

# Influence of the Azimuthal Magnetic Field on the Hypersonic Flow of Plasma from a Rotating Source

N.A. Belov

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics Russian Academy of Sciences,  
Moscow, 119526, Russia*

belov@ipmnet.ru

## Abstract

If the hypersonic flow from a rotating source is spherically symmetric, and the magnetic field is "frozen" into the medium, then this field in the stationary reference system has a radial and an azimuthal components, and the field lines take the form of spirals (Parker spirals). At large distances from the source the azimuthal component becomes predominant, and the radial component can be neglected.

The problem of backward influence of the azimuthal magnetic field on the gasdynamic flow is considered. The solution is sought as a small parameter expansion, where the parameter is inversely proportional to the square of the Alfvén Mach number. The solution obtained shows that the radial velocity of the plasma does not change in the first approximation, whereas a latitudinal velocity appears, and the streamlines begin to deviate from the radial rays toward the axis of rotation. Note, at very large distances the used expansion becomes incorrect, where perhaps it is necessary to apply another expansion, taking into account nonlinear effects.

Keywords: hypersonic plasma flow, azimuthal magnetic field.

Expansions:

$$v_r = 1 + \varepsilon u_1,$$

$$v_\theta = \varepsilon v_1,$$

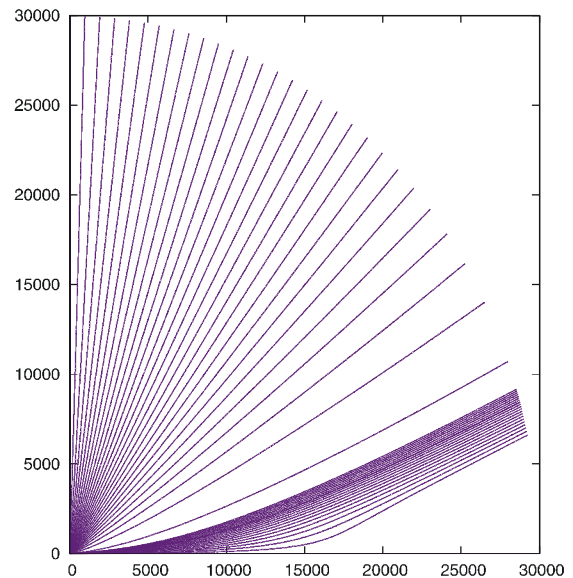
$$\rho = r^{-2} \left( 1 + \varepsilon \rho_1 \right)$$

Disturbances:

$$u_1 = 0,$$

$$v_1 = -\left( 1 - \frac{1}{r} \right) \sin 2\theta,$$

$$\rho_1 = 2 \left( \ln r + \frac{1}{r} - 1 \right) (3 \cos^2 \theta - 1)$$



Deviation of streamlines for  $\varepsilon = 0.05$

УДК 533.95-537.84

# Влияние азимутального магнитного поля на гиперзвуковое течение плазмы от вращающегося источника

Н.А. Белов

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,  
Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского, 101 к.1*

belov@ipmnet.ru

## Аннотация

Если гиперзвуковое течение от вращающегося источника сферически симметрично, а магнитное поле «вморожено» в среду, то тогда это поле в неподвижной системе отсчета имеет радиальную и азимутальную компоненты, а силовые линии имеют форму спиралей (спирали Паркера). На больших расстояниях от источника азимутальная компонента становится преобладающей, и радиальной компонентой можно пренебречь.

В работе рассмотрена задача об обратном влиянии азимутального магнитного поля на газодинамическое течение. Решение задачи ищется разложением по малому параметру, который обратно пропорционален квадрату альфвеновского числа Маха. Из полученного решения следует, что радиальная скорость плазмы в первом приближении не меняется, появляется широтная компонента скорости, а линии тока начинают отклоняться от радиальных лучей в сторону оси вращения. Отметим, что на очень больших расстояниях использованное разложение становится некорректным, где, по-видимому, необходимо применить другое разложение, учитывающее нелинейные эффекты.

Ключевые слова: гиперзвуковое течение плазмы, азимутальное магнитное поле.

