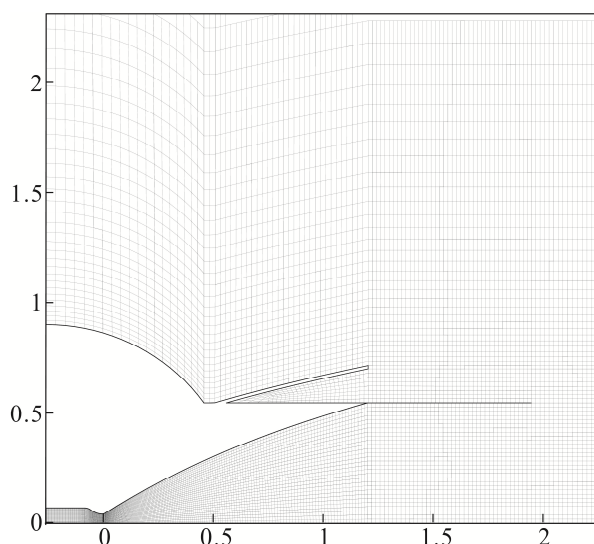


Рис. 4. Фрагмент расчетной сетки в начальный момент времени, когда сопло находится в сложенном положении

По длине соплового тракта выполняется сгущение узлов сетки в сторону критического сечения сопла для того, чтобы обеспечить близость ячеек по форме к квадратам, увеличив точность вычисления газодинамических параметров в областях высоких градиентов искомых функций. Узлы сетки сгущаются также около стенок сопла для надлежащего разрешения пограничного слоя. Сгущение узлов к стенке сопла позволяет избежать вытянутых ячеек в периферийной части за срезом сопла, где формируется висячий скачок уплотнения истекающей реактивной струи.

В технике скользящих сеток используются две или более сеточные области. Каждая область ограничивается хотя бы одной интерфейсной зоной (interface zone) напротив такой же области. Две соседние интерфейсные зоны связываются между собой и образуют сеточный интерфейс (mesh interface). Две области с ячейками движутся относительно друг друга вдоль этого сеточного интерфейса. При этом все неконформные интерфейсы обновляются программным кодом автоматически, когда обновляется сама сетка на каждом шаге по времени. Следует отметить, что сама сетка не перестраивается, а меняется лишь положение узлов относительно двух противоположащих сеточных областей, соединенных между собой посредством сеточного интерфейса [25].

Вычислительная сетка разделяется на две вычислительных подобласти (рис. 5): подвижную сеточную область и неподвижную сеточную область.

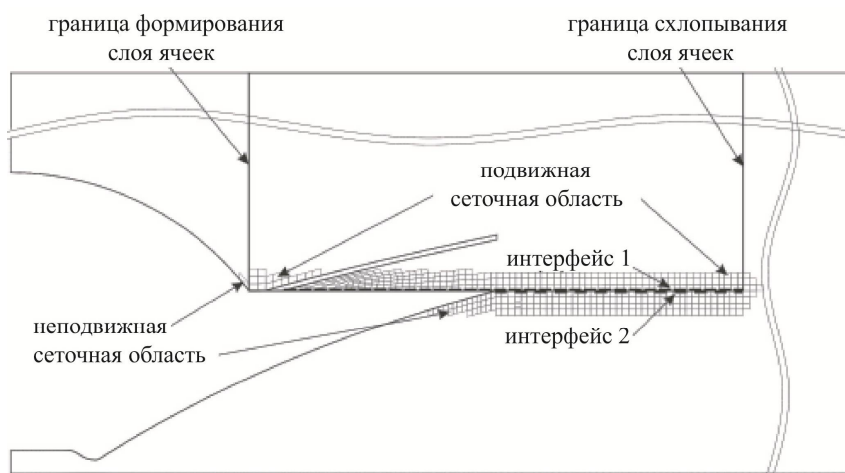


Рис. 5. Подвижная и неподвижная сеточные области

Подвижная сеточная область строится вокруг выдвигной секции сопла. С неподвижной сеточной областью она конформно сопрягается слева и справа через границы формирования и схлопывания ячеек, неконформно – снизу через границу, образуемую интерфейсной парой, и сверху ограничивается выходной границей. Такое расположение вычислительных подобластей позволяет реализовывать технологию скользящих сеток (sliding mesh), перемещая сеточную область в процессе моделирования относительно неподвижной вдоль интерфейсных границ.