## 1. Введение

Если предположить, что солнечный ветер представляет собой сферически симметричный радиальный сверхзвуковой источник плазмы, а во вращающейся с Солнцем системе отсчета силовые линии магнитного поля совпадают с линиями тока, из уравнения магнитной индукции следует, что в сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$  (в неподвижной системе отсчета) магнитное поле имеет вид [1]

$$B_r = B_1 \left( \frac{r_1}{r} \right)^2, \quad B_\theta = 0, \quad B_\varphi = B_1 \frac{r_1 \Omega}{v} \frac{r_1}{r} \sin \theta,$$

где  $\Omega$  – угловая скорость вращения Солнца;  $r_1$  – радиус орбиты Земли;  $v$  и  $B_1 \left( r_1, \theta, \varphi - \frac{r_1 \Omega}{v} \right)$  – радиальная скорость ветра и магнитное поле на этой орбите. Из формул видно, что до орбиты Земли поле преимущественно радиальное, за ней преимущественно азимутальное.

В работе [1] по сути, решена кинематическая задача о нахождении магнитного поля по известному газодинамическому течению. В [2] была исследована самосогласованная задача об установившемся течении солнечного ветра в присутствии сил давления, гравитации и магнитного поля, правда, только в экваториальной плоскости. Во вращающейся системе координат находится решение для радиального и азимутального движений. Решение для радиальной скорости сводится к исследованию одного обыкновенного дифференциального

уравнения, и должно проходить через три особые точки, которые соответствуют трем магнитозвуковым критическим точкам. Показано, что решение не существует при показателе политропы  $\gamma \geq 1.5$  (предполагалось, что плазма подчиняется политропному закону изменения давления). Полученное решение самосогласованной задачи дает поля радиальной скорости и плотности, близкие к паркеровским [1], однако азимутальные скорость и магнитное поле приближаются к паркеровским лишь на достаточно больших расстояниях.

В работе [3], а также несколько иначе в [4], проводилось обобщение модели солнечного ветра работы [2] с учетом широтных эффектов. Решение искалось в виде разложения по малому параметру, в качестве которого был выбран квадрат отношения линейной скорости вращения Солнца к радиальной скорости на радиусе Альфвена.

В работе [5] было численно, методом Лакса–Вендроффа, исследовано влияние магнитного поля на солнечный ветер. Было показано, что увеличение угловой скорости вращения звезды (Солнца) способствует большему отклонению линий тока от радиальных лучей.

Авторы недавней работы [6], предположив, что на больших расстояниях от источника азимутальное магнитное поле будет основным, а радиальным полем можно пренебречь, предложили модель сверхзвукового истечения плазмы от источника в покоящуюся среду с противодействием в присутствии только азимутального магнитного поля. Структура течения содержит околосферическую ударную волну, за которой течение становится дозвуковым, а также тангенциальный разрыв на цилиндрической поверхности, отделяющий течение от источника и покоящуюся среду. Образуется сложное двухструйное истечение плазмы с неизвестными заранее поверхностями разрывов.

В работе [7] проведен параметрический численный анализ модели, предложенной в [6]. Показано, что для гиперзвуковых течений единственным безразмерным параметром задачи является альфвеновское число Маха. С помощью первых интегралов системы уравнений удалось получить некоторые соотношения между расстоянием до ударной волны, расстоянием до тангенциального разрыва в экваториальной плоскости и диаметром струи на бесконечности. Эти соотношения могут быть полезны для интерпретации экспериментальных данных.

В настоящей работе, в рамках модели, предложенной в [6], и в продолжение анализа работы [7], рассматривается задача об обратном влиянии азимутального магнитного поля на сверхзвуковое течение от источника (в области до ударной волны). Решение задачи ищется с помощью разложения по малому параметру, обратно пропорциональному квадрату альфвеновского числа Маха. Интересно, что полученное решение на больших расстояниях имеет асимптотику, схожую с асимптотикой решений [3,4], хотя задачи различаются, как в постановке, так и в физике течения.