На входной границе сопла фиксируется полное давление, равное 78 атм, полная температура, равная 3500 К, и характеристики турбулентности (степень турбулентности составляет 5%, а гидравлический диаметр – 0.14 м). В выходном сечении сопла задается наружное статическое давление, изменением которого при необходимости достигается нужный перепад давления и режим течения в сопле. Для скорости на поверхности сопла используются граничные условия непротекания и прилипания. Стенки сопла считаются теплоизолированными. Характеристики турбулентности на стенке находятся при помощи метода пристеночных функций.

Скорость перемещения выдвигной секции сопла в горизонтальном направлении составляет 6.45 м/с, что соответствует времени ее полного выдвижения за 0.1 с (время приведения сопла в рабочее положение).

4. Вычислительная процедура

Внутренняя полость камеры сгорания крупногабаритных двигательных установок представляет собой сложную систему каналов, стенки которых образованы горячей поверхностью заряда твердого топлива и внутренней поверхностью корпуса. Процессы, связанные с прогревом топлива, разложением его компонентов и их химическим взаимодействием протекают в тонком приповерхностном слое. Во многих случаях структура пламени представляется в виде контактного разрыва, расположенного параллельно горячей поверхности, при переходе через который полностью завершаются химические реакции и образуется однородная газовая смесь [1, 26]. Математической моделью течения продуктов сгорания служит модель течения в канале с проницаемыми стенками, которая отражает наиболее существенную сторону процесса – подвод массы со стороны горячей поверхности заряда.

Расчеты проводятся в нестационарной осесимметричной постановке на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, замкнутых при помощи SST-модели турбулентности с пристеночными функциями и поправкой на сжимаемость. В качестве рабочей среды используется воздух. Теплофизические свойства – справочные с учетом их зависимости от температуры. Задание более реалистичных теплофизических свойств продуктов сгорания твердого топлива требует реализации отдельного расчета, учитывающего состав и механизм горения топлива. Кроме того, продукты сгорания твердого топлива содержат частицы конденсированной фазы, что также вносит существенные трудности в расчеты. Многие экспериментальные результаты по внутренней газодинамике РДТТ получены для «холодных» условий, что делает оправданным проведение численного моделирования для воздуха [26].

Течения в соплах с большой геометрической степенью расширения сопровождаются отрывом потока от стенки с образованием ударных волн и областей возвратного течения. Выбор модели турбулентности представляет собой отдельную задачу, обсуждение которой выходит за рамки данной статьи. В частности, оценке точности различных моделей турбулентности применительно к сопловым течениям и выбору модели турбулентности посвящена работа [27].

Дискретизация основных уравнений осуществляется при помощи метода конечных объемов и метода поправки давления SIMPLE. Для дискретизации конвективных и диффузионных потоков используются противопоточные (upwind scheme) и центрированные (central scheme) разностные схемы 2-го порядка точности с расщеплением вектора потока

по методу Рунге, а для дискретизации по времени – неявная схема 2-го порядка точности. Система разностных уравнений решается методом LU-SGS. Число Куранта полагается равным 5. Шаг по времени составляет 0.00001 с. Для сходимости на каждом шаге по времени используется 30 итераций. Для контроля сходимости итерационного процесса проверяется уровень невязки искомых функций. Расчеты прекращаются, когда уровень невязки всех искомых функций достигает 0.0001.

В начальный момент времени газ внутри сопла покоится. Расчеты проводятся на интервале времени, равном 0.12 с, что превосходит время приведения сопла в рабочее положение. Расчеты в конечный момент времени соответствуют стационарной картине потока в раздвижном сопле, когда сопло находится в рабочем положении и имеет максимальную геометрическую степень расширения.

5. Результаты расчетов

Распределение числа Маха вдоль оси сопла и в окружающем пространстве показывает рис. 6. Линия 1 соответствует сложенному положению раздвижного сопла, а линия 2 – его рабочему положению. Резкие перепады числа Маха при $x=10$ м соответствуют формированию скачка уплотнения в реактивной струе, истекающей в затопленное пространство.

Структура течения в струе, истекающей из сопла, определяется относительным вкладом волновых процессов и процессов вязкого перемешивания. Вдоль границы между струей и внешним потоком образуется турбулентный слой смешения, расширяющийся по мере удаления от среза сопла и приводящий к уменьшению интенсивности скачков уплотнения и волн разрежения. Максимальная генерация турбулентности происходит в слое смешения потока газа в струе с внешним эжектируемым потоком.