## 2. Задача для азимутального магнитного поля

### 2.1. Уравнения и их первые интегралы

Рассмотрим установившееся адиабатическое течение плазмы в присутствии магнитного поля. Тогда для плотности  $\rho$ , скорости  $\mathbf{v}$ , давления  $p$  и вектора магнитной индукции  $\mathbf{B}$  справедливы следующие известные уравнения МГД

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0, \\ \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla p + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \\ \mathbf{v} \cdot \nabla \left( \frac{p}{\rho^\gamma} \right) &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0,\end{aligned}$$

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0, \tag{1}$$

где  $\gamma = 5/3$  – показатель адиабаты.

Предположим, что течение осесимметрично, т.е. не зависит от азимутального угла  $\varphi$ , не имеет азимутальной скорости, а магнитное поле имеет только азимутальную компоненту. Тогда в сферической системе координат (и неподвижной инерциальной системе отсчета)  $(r, \theta, \varphi)$  для переменных  $\rho$ ,  $\mathbf{v} = (v_r, v_\theta, 0)$ ,  $p$  и  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  уравнения можно переписать в виде

$$\partial_r (\rho v_r r^2 \sin \theta) + \partial_\theta (\rho v_\theta r \sin \theta) = 0, \tag{2}$$

$$\rho \left[ \left( v_r \partial_r + \frac{v_\theta}{r} \partial_\theta \right) v_r - \frac{v_\theta^2}{r} \right] = -\partial_r p - \frac{B}{4\pi r} \partial_r (Br), \tag{3}$$

$$\rho \left[ \left( v_r \partial_r + \frac{v_\theta}{r} \partial_\theta \right) v_\theta + \frac{v_r v_\theta}{r} \right] = -\frac{1}{r} \partial_\theta p - \frac{B}{4\pi r \sin \theta} \partial_\theta (B \sin \theta), \tag{4}$$

$$\left( v_r \partial_r + \frac{v_\theta}{r} \partial_\theta \right) \left( \frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0, \tag{5}$$

$$\partial_r (r B v_r) + \partial_\theta (B v_\theta) = 0 \tag{6}$$

Отметим здесь, что в силу сделанных предположений уравнение движения для азимутальной скорости и уравнение для дивергенции магнитного поля выполняются тождественно, а векторное уравнение индукции превращается в скалярное уравнение (6).

Система уравнений (2)–(6) имеет три первых интеграла. Введем функцию тока соотношениями

$$\begin{aligned} \partial_\theta \psi &= \rho v_r r^2 \sin \theta, \\ \partial_r \psi &= -\rho v_\theta r \sin \theta \end{aligned} \tag{7}$$

Тогда уравнение неразрывности (2) удовлетворяется тождественно, а

$$\left( v_r \partial_r + \frac{v_\theta}{r} \partial_\theta \right) \psi = 0$$

Очевидно, уравнение (5) имеет первый интеграл, интеграл адиабатичности

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = a(\psi) \tag{8}$$

Уравнение (6), в силу (1), дает интеграл магнитного поля

$$\frac{B}{\rho r \sin \theta} = b(\psi) \tag{9}$$

С учетом этих интегралов уравнения движения (2)–(3) также дают первый интеграл, интеграл Бернулли

$$\frac{v_r^2 + v_\theta^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{B^2}{4\pi \rho} = i(\psi) \tag{10}$$

## 2.2. Граничные условия и обезразмеривание задачи

Пусть на некоторой сфере радиуса  $r=r_d$  заданы все параметры сферически симметричного течения

$$v_r = v_d, \quad v_\theta = 0, \quad \rho = \rho_d, \quad p = p_d, \quad B = B_d \sin \theta \quad (11)$$

Отметим, что применительно к солнечному ветру радиус сферы должен быть значительно больше радиуса орбиты Земли, на котором радиальное магнитное поле соизмеримо с азимутальным.

Обезразмерим в уравнениях и граничных условиях все искомые величины на соответствующие известные константы. Для безразмерных величин граничные условия будут иметь вид

$$r = 1: \quad v_r = 1, \quad v_\theta = 0, \quad \rho = 1, \quad p = 1, \quad B = \sin \theta \quad (11')$$

Первые интегралы примут вид

$$p = \rho^\gamma, \quad (8')$$

$$B = \rho r \sin \theta, \quad (9')$$

$$\frac{v_r^2 + v_\theta^2}{2} + \frac{\delta}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \varepsilon \frac{B^2}{\rho} = \frac{1}{2} + \varepsilon \sin^2 \theta, \quad (10')$$

где безразмерные параметры  $\delta$  и  $\varepsilon$  обратно пропорциональны квадратам соответствующих чисел Маха, газодинамического и альфвеновского,

$$\delta = \frac{1}{M^2} \equiv \frac{\gamma p_d}{\rho_d v_d^2}, \quad \varepsilon = \frac{1}{M_A^2} \equiv \frac{B_d^2}{4\pi \rho_d v_d^2} \quad (12)$$

Для определения безразмерной скорости  $v_\theta$  справедливо уравнение

$$\rho \left[ \left( v_r \partial_r + \frac{v_\theta}{r} \partial_\theta \right) v_\theta + \frac{v_r v_\theta}{r} \right] = -\frac{\delta}{\gamma} \frac{1}{r} \partial_\theta p - \varepsilon \frac{B}{r \sin \theta} \partial_\theta (B \sin \theta) \quad (4')$$

Уравнения (2) и (7) в безразмерном виде сохраняют свой вид. Для определения пяти искомых величин (две компоненты скорости, плотность, давление и магнитное поле) имеем пять соотношений (8')–(10'), (4') и (2). Если мы хотим определить и функцию тока  $\psi$ , вместо (2) решаем (7).

## 2.3. Решение для гиперзвукового источника

Для начала заметим, что безразмерные параметры (12) присутствуют только в уравнениях движения (4') и (10'). Положим

$$\delta \ll 1, \quad \varepsilon \ll 1 \quad (13)$$

Тогда в главном приближении,  $\delta = \varepsilon = 0$ , в уравнениях движения сил нет, и мы получаем решение для сферически симметричного радиального истечения от гиперзвукового источника

$$v_r = 1, \quad v_\theta = 0, \quad \rho = r^{-2}, \quad p = r^{-2\gamma}, \quad B = \frac{\sin \theta}{r} \quad (14)$$

Для функции тока из (7) следует, что

$$\partial_\theta \psi = \sin \theta, \quad \partial_r \psi = 0$$

Интегрирование этих уравнений с учетом условия  $\psi(\theta = 0) = 0$  дает

$$\psi = 1 - \cos \theta \quad (15)$$

Проверяем, что безразмерный расход источника  $q$  равен единице

$$q = \psi \left( \theta = \frac{\pi}{2} \right) - \psi(\theta = 0) = 1$$

Чтобы оценить обратное влияние магнитного поля на гиперзвуковое течение от источника, достаточно рассмотреть разложение газодинамических величин  $v_r, v_\theta, \rho$  по параметру  $\varepsilon$

$$v_r = 1 + \varepsilon u_1, \quad v_\theta = \varepsilon v_1, \quad \rho = r^{-2} (1 + \varepsilon \rho_1), \quad (16)$$

и вычислить возмущения  $u_1, v_1, \rho_1$ . Для нахождения полного решения самосогласованной задачи (в первом приближении по  $\varepsilon$ ), если нужно, возмущения для давления и магнитного поля можно найти из интегралов (8'), (9'). Из условий (11') следует, что граничные условия для возмущений тривиальны

$$r = 1: \quad u_1 = 0, \quad v_1 = 0, \quad \rho_1 = 0 \quad (17)$$

Из (2), (4') и (10') получается следующая система уравнений для возмущений:

$$\begin{aligned} \partial_r (u_1 + \rho_1) + \frac{1}{r \sin \theta} \partial_\theta (v_1 \sin \theta) &= 0, \\ \partial_r (r v_1) &= -\sin 2\theta, \\ u_1 &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Решение системы (18) с учетом (17) имеет вид

$$\begin{aligned} u_1 &= 0, \\ v_1 &= -\left(1 - \frac{1}{r}\right) \sin 2\theta, \\ \rho_1 &= 2 \left( \ln r + \frac{1}{r} - 1 \right) (3 \cos^2 \theta - 1) \end{aligned} \quad (19)$$