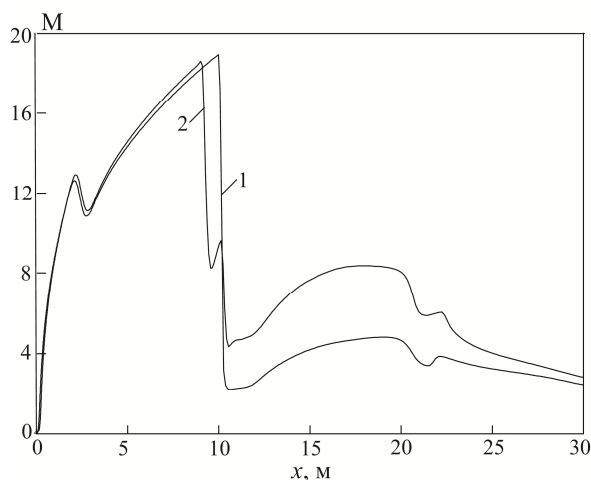


Рис. 6. Распределения числа Маха вдоль оси сопла в моменты времени $t=0.01$ с (линия 1) и $t=0.11$ с (линия 2)

Линии уровня числа Маха в раздвижном сопле показывает рис. 7, а структуру реактивной струи, истекающей из сопла – рис. 8. Фрагменты *a* соответствуют сложенному положению раздвижного сопла, а фрагменты *b* – его рабочему положению. Полученные результаты расчетов воспроизводят волновую структуру сильно недорасширенной струи, истекающей в затопленное пространство. На начальном участке граница смешения имеет характерную бочкообразную форму с выпуклостью, обращенной в сторону внешнего потока. При этом периодическая волновая структура начального участка смешения струи с окружающим пространством не наблюдается, поскольку размеры первой бочки растут как $n^{1/2}$, где n – степень нерасчетности. На приведенных рисунках видна только первая бочка, размеры которой превышают характерный поперечный размер (диаметр среза сопла).

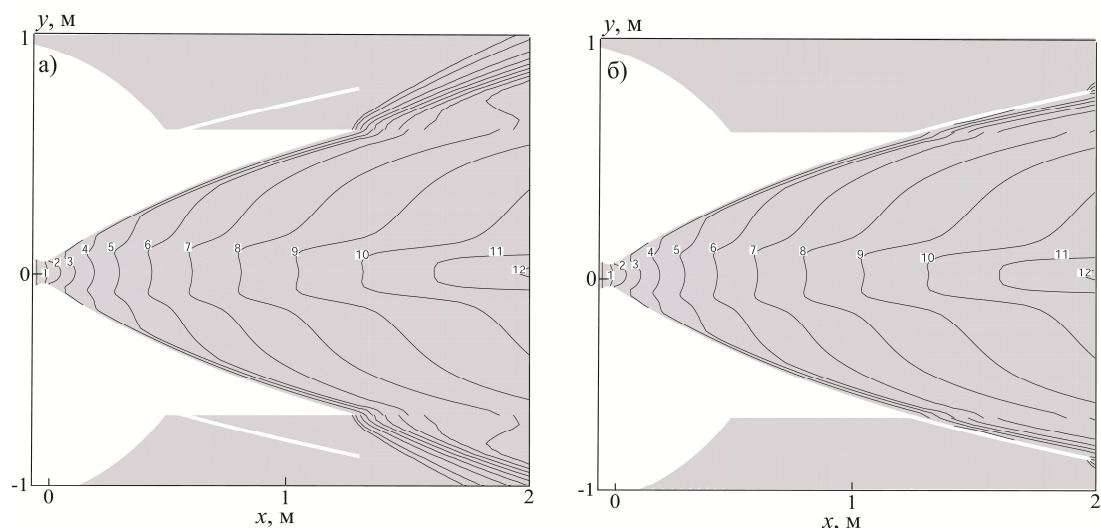


Рис. 7. Линии уровня числа Маха в сопле при исходном (а) и рабочем (б) положении выдвигной секции