Для возмущения функции тока  $\psi_1$

$$\psi = 1 - \cos \theta + \varepsilon \psi_1 \quad (20)$$

из (7) следуют два уравнения

$$\begin{aligned} \partial_\theta \psi_1 &= (u_1 + \rho_1) \sin \theta, \\ \partial_r \psi_1 &= -\frac{1}{r} v_1 \sin \theta, \end{aligned} \quad (21)$$

интегрирование которых, с учетом (19) и условия  $\psi_1(\theta = 0) = 0$ , дает

$$\psi_1 = \left( \ln r + \frac{1}{r} - 1 \right) \sin 2\theta \sin \theta \quad (22)$$

В качестве проверки, вклад в общий (безразмерный) расход первое приближение функции тока не дает.

## 2.4. Обсуждение полученного решения

В качестве главного приближения мы сознательно взяли самое простое, сферически симметричное решение (не симметрично только магнитное поле). Это решение легко может быть обобщено на случай широтной зависимости радиальной скорости  $v_r = v_r(\theta)$ , плотности и других характеристик задачи. Соответственно, решение для первого приближения будет более сложным.

Из решения (16), (19) видно, что учет первого приближения не изменяет радиальной скорости, но появляется широтная компонента скорости  $v_\theta$ , направленная к оси вращения  $\theta = 0$  и максимальная (по абсолютной величине) при угле  $\theta = \pi/4$ . Отметим также падение плотности в некотором секторе у экватора  $\theta > \theta^*$ ,  $\theta^* = \arccos(1/\sqrt{3}) \approx 55^\circ$ , и возрастание у оси вращения.

Из (20), (22) следует, что для углов  $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_0 = \theta(r=1)$  линии тока описываются уравнением

$$\frac{\cos \theta - \cos \theta_0}{\sin 2\theta \sin \theta} = \varepsilon \left( \ln r + \frac{1}{r} - 1 \right)$$

Из этого уравнения видно, что все эти линии тока (кроме двух крайних) с радиусом будут отклоняться в сторону оси вращения (рис. 1).

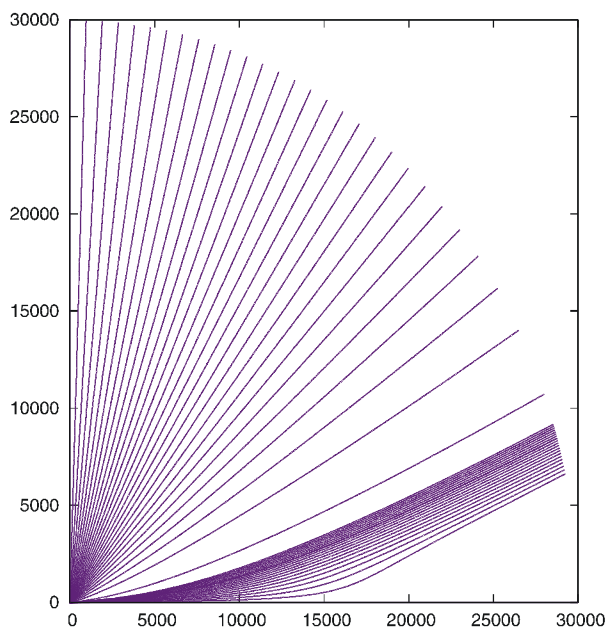


Рис. 1. Линии тока в меридиональной плоскости для  $\varepsilon = 0.05$

Решение (16), (19), по-видимому, может быть применимо в модели [6] для области, ограниченной ударной волной, при слабом магнитном поле. Однако следует отметить, найденное решение не является равномерно пригодным по радиусу, оно еще пригодно на расстояниях  $r \sim \varepsilon^{-1}$ , но не пригодно, когда  $\ln r \sim \varepsilon^{-1}$  (разложение становится некорректным). По-видимому, это происходит из-за накопления ошибки в неучтенных нелинейных членах, поскольку разложение (16) дает линейную задачу для возмущений. При очень больших расстояниях нужен другой способ разложения решения, учитывающий нелинейные члены (примеры таких задач даны в [8]).