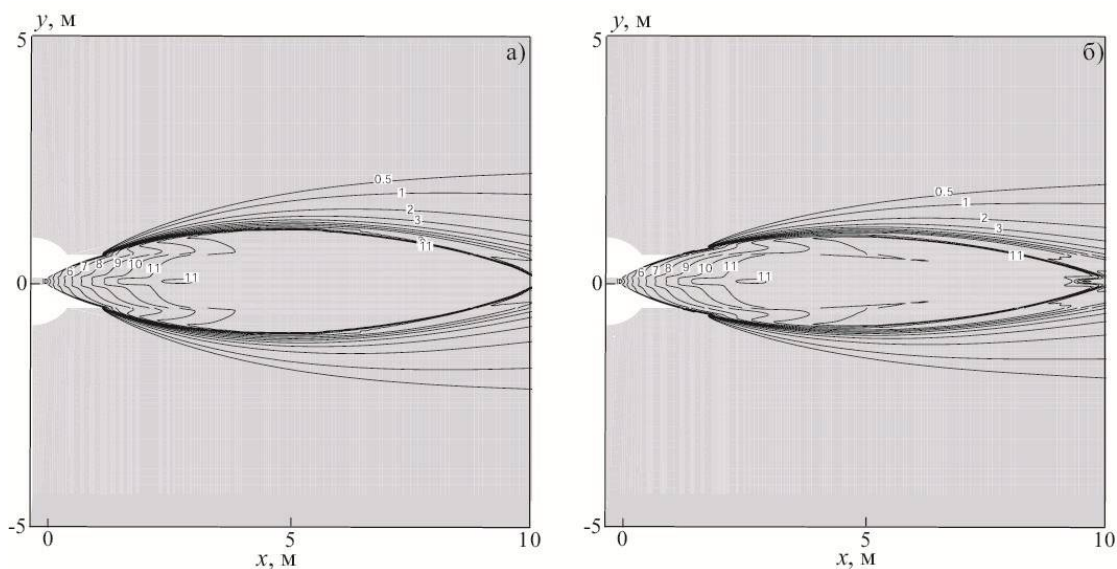


Рис. 8. Линии уровня числа Маха в струе, истекающей из сопла, при исходном (а) и рабочем (б) положении выдвигной секции

Расчеты проводятся при фиксированной скорости выдвигной секции. Принципиальные трудности вычислительного характера, связанные с моделированием неравномерного выдвигания рабочей секции, отсутствуют. Тем не менее, это вводит в модель дополнительные параметры, что усложняет анализ структуры формирующегося потока.

В ходе расчета истечения струи из сопла в условиях перемещения его выдвигной секции отслеживается изменение осевой силы, приложенной к ее внутренним стенкам. Изменение во времени осевой силы, приложенной к внутренним стенкам выдвигной секции сопла, показывает на рис. 9 (сплошная линия). Сила представлена в безразмерном виде, отнесенном к максимальному значению силы, реализуемому при полном раскрытии выдвигной секции сопла. Изменение силового усилия носит немонотонный характер, достигая в некоторый момент времени минимального значения, а в конце расчета, когда сопло приводится в рабочее положение, выходит на постоянный уровень.

При исходном положении выдвигной секции сопла безразмерное осевое усилие, приложенное к внутренним стенкам, составляет примерно 0.25. С началом раскрытия выдвигной секции сопла, это значение снижается, и в момент времени 30 мс достигает минимального значения 0.1. Дальнейшее раскрытие сопла сопровождается монотонным увеличением

силы до момента полного раскрытия выдвижной секции, которое составляет 100 мс. В момент времени 0.1 с сопло полностью раскрывается, и сила перестает меняться во времени (стационарное решение задачи).

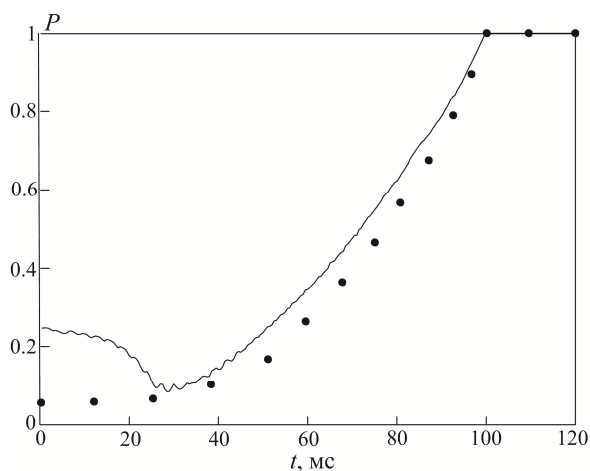


Рис. 9. Изменение во времени осевой силы, приложенной к внутренним стенкам выдвижной секции сопла

На рис. 9 также приводятся результаты расчетов при фиксированном положении выдвижной секции сопла в заданный момент времени (кружки). Представленные результаты демонстрируют влияние нестационарности процесса на структуру потока. Наиболее существенное влияние нестационарность процесса оказывает на начальной стадии выдвижения рабочей секции.

Наличие минимума на графике изменения осевой силы во времени, поясняет серия картин распределения статического давления в различные моменты времени раскрытия выдвижной секции сопла (рис. 10).

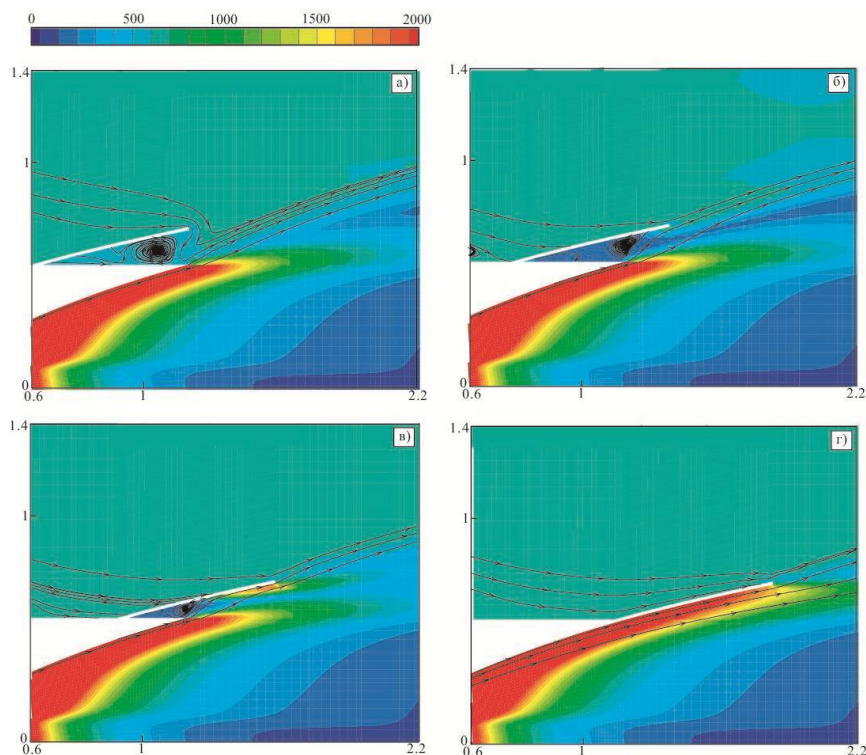


Рис. 10. Линии уровня давления и линии тока в моменты времени $t = 0.001$ с (а), 0.03 с (б), 0.06 с (в), 0.109 с (г)

Взаимодействие реактивной струи со стенками выдвижной секции сопла приводит к формированию зоны рециркуляционного течения, оказывающей отрицательное влияние на удельный импульс тяги.

Распределения статического давления вдоль стенки выдвижной секции сопла в различные моменты времени показывает рис. 11. Изменение давления во времени носит сложный немонотонный характер, что связывается с изменением размеров и положения отрывной зоны во времени.