Численное решение исходной задачи маршевым методом подтверждает важность учета нелинейных членов на больших расстояниях. Маршевый метод в сверхзвуковой области использовался как дополнение методу Годунова в задаче с противодавлением, рассмотренной в [7]. Иллюстрация результатов расчетов для  $M_A=10$  ( $\varepsilon=0.01$ ) и  $M_A=3$  ( $\varepsilon=0.11$ ) показана на рис. 2.

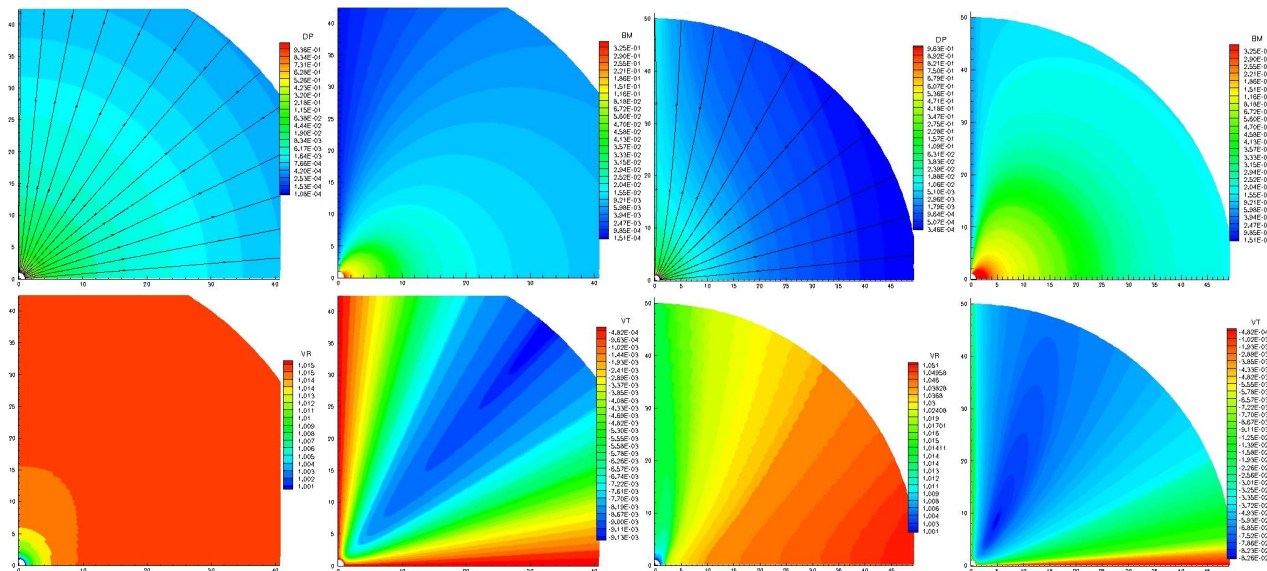


Рис. 2. Распределения плотности, магнитного поля, радиальной и широтной скоростей для  $M_A=10$  (слева) и  $M_A=3$  (справа). Результаты расчетов предоставлены Д.Б. Алексашовым

### 3. Другие близкие задачи

#### 3.1. Учет радиального магнитного поля

Выше была решена задача о влиянии азимутального магнитного поля на гиперзвуковое течение от источника. Следует заметить, что в окрестности оси вращения пренебрегать радиальным магнитным полем не корректно, так как на самой оси (нулевое) азимутальное поле будет меньше любого радиального. Оказывается, задачу с учетом радиальной составляющей магнитного поля можно решить тем же способом. Для этого надо сделать предположение о вмороженности поля в среду

$$\mathbf{B} = b(\psi) \rho \mathbf{u}, \quad \mathbf{u} = \mathbf{v} - \Omega r \sin \theta \mathbf{i}_\varphi \tag{23}$$

где  $\mathbf{u}$  вектор скорости во вращающейся системе координат. Тогда два последних уравнения системы (1) удовлетворяются тождественно, а к уравнениям движения добавится уравнение для азимутальной составляющей скорости  $v_\varphi$  (соответствующая компонента силы Лоренца будет ненулевой из-за учета радиальной компоненты магнитного поля), и эта скорость будет пропорциональна  $\sqrt{\varepsilon}$ .