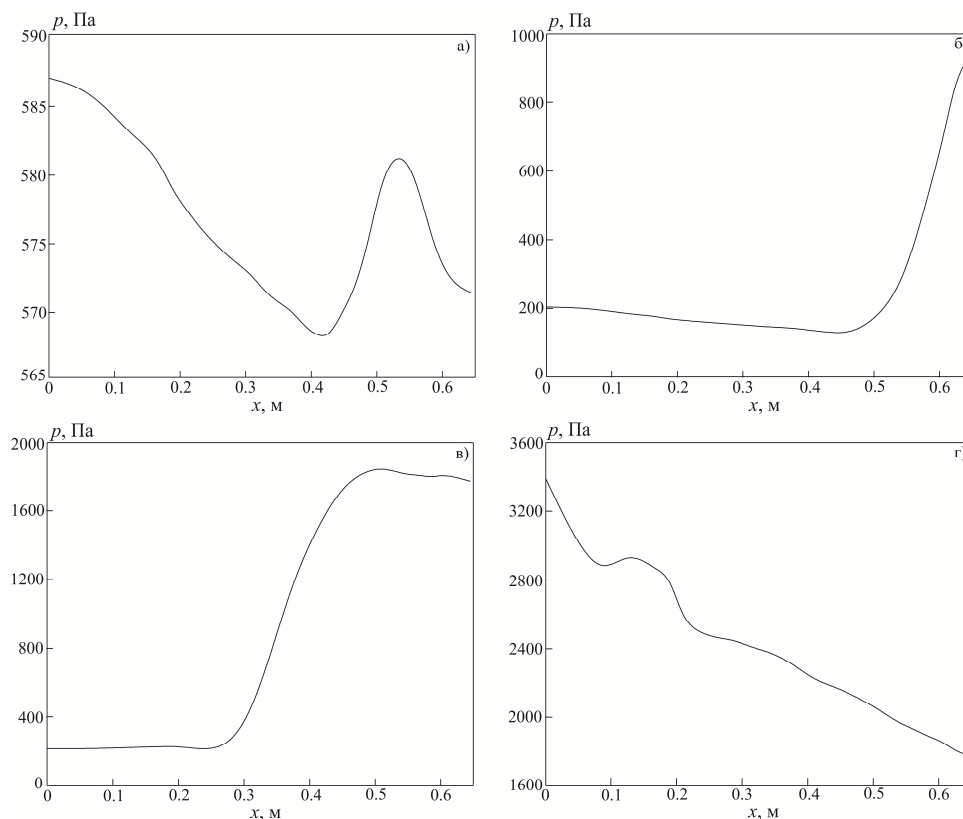


Рис. 11. Распределения статического давления вдоль стенки выдвижной секции сопла в моменты времени $t=0.001$ с (а), 0.03 с (б), 0.06 с (в), 0.109 с (г)

Полученные распределения позволяют объяснить изменение силы, приложенной к выдвижным стенкам сопла, во времени (наличие минимума на рис. 9). Причина этого состоит в образовании полости между стационарной и выдвижной секциями сопла, в которой формируется возвратно-циркуляционное течение. С началом движения выдвижной секции происходит изменение размеров этой полости и перестройка циркуляционного течения. В результате эжекционного механизма растет степень разрежения, что приводит к уменьшению силы. В момент времени, равный 0.03 с, сила достигает минимума. Происходит присоединение струи к кромке выдвижного сопла. Давление на правом краю стенки растет, но при этом оно поднимается у левого края, а сила увеличивается. При дальнейшем перемещении выдвижной секции сопла точка присоединения потока смещается влево, размер циркуляционной области уменьшается, и тяга выходит на уровень, соответствующий стационарному решению задачи.

6. Заключение

Проведено численное моделирование нестационарного турбулентного течения вязкого сжимаемого газа в раздвижном сопловом блоке при перемещении внешней секции распуха. Математическая модель построена на основе двумерных нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса с соответствующими граничными условиями

и замыкающими соотношениями и уравнений SST-модели турбулентности. Дискретизация основных уравнений проведена при помощи метода конечных объемов на подвижных неструктурированных сетках и разностных схем высокого порядка точности.

Выдвижение внешней секции раструба оказывает существенное влияние на распределения параметров потока газа из-за возникновения во внешней секции соплового раструба возвратно-циркуляционного течения. Сила, приложенная к стенкам сопла, изменяется немонотонным образом, а наличие минимума связано с формированием области возвратно-циркуляционного течения.