В работах [3,4] решение задачи также искалось при предположении о вмороженности поля и тоже с помощью разложения по малому параметру. Не удивительно, что асимптотика их решения на больших расстояниях совпадает с асимптотикой решения (16), (19), и также не является равномерно пригодной по радиусу. Хотя, подчеркнем, решалась другая задача (без задания граничных условий) для течения с показателем политропы, не превосходящим  $3/2$ .

Для нашей задачи с известными граничными условиями, не выписывая явного аналитического решения, мы ограничились сравнением численных результатов для течения с  $M_A=10$  (число Маха рассчитывалось для модуля величины магнитного поля) без учета и с



учетом радиального поля. Разница в распределении (одинаковых) параметров оказалась практически не заметной.

### 3.2. Задача с противодействием внешней среды, течение в дозвуковой области

Задачу нахождения течения в дозвуковой области для малых величин магнитного поля (в рамках модели работы [6]) можно ставить также, задав скорость, плотность, давление и магнитное поле на сфере некоторого радиуса (внутри которой мы помещаем сверхзвуковую область и ударную волну). На неизвестной поверхности тангенциального разрыва задаются величина полного давления, равная противодействию, и нулевая нормальная к поверхности компонента скорости. На бесконечности задаем условие сохранения расхода.

Близкая по постановке задача о дозвуковом истечении релятивистской плазмы в присутствии магнитного поля была рассмотрена в [9]. Задача решалась методами теории возмущений, однако отсутствие в постановке задачи тангенциального разрыва, разделяющего истекающую плазму и межзвездную среду (и вообще внятных условий на бесконечности, что очень важно для дозвуковых течений), делает полученное в работе решение уязвимым.

Известна другая близкая задача – о плоском (подводном) фонтане тяжелой жидкости над горизонтальным дном. Влияние магнитного поля на течение здесь заменяется влиянием силы тяжести. Поскольку задача плоская, аналитически она решается приближенно методом конформного отображения близких областей [10]. Применить этот метод в осесимметричном случае представляется невозможным.

Численное исследование задачи истечения гиперзвукового источника плазмы с азимутальным магнитным полем в среду с противодействием дает структуру течения с ударной волной и тангенциальным разрывом [7]. Иллюстрация такого течения дана на рис. 3.