Литература

1. Газодинамические и теплофизические процессы в ракетных двигателях твердого топлива / Под ред. А.С. Коротеева. М.: Машиностроение, 2004. 512 с.
2. Конструкции ракетных двигателей на твердом топливе / Под ред. Л.Н. Лаврова. М.: Машиностроение, 1993. 215 с.
3. Hagemann G., Immich H., Nguyen T.V., Dumnov G.E. Advanced rocket nozzles // *Journal of Propulsion and Power*. 1998. Vol. 14. No. 5. Pp. 620–633.
4. Ellis R.A., Berdoyes M. An example of successful international cooperation in rocket motor technology // *Acta Astronautica*. 2002. Vol. 51. No. 1–9. Pp. 47–56.
5. Lacoste M., Lacombe A., Joyez P., Ellis R.A., Lee J.C., Payne F.M. Carbon-carbon extendible nozzles // *Acta Astronautica*. 2002. Vol. 50. No. 6. Pp. 357–367.
6. Шишков А.А., Панин С.Д., Румянцев Б.В. Рабочие процессы в РДТТ. М.: Машиностроение, 1989. 240 с.
7. Иванов И.Э., Крюков И.А. Численное исследование турбулентных течений с ограниченным и свободным отрывом в профилированных соплах // *Вестник МАИ*. 2009. Т. 16. № 7. С.23–30.
8. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Численное моделирование отрывных течений в соплах // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2010. Т. 9. С. 1–8.
9. Verma S.B., Haidn O. Unsteady shock motions in an over-expanded parabolic rocket nozzle // *Aerospace Science and Technology*. 2014. Vol. 39. Pp. 48–71.
10. Hagemann G., Frey M., Koschel W. Appearance of restricted shock separation in rocket nozzles // *Journal of Propulsion and Power*. 2002. Vol. 18. No. 3. Pp. 577–584.
11. Hunter C.A. Experimental, theoretical, and computational investigation of separated nozzle flows // *AIAA Paper*. 1998. No. 98-3107.
12. Алиев А.В., Миронов А.Н. Моделирование газодинамических процессов в несимметричных сопловых блоках // *Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук*. 2013. № 3. С. 40–45.
13. Genin C., Stark R., Haidn O., Quering K., Frey M. Experimental and numerical study of dual bell nozzle flow // *Progress in Flight Physics*. 2013. Vol. 5. Pp. 363–376.
14. Arora R., Vaidyanathan A. Experimental investigation of flow through planar double divergent nozzles // *Acta Astronautica*. 2015. Vol. 112. Pp. 200–216.
15. Sreenath K.R., Mubarak A.K. Design and analysis of contour bell nozzle and comparison with dual bell nozzle // *International Journal of Research and Engineering*. 2016. Vol. 3. No. 6. Pp. 52–56.
16. Narayan A., Panneerselvam S. Study of the effect of over-expansion factor on the flow transition in dual bell nozzles // *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*. 2012. Vol. 6. No. 8. Pp. 1591–1595.
17. Nasuti F., Onofri M., Martelli E. Role of wall shape on the transition in axisymmetric dual-bell nozzles // *Journal of Propulsion and Power*. 2005. Vol. 21. No. 2. Pp. 243–250.
18. Wong H., Schwane R. Numerical investigation of transition in flow separation in a dual-bell nozzle // *Proceedings of the 4th Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles*, 15–18 October 2001, Capua, Italy. European Space Agency, 2002. Pp. 425–432.

19. Taylor N., Steelant J., Bond R. Experimental comparison of dual bell and expansion deflection nozzles // AIAA Paper. 2011. No. 2011-5688.
20. Perigo D., Schwane R., Wong H. A numerical comparison of the flow in conventional and dual bell nozzles in the presence of an unsteady external pressure environment // AIAA Paper. 2003. No. 2003-4731.
21. Stark R., Genin C., Wagner B., Koschel W. The altitude adaptive dual bell nozzle // Proceedings of the 16th International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR 2012), 20–26 August, Kazan, Russia. 2012. 8 p.
22. Martelli E., Nasuti F., Onofri M. Numerical parametric analysis of dual-bell nozzle flows // AIAA Journal. 2007. Vol. 45. No. 3. Pp. 640–650.
23. Кочетков А.О. Эффективность многосопловой схемы стартовых ускорителей ракет с некруглыми неосесимметричными соплами // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2009. № 3. С. 67–69.
24. Ракетно–космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королева на рубеже двух веков / Под ред. Ю.П. Семенова. РКК «Энергия», 2001. 1330 с.
25. Волков К.Н. Дискретизация уравнений Навье–Стокса на подвижных неструктурированных сетках // Вычислительные методы и программирование. 2008. Т. 9. № 1. С. 256–273.
26. Савельев С.К., Емельянов В.Н., Бендерский Б.Я. Экспериментальные методы исследования газодинамики РДТТ. Санкт-Петербург: Изд-во «Недра», 2007. 268 с.
27. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Яковчук М.С. Численное моделирование взаимодействия поперечной струи со сверхзвуковым потоком при помощи различных моделей турбулентности // Прикладная механика и техническая физика. 2015. Т. 56. № 5. С. 64–75.

Статья поступила в редакцию 31 января 2018 г.