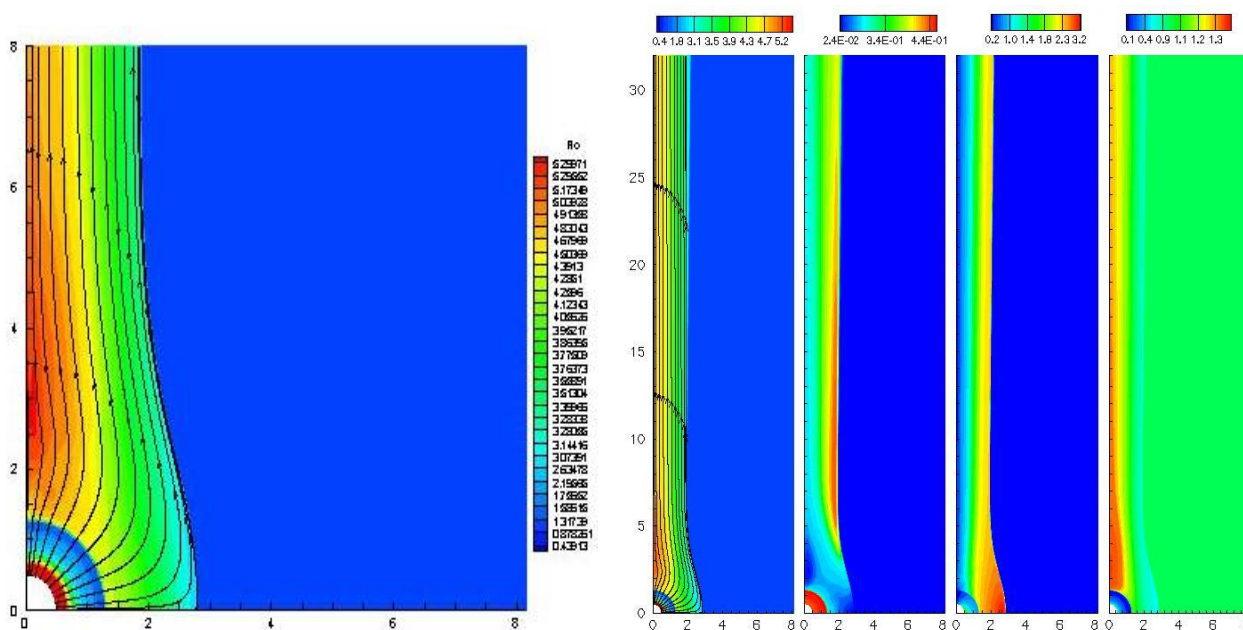


Рис. 3. Распределение плотности и линии тока вблизи источника (слева), и распределения плотности, скорости, магнитного поля и давления (справа), полученные из расчетов течения в задаче с противодействием методом Годунова [6]

## 4. Заключение

Методом малого параметра получено решение задачи о влиянии азимутального магнитного поля на гиперзвуковое течение плазмы от источника.

Показано, что решение можно найти в более общем случае, с учетом радиальной компоненты магнитного поля. Решение будет отличаться от полученного в работе наличием всех компонент магнитного поля, а также ненулевой азимутальной компонентой скорости.

Решение, найденное в [3, 4] для близкой, но более сложной задачи об истечении солнечного ветра в присутствии сил Лоренца и гравитации, существует только для показателя политропы не более  $3/2$ . При этом оно имеет на больших расстояниях ту же асимптотику, что и наше решение. Из чего следует, что в области переходов через звуковые точки плазма должна под действием каких-то физических механизмов нагреться, чтобы иметь показатель политропы, равный показателю адиабаты  $5/3$ .

Все упомянутые решения не являются равномерно пригодными по радиусу и нуждаются в корректировке в дальней области.

Интересной с точки зрения определения формы поверхности тангенциального разрыва является задача об истечении дозвукового источника с магнитным полем в среду с противодействием. Комбинация решений для сверх- и дозвукового источника дала бы возможность приближенного решения задачи в модели [6]. Однако, аналитический подход к решению задачи с дозвуковым источником пока не найден.

Автор благодарит Д.Б. Алексахова за предоставленные результаты расчетов. Работа была выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ 16-01-00305а.

## Литература

1. Паркер Е.Н. Динамические процессы в межпланетном пространстве. М., Мир, 1965, 362 с.
2. Weber E.J., Davis L. The angular momentum of the solar wind. *ApJ*, 1967, 148, 217–227.
3. Winge C.R., Coleman P.J. First order latitude effects in the solar wind. *Planet. Space Sci.*, 1974, 22, 439–463.
4. Nerney S., Suess S.T. Modeling the effects of latitudinal gradients in stellar winds, with application to the solar wind. *ApJ*, 1985, 296, 259–267.
5. Tsinganos K., Bogovalov S. Magnetic collimation of the solar and stellar winds. *A&A*, 2000, 356, 989–1002.
6. Drake J.F., Swisdak M., Opher M. A model of the heliosphere with jets. *ApJ*, 2015, 808, L44.
7. Golikov E.A., Izmodenov V.V., Alexashov D.B., Belov N.A. Two-jet astrosphere model: effect of azimuthal magnetic field. *MNRAS*, 2017, 464, 1065–1076.
8. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. Мир, 1972, 275 с.
9. Khangulian D.V., Bogovalov S.V. The role of a magnetic field in the formation of jet-like features in the Crab Nebula. *Astronomy letters*, 2003, 29, 495–501.
10. Петухов Ю.И. О некоторых плоских течениях тяжелой жидкости. *МЖГ*, 1966, №5, 135–139,

Статья поступила в редакцию 23 ноября 2017 г